

# 和算史の研究 I

藤原松三郎

遠藤利貞，林鶴一，三上義夫氏等の研究によって，和算史の大綱は樹立されている。近頃になって漸く此分野に指を染め始めた著者は，之に加うべき何物をも持ち得ぬであろう。併し故林博士の多年蒐集され，現在東北帝国大学数学教室に収められている貴重なる和算の文献を，折にふれて通読し行くうちに，従来未だ注意されずに過ぎられた点に遭遇することも少くない。それ等は落穂の如きものではあるが，之も和算史の完成に幾分かの寄与をなすものであろうことを思い，得るに従って之を公にして行きたいと考える。勿論既に先人の公にされたことを奇らしげに記るすこともあろうし，又誤れる見解を述べることもあろうから，それ等については識者の叱正を乞う次第である。

## 和算と支那数学との交渉<sup>1)</sup>

翦管術と楊輝算法 和算に於ける翦管術<sup>2)</sup>は関孝和の遺編・括要算法（宝永六年 1709 序，正徳二年 1712 刊）及び拾遺諸約之法（天和三年 1683）に現われたのが最初である。

翦管術とは現今の言葉でいえば

$$x \equiv a_1 \pmod{m_1}, x \equiv a_2 \pmod{m_2}, \dots, x \equiv a_n \pmod{m_n}$$

の解法であって，其原型は孫子算経の

今有物不知其数 三三数之賸二 五五数之賸三 七七数之賸二 問物幾何

なる一問題であって，其一般の解法は宋の秦九韶の数書九章（淳祐七年 1247）に大衍求一術の名の下に与えられていることは周知の事実である。

林博士は

実ニ両一及ビ翦管ハ関流ノ最高免許別伝及ビ印可ニ於テ之ヲ見ル。モト関孝和ノ発明トセラルルモ，支那数学ヨリ来レルモノナルベシ。支那ニテハ大衍求一術或ハ単ニ求一述トモイフ<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> 本論文の一部分は日本数学物理学会，昭和十四年年会（四月）に於て発表した。

<sup>2)</sup> 翦管術の説明は本誌第三十巻 1929 にある林博士の論文“二元一次不定方程式ノ解法ト剩一術及ビ朧一術トニ就テ”（林博士，和算研究集録，上巻 頁 736-742 に再出）に詳しい。

<sup>3)</sup> 和算研究集録上巻，頁 741，脚註。

と述べられているし、又三上義夫氏は“関孝和ノ業蹟ト京坂ノ算家並ニ支那ノ算法トノ関係”なる論文の結語<sup>1)</sup>に於て、次の如く記されている。

関孝和の剰一術並に翦管術の如きは、宋の秦九韶の数書九章に接したや否やは姑く措き、支那の算法に基き考案したものであつたらう。翦管といふのも支那で稀に用ひられた術語であり、同じ意味に使つて居るのである。故に関孝和が何等かの支那の算法を基礎とした事は疑はれないが、前に明かにした以外には如何なる経路に依つて支那の算法に接したかを知り難いのである<sup>2)</sup>。

三上氏は共立社の輓近高等数学講座に於ける東西数学史（昭和三年）、頁114-115で、

剰一術ハ支那カラ伝ハツタモノデアルニ相違ナイ。……数書九章ニハ翦管ノ名称ハ見エヌケレドモ、此書ヨリ稍々後レテ出タ宋ノ楊輝ノ著書中ニ見エテキル。翦管ト云フ術名サヘ伝ハツテキルノデアルカラ、其術ガ伝ハツタコトニ何等ノ疑ヒモナイ。

