支那数学

第二十回総会に於ける講演

理学博士　藤原松三郎

支那事変下に於ける今日，支那数学に対して一応の知識をもつことは，数学に携わる吾々にとって頗る緊要のことと考えまして，敢えてその専門家にあらざる私がこの題を選んだ次第であります。支那数学に関しては我邦では三上義夫，小倉金之助二君，又支那本国に於ては李儼，銭宝琮[1]の二氏の多くの研究が発表され，又成書にもなっていまして，之によって吾々は支那数学の大観が得られるのであります。私は原本について一々あたって見なければ満足が出来ないので，以上諸氏の研究に指導されつつ閑々に原書を見ていたのであります。幸に我大学には故林〔鶴一〕博士の努力によって，和算書の外に支那の算書も頗る豊富に集められていますので，便益を得た次第であります。併し上下数千載に渉る支那の数学を僅かに一時間の講演で盡すことは不可能でありますから，その内の重要な二三の事項に就て御話を致します。それも時間中に終らなければ，打ち切って会誌の方に出すことに致します。

支那数学の古典で現今残っていますのは，所謂算経十書：九章算術九巻，周髀算経二巻，海島算経一巻，孫子算経三巻，五曹算経三巻，五経算術二巻，数術記遺一巻[2]，夏侯陽算経三巻，張邱建算経三巻，輯古算経一巻であります。この内の最後の輯古を除いては，凡て隋唐以前（西暦 581 以前）の書であります。これらの書の年代に就ては種々の研究もありますが，それらは凡て略しまして，漢から隋までの間に出来たものであるということだけで満足しておきましょう。

唐 (A.D.618–960) に於ては，以上の十種の書と祖沖之の綴術，董泉の三等数と

1) 李　儼　中算史論叢　1 (1931)，2 (1935)，3 (1935)；中国算学小史 (1930)
　銭宝琮　古算考源 (1930)，中国算学史上巻 (1932)

2) 漢書によれば数術は占卜を意味し，数学のことではない。

いう二種の書を合せて，当時の役人となる数学生の教科書とされていたものであります。宋 (960–1276) 時代になって後の二つは散佚し，元豊七年 (1084) に残りの十書をまとめて刊行したのが算経十書であります。之も元 (1260–1368)，明 (1368–1643) 時代には方々に散じて一時その姿をかくしましたが，漸(ようや)く清 (1616–1911) の乾隆年間（十八世紀の末）に戴震によって再びまとめられて世に出るようになったのであります。この十書の内，中心をなすものは九章算術でありまして，支那の算書でこの書の影響を受けていないものは殆んどないといえる位であります。我邦の和算は元の朱世傑の算学啓蒙，明の程大位の算法統宗の輸入によって発達したものでありますが，これらの二書は共に九章算術の流を汲むものでありますから，和算書の大部分も亦間接に九章算術の影響を受けているのであります。

唐時代の数学では輯古算経（王孝通撰)，大衍暦（僧一行著）の外には別に伝わったものはありませぬが，宋の末から元の初，即ち十三世紀に於て支那数学がその発達の頂点に達したのであります。その内で重要なものは

劉　益　議古根源（1080 頃)
賈　憲　黄帝九章細草九巻（1200 頃)
秦九韶　数書九章十八巻 (1247)
李　治　測円海鏡十二巻 (1248)，益古演段三巻 (1259)
楊　輝　詳解九章算法 (1261)，九章算法纂類 (1261)
　　　　楊輝算法 (1274–75)
郭守敬　授時暦草 (1280)
朱世傑　算学啓蒙三巻 (1299)，四元玉鑑三巻 (1303)

であります。この時代に天元術，四元術，一次不定方程式，高次方程式の解法等の新しい理論が起りましたが，併(しか)しこれらも皆九章孫子等に糸を引いているものであります。

九章算術は魏の劉徽が西暦 263 年に註を施したものが現存しています。西洋では Diophantus の盛りは約 250 年とされていますから，Diophantus 時代には既にかかる立派な九章算術が存在したのであります。

之は方田，粟米，衰分，少広，商功，均輸，盈不足，方程，勾股の九章に分たれているのでその名がつけられたのであります。後世の算書には粟米が粟布，衰

分が差分，盈不足が盈朒(えいじく)となったのもあります。

方田は平面積の求積を取扱うのでありますが，長さが常に整数と限らないので，ここで分数の加減乗除が論ぜられています。分数，分母，分子，通分，約分等の語はここから発しているのであります。粟米，衰分は主に比例，按分比例を論じ，少広では開平方，開立方を取扱っているであります。商功は土功等に関するものですが，その実は体積を求める問題で，均輸では四則の色々の問題が論ぜられています。方程は聯立一次方程式で係数を順次に消去する方法が組織的に取扱れていますが，その際に初めて正負の概念が導入されたのであります。現在吾々の用いている方程式とか正負とかいう語は九章から出たものであります。勾股ではピタゴラスの定理と相似三角形の定理を応用する問題が取扱れ，簡単な測量問題も論ぜられています。以上が九章算術の内容の大体ですが，最後の勾股章の内に初めて二次方程式の問題が出ております。

> 今有邑　方不知大小　各中開門　出北門二十歩　有木　出南門十四歩　折而西行一千七百七十五歩見木　問邑方幾何

之を解く方法の証明はありませぬ。この問題から一歩進めたのは唐の王孝通の輯古算経で，之は古につぐという意味から名づけられたもので，二十問殆んど凡(すべ)て三次方程式を解く問題であります。之は著者の頗(すこぶ)る自信ある書で，その序文に於て「若(も)しその一字を排することあらば臣千金を以て謝せんと欲す」というています。三次方程式は西洋では Archimedes の論文に一寸(ちょっと)その姿を現わしますが，アラビヤに入って之を論ずる学者が多く Alkayami（十一世紀の学者）に至って初めて一般に論ぜられたのであります。

これらの問題から発したのが宋元時代の高次方程式の解法の研究であります。宋の劉益の議古根源には二次方程式を開平法と同様に論じて所謂(いわゆる)Horner の方法[1]に似た方法を与え，賈憲の増乗開平の方法は全く Horner の方法そのものであります。劉益，賈憲の書は見られませぬが，楊輝の書中に載せられているので今日之を知ることが出来るのであります。楊輝算法の朝鮮版は征韓の役に我国に伝来してそれが東京文理科大学に現存しているそうで，関孝和も寛文二年 (1662) に楊輝算法を写したこと，その謄写本から石黒信由の写したものが学士院にあること

1) Horner の論文は 1819 に出た。

は三上義夫君の論文で拝見したことがあります。私はこれらの書を未だ親しく拝見して居ませぬので，孝和の写した楊輝算法の内に劉益，賈憲の方法が載せられているかどうかを確かめ得ないのでありますが，之は和算史上重大な一つの点であろうと思います。

李治の測円海鏡，益古演段は天元術によって方程式の解法に順致する問題が殆んどその大部分でありますが，そこでは方程式を如何にして解くかは証明されておらずに，単に言葉で開立方とか開三乗方とか述べてあるだけであります。之に反して高次方程式の解法を詳細に示しているのは秦九韶の数書九章であります。ここでは Horner の方法と全然一致する方法で解いておるのであります。之は支那数学の誇るべき一つの点であります。

秦九韶の数書九章は高次方程式の解法の外に，もう一つ重要な点を含んでおります。それは一次不定方程式を解く方法を完全に与えていることで，之を大衍求一術と名づけております。この一次不定方程式は印度で論ぜられたのが最も早いようです。Brahmagupta (598 生) の書物にのっているのであります。之は七世紀の初めでありますから唐の初期にあたります。Brahmagupta より以前の Aryabata も既に知っていたということでありますが，支那のこの方法と印度数学との関係は今の処，分っておりませぬ。

この大衍求一術の起原は又九章算術，孫子算経まで溯ることが出来るのであります。

孫子算経は九章算術につぐ重要なもので，その巻頭には大数即ち万億兆京垓秭(し)溝澗正載や，度量衡の単位や，九九等が載せられて，その後に九章のような問題が記されているのであります。この孫子算経の形式と九章算術の形式を併せたのが算学啓蒙，算法統宗でありますから，従って和算書も亦この形式を採っているのが多いのであります。

次に孫子算経の内で注意すべき二三の事実を述べることに致します。

九章算術では開平方が開き切れない場合に，その近似値として次の形をとっております。$\sqrt{a^2+b} = a + \dfrac{b}{a}$. 孫子算経ではこの点を改良したのでありましょう。