和算家ガ翦管術ノ術語ヲ用キタノハ楊輝算法ニ抛ツタト云フヨリモ、宣明曆ニ関スル何等カノ文書カラ採ツタモノデアアルマイカトモ思ハレル。

と論ぜられている。

之に対して余は次の如く主張したいのである。

関孝和の翦管術は其名称と共に楊輝算法から得たものである。併し其根抵をなす剰一術は支那から伝わったという痕跡は未だ発見されない。

以下余の主張の論拠を述べる。

嘗て三上義夫氏<sup>3)</sup>は、関孝和が寛文元年（1661、孝和の壮年時代である）に謄写した楊輝算法<sup>4)</sup>を、更に石黒信由が謄写したものの複本が帝国学士院にあることを注意された。余は之に想到して問題の写本を見たが、其内の続古摘奇算法、巻上の目録中に「翦管五問」とあり、本文中に次の記述

1) 東洋学報第二十二巻、昭和九年、頁97-99

2) 三上氏は東洋学報第十六巻、昭和元年、頁445で、剰一術は多分唐の宣明曆に関する算法から得たものであらうと述べられている。

3) 和算之方陣問題、大正六年、頁10及び東洋学報第二十巻、昭和七年、頁227参照。

4) 楊輝算法は算法通變本末（中巻は乗除通變算宝という。下巻は法算取用本末といい、史仲榮との合撰）、田畝比類乗除捷法、続古摘奇算法の三部を明洪武十一年1378に合刻したもので、支那では一時亡佚した。朝鮮では之を宣徳八年1433に翻刻した。之が我邦に伝わったのである。孝和の謄写したのも此朝鮮本である。三上氏に依れば、楊輝算法は現在東京文科大学、宮内省図書寮に各一本を蔵せらるる由である。以前は内閣文庫にもあったそうだが、現存していない。之が宮内省図書寮へ移されたのではないかとのことである。汲古閣鈔本は岩崎静嘉堂文庫にあるが、之に収められた続古摘奇算法は問題にされている個処が缺けている。宜稼堂叢書に収められた楊輝算法も同様である。又知不足齋叢書中の続古摘奇算法も不完全で、同個処がぬけている。戸板保佑の関算後伝第九十三は楊輝算法の極めて不完全なる抜書であるが、之には問題の個処が不完全ながら存している。

がある。

物不知總數 只云 三三數之剩二 五五數之剩三 七七數之剩二 問

本總數幾何 孫子

答曰 二十三

解題 俗名 秦王暗点兵 猶覆射之術 或過一百五數 須於題内云知

翦管術曰 三數剩一 下七十 題内剩二 下百四十 五數剩一 下二十一 題内剩三 下六十三 七數剩一 下十五 題内剩二 下三十三位併之 得二百三十三 滿一百五數 去之 減兩箇一百五 餘二十三 為答數

その次に同種の四問題を述べている。本問題は孫子算経のものと、唯臆なる字を剩にかえた丈けの相違である。

之に依て翦管なる術語、並に問題の形式は、此楊輝算法を通じて我邦に入ったものであることが断言せらるるであろう。

猶おこの主張を強めるために、次のことを注意したい。

大成算経二十卷は関孝和並に彼の弟子建部賢明、賢弘とが相依りて編述した書であって、しかも孝和は老齡と病弱の為め建部兄弟が主となって出来上ったものなることは、既に三上義夫氏の記された事実である<sup>1)</sup>。