$\sqrt{a^2+b}=a+\dfrac{b}{2a}$ としております[1]。更に張邱建算経では $\sqrt{a^2+b}=a+\dfrac{b}{2a+1}$ とし，この書の劉孝孫の細草では $\sqrt[3]{a^3+b}=a+\dfrac{b}{3a^2+1}$ を与えております。孫子算経の公式は希臘(ギリシア)の Heron の書に載っておりますし，$\sqrt{a^2+b}=a+\dfrac{b}{2a+1}$，$\sqrt[3]{a^3+b}=a+\dfrac{b}{3a^2+1}$ は共にアラビヤの Alnasawi（十一世紀) の書にあるそうであります。

次に鶴亀算の原型が孫子算経にあります。

　今有雉兎同籠　上有三十五頭　下有九十四足　問雉兎各幾何

之が元の朱世傑の算学啓蒙になると雉兎が雞兎となって，

　今有雞兎一百　其足二百七十二隻　只云雞足二　兎足四　問雞兎各幾何

孫子算経の文に比べると，いかにもまずい表現ではありませぬか。

もっと重要なのは次の問題であります。

　有物不知其数　三三数之賸二　五五数之賸三　七七数之賸二　問物幾何

之は現在の言葉で述べると

$$x\equiv 2\,(\mathrm{mod.}3),\ x\equiv 3\,(\mathrm{mod.}5),\ x\equiv 2\,(\mathrm{mod.}7)$$

であります[2]。この問題は算法統宗を通じて我邦にも入り，塵劫記では百五減算と呼ばれています。この問題の解は $3\cdot 5\cdot 7=105$ を modulus として定まり，105 より大きな答が出れば 105 の倍数を減じて 105 より小さいものにするからであります。

更に張邱建算経には

　今有鶏翁一直銭五　鶏母一直銭三　鶏雛三直銭一　凡百銭買鶏百隻　問鶏翁雞母　雛各幾何

鶏翁とは鶏屋のおやじかと思うと，そうではなくして雄鶏であります。之は $x+y+z=100$，$5x+3y+\dfrac{1}{3}z=100$ なる不定方程式を解く問題で，三組の答が出してあります[3]。

---

1) バビロニアの数学に a,b を二辺とする矩形の対角線の長さ $a+\frac{b^2}{2a}$ としたのがある。之は丁度 $\sqrt{a^2+b^2}=a+\frac{b^2}{2a}$ にあたる。

2) この問題と数値まで同一のものが希臘語で十四世紀の終又は十五世紀の初め頃にかかれたものの中にあることが，M. Cantor の数学史に載っている。

3) 900 頃の埃及の学者 Abu Kamil Shoja ibu Aslam の書に同様の問題がある。100 Drachmen（貨幣の名) で

これらの二問題は学者の注意を惹いたものであったろうと思われますが，之を一般化して秦九韶の大衍求一術となったのであります。

最後に天元術に就て述べることに致します。

天元之一とは未知数のことで，之を使って数係数の方程式に導いて解く問題が天元術で論ぜられているのであります。この天元術が記されている現存の書物で最古のものは元の李治の測円海鏡及び益古演段であります。測円海鏡は九章算術の方邑の問題を変化した円城の問題を種々の形に取扱っているのであります。一例をあげますと

> 或問出（円城）北門一十五歩　折而東行二百八歩右樹　出西門八歩折而南四百九十五歩見之　問（城）径幾何

茲に算籌から出た数字𝍠𝍡𝍢𝍣𝍤𝍥𝍦𝍧𝍨〇，𝍩𝍪𝍫𝍬𝍭𝍮𝍯𝍰𝍱〇を用い，又方程式を書くには絶対項を最上に，$x, x^2, x^3, \cdots$ の項を順次その下にかく方法を採っているのであります。但し係数（数係数）だけ書いて＝0は略する書方であります。測円海鏡では上から下へ書かずに下から上に書いていますが，益古演段では上から下へ書いて，之が後世一般の風習になりました。天元之一という言葉は秦九韶の数書九章の最初の大衍求一術の処にだけ姿を見せていますが，ここでは未知数 x を表わしていませぬ。他の章で天元之一を当然用いるべき処では使用していないのでありますが，彼は李治と同様に数字を使い数係数の方程式を書いて之を解いているのであります。彼の使った数字は李治のものと 4，5，9 だけが違っているので，4 は✕，5 は$\overline{\bigcirc}$，$\overset{|}{\bigcirc}$，9 は$\overline{\times}$，乂 であります。現在支那で使用している暗碼数字〡〢〣〤〥〦〧〨〩はその名残であります。然（しか）し李治の書中で李治自らいっている処によれば，彼以前に天元術は或形で存在したらしく，李治の発見とはいい得ないことは確かでありますが，兎に角李治が大いに之を発展せしめたとはいい得るのであります。

李治の後では郭守敬，朱世傑が天元術を取扱っていますが，朱世傑の算学啓蒙が徳川時代の初期に我邦に伝わって，天元術が導入されたのであります 1)。朱世傑

五種の鳥 100 羽を買う。鷲は 1 羽 2 Drachmen，鳩は 2 羽 1 Drach，Ringelatube(?) は 3 羽 1 Drech.，雲雀は 4 羽 1 Drach. 鶏は 1 羽 1 Drach.，各幾羽というのである。

Leonardo di Pisano の Liber Abaci(1202) にも同様の問題があるし，印度の Baskara（十二世紀）の Bija ganita には昔の著者の与えた例として 100 drammas で 5 種の鳥を 100 羽買う問題があげてある。支那数学と印度，アラビヤ数学との交渉に就ては考えさせられる点が残っているように思う。

1) 久田玄哲は東福寺で算学啓蒙を得て，土師道雲と共に万治元年 (1658) に之を飜刻している。

は又四箇までの未知数を含む方程式を処理して之から消去によって一つの未知数の方程式に導いて問題を解くことを始めました。之が彼の四元玉鑑で，x, y, z, w を天元，地元，人元，物元と名づけています。天元以外に地元，人元を導入した人は朱世傑以前にもあるそうですが，その書は伝わっていませぬ[1]。この四元法では未知数 x, y, z, w 及びその冪（べき）や積を次の如く位置によって区別し，そこへただ係数をかき込むことによって表わすのであります。

w^2y^2	w^2y	w^2	w^2z	w^2z^2
wy^2	wy	w	wz	wz^2
y^2	y	xw太$^{yz}_{xyz}$	z	z^2
xy^2	xy	x	xz	xz^2
x^2y^2	x^2y	x^2	x^2z	x^2z^2

四元玉鑑の大部分は天元術でありますが，二元，三元，四元の場合をも論じ，一元の場合には如積求之，二元，三元，四元の場合にはそれぞれ天地配合求之，三才相配求之，四象和会求之という簡単な言語の内に式の多くの変化が含まれているのであります。

この四元法は我邦には伝わりませんでしたが，我邦では天元術から関孝和の点竄（てんざん）術に一大飛躍をなし，所謂（いわゆる）傍書術という一種の記号法によって，数係数のもののみならず，文字係数の方程式をもどしどし駆使することを得て，その処理に於て西洋の代数に相当するものにまで発展したのですから，四元法の如き窮屈な記法にしばられる必要がなかったのであります。

然（しか）るに一方支那に戻って見ますと，かくも発達した宋元の数学も明 (1368–1643) に入ると誰一人として之を解する者なく，時の学者唐順之，顧応祥の如きも天元の意味を解せず，秘密にするために用いた語であろうとさえ言っている。殊に顧応祥は測円海鏡の註釈書に於て立天元之一云々という最も大切な解読部分を全く刪（けず）ってしまったのであります。実に一大恥辱といわなければなりませぬ，之を初期の和算家が算学啓蒙の一書を得て，何等の説明もないのに，直ちに立天元之一の真意を解して之を発展せしめたことに比較しますと，当時の和算家に対して頭が下らざるを得ないのであります。

十六世紀の末，明の万暦年間にジェスイット教父利瑪竇 (Matteo Ricci) が支那に来て初めて西洋数学を輸入しました。万暦三十五年 (1607) に幾何原本の最初の六巻を漢訳したのもこの人の口授によったものであります。又清 (1616–1911) の