此大成算経、卷六、翦管第六に

翦管者以餘求總之法 一名秦王暗点兵也 俗謂之計物

とある<sup>2)</sup>。茲にある“一名秦王暗点兵也”は明かに楊輝算法中から得來つたものなることを示して餘があろう。

建部賢弘が楊輝算法を見ていたことは、彼の算学啓蒙諺解大成（元禄三年1690）中に楊輝算法の引用が数個処あることを見ても明かである。

少しくどくなるが、念の為に記るしておこう。

(1) 縦横因法門の註に

「乗除通變本末上卷二単因・重因・身前因アリ、皆此法ノ末術ナリ」

(2) 身外加法門の註に

「乗除通變算宝二加一位・加二位・重加・加隔位・連身位アリ、皆此法ノ末術ナリ」

(3) 留頭乘法門に

<sup>1)</sup> 建部氏伝記。三上義夫 日本中等教育数学会雑誌第四卷、大正十一年、頁 28 参照。此抄録は現在東北大学所蔵の岡本則録氏文庫中にもある。

<sup>2)</sup> 此文句は中島尚翼蔵本翦管術なる写本にもある由、但し計物が計子となっている。(林博士、和算研究集録、上巻頁 65、脚註参照) 之は恐らく大成算経より得來つたものである。茲にある翦管の定義は塵劫記の百五減算の條にある「ハ(半又は端)バカリヲ聞キテ數ヲイフ事ナリ」とあるを想起させる。

「中山劉氏ガ議古根源ニ入則諸門，出則直田，蓋直田能致諸用ト云々」

(4) 身外減法門の註に

「楊輝算法ニ減一位・減二位・重減・減隔位等アリ」

(5) 田畝形段門，第九問の註に

「錢塘楊輝云 若徑歩与周勢遠甚者不可專此術トナリ」

(6) 求差分和門，第一問（鶏兔の問題）の註に

「此類問ヲ二率分身ト云ヘリ，又三率分身ト云アリ云々」

(7) 差分均配門，第七問の註に

「指南算法ニ 有四六差分，遞用加五，可以致其数トアリ」

以上記した内，(1)，(2)にある乗除通變本末（正しくいえば算法通變本末），乗除通變算宝は共に楊輝算法中に収められた書であり，(3)の中山劉氏云々の文句は，同じく楊輝算法中の田畝比類乗除捷法卷下の中にある。(6)の二率分身，三率分身の術語（実は二率分身の代りに双率分身とある）と(7)の指南算法云々の文句は，続古摘奇算法下巻中に出ている。

楊輝算法中にある<sup>せんかん</sup>算管術に於ては，剩一術の如き組織的の解法はない。問題が簡単であるから試索で知られるのである。之から剩一術を案出したのは関孝和の偉大な点であろうと考える<sup>1)</sup>。剩一術も支那から伝えたということに対する何等の論拠も未だ発見されぬ。之を証明すべき確たる史料の発見されぬ間は，余は剩一術を孝和の発見と見る。

之で余の主張は充分に解されたことと思う。

次に第二義的のことではあるが，「秦王暗点兵」，「覆射之術」，「計物」について数言を加えておきたい。

秦王暗点兵の意味は判然しないが，余の想像する所に依れば，暗黒裡に兵を点検するが如く，隠れたものを探しあてるの意であろうか。

覆射の語も明かでないが，射覆と同義かと思う。覆射・射覆なる語は易或は卜筮<sup>ぼくぜい</sup>に關係のあるもので，隋書經籍志には易射覆という書名が載せられているし，宋史芸文志には，雜占覆射一卷，閻丘純射覆經一卷，東方朔射覆經三卷，玄女三廉射覆經一卷が記録されている。余は易学階梯・射覆必用と名けられる小本（享和元年南紀便道著）を得たが，それには射覆をあてものと振仮名し，隠れたるものをいいあてることを意味している。

大成算經にある「俗謂之計物也」の計物を何とよむべきかについては大分困った。たまたま星野実宣の股勾弦鈔（寛文十二年 1672）を繙いた折，「数

<sup>1)</sup> 括要算法には剩一術はあるが胸一術（或は歎一術）はない。拾遺諸約之法には剩一，歎一の両術がある。

物三條」の下に<sup>せんかん</sup>翦管問題三條を述べて、数物にカゾヘモノと振仮名しているのを見た。即ち計物はやはりカゾヘモノであった。

孫子算経の物不知總の問題は又算法統宗を通じて、吉田光由の<sup>じんこうき</sup>塵劫記（寛永十一年版）の百五減算として我邦に入ったことは周知のことであるから、茲には之を述べない。唯算法統宗に

又云韓信点兵也

なる一句があることについて一言を加えたい<sup>1)</sup>。

楊輝算法の秦