1) 四元玉鑑の祖頤の後序に記載されている。

康熙帝（十七世紀の末から十八世紀の初）は大に西洋の学術を輸入して盛に洋書を翻訳せしめられた。数理精蘊五十三巻もその御蔭で出来たのであります。梅瑴成がその祖父梅文鼎の著を輯めた梅氏輯要の附録に赤水遺珍 (1761) を書きましたが，その内で彼が若い時康熙帝から代数を授けられた。之は支那で借根方といい，西洋では阿爾熱八達という。之によって今まで分らなかった天元術は西洋の借根方であることが初めて分った。明代からの謎が之によって解けたといっている。即ち宋元の天元術は明時代では全然分らなかったのが，清に入って西洋数学の輸入によって初めてその意味が了解されるに至ったのであります。且つ支那では借根法を一名東来法という。それは支那の天元術が西洋に伝わって代数となったもので，東から来たということを忘れずに名づけたものであるというのであります。この考は誰がいい出したものか分りませぬが，色々の書物にこのことが載っている。之は支那の通弊の自大思想の一つの現れでありまして，之が如何程支那の文化の発達を阻害しているか計り知れないと思われます。

上に述べました数理精蘊 (1723) や梅文鼎の暦算全書 (1723) には，筆算，三角法，対数，対数表，三角函数表，幾何原本等も収められていますが，之が享保年間徳川吉宗時代に我邦に入って，我邦の天文暦術には至大な影響を与えました。之によって対数表，三角函数表も初めて我邦に入って和算家の研究をうながしたものであります。ユークリッドの幾何原本も形は少し変りますが，上記の書物の中にありますから，和算家の眼に触れたことと考えられます。然（しか）るに支那，日本の数学に於てその影響の痕跡がよく認められないのは何に原因するのでありましょうか。清代の一人の学者華蘅芳が幾何原本について述べた中に，不言其法而言其理　不言其数而言印象といっています。うまいことをいったもので，実際支那や日本の数学では方法と数値とに重点をおいて，その理と象とを軽視していたのであります。西洋の数学は少しくど過ぎる，分りきったことをくどくどと証明するものだとの感は現在でも懐いている人が少くはあるまいと思います。之が当時の和算家がユークリッド幾何学を眼にした場合に，その真意義に徹し得なかった点ではあるまいかと思われます。和算家は論理よりも勘でやるという点が多かったようですが，之は我国民の長所で同時に短所でありますから，教育に従事している吾々が再考を要する点であろうと思います。

清の晩年，咸豊年間（十九世紀の半）に再び西洋数学が支那に輸入され，盛に西洋数学書が翻訳されました。英人の偉烈亜力 (Alexander Wylie) 等が之に盡したのでありますが，それ等の一部分が幕末頃に我邦に入り，代数，微分，積分，函数，双曲線，抛物線等の術語もその頃に輸入されたのであります。

清代の支那の数学者は数も多く，著書も残っているものが多いのですが大した発達をしなかったらしい。これらの書はまだ多く見ておりませぬから略することと致します。然し清朝の多くの学者は古典数学の考証註釈の事に力を盡し，所謂清朝の訓詁の学風が数学にも及んでいる。之がため古典書の残存せるものがよく集輯されています。数学者列伝ともいうべき疇人伝も院元，羅士琳，諸可宝等によって整頓されています。古今算学叢書の如き叢書も多く，支那数学の研究はそれがため非常な便益を得ています。之がために和算の研究に比較して支那数学の研究の方が比較的容易であります。この点に対しては吾々も和算の研究をもっと便利にすることに努力する必要があります。幸に古典数学書院の企が多少とも和算書を輯集して我々の手に容易に入るようにされつつあるのは結構であります。

時間が参りましたから之で講演をやめます。

- 『東洋数学史への招待――藤原松三郎数学史論文集』（藤原松三郎数学史論文刊行会編、東北大学出版会刊、二〇〇七年三月）所収。
- 原文はカタカナ書きであるが，読みやすさのためにひらがな表記とした。
- 読みやすさのために、適宜振り仮名をつけた。ただし、引用はそのままにした。
- 一部の漢字については新漢字によらず旧漢字のままにした。
- PDF 化には LaTeX 2ε でタイプセッティングを行い、dvipdfmx を使用した。

・科学の古典文献の電子図書館「科学図書館」

http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html

・「科学図書館」に新しく収録した文献の案内，その他「科学図書館」に関する意見などは，

「科学図書館掲示板」

http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs

を御覧いただくか，書き込みください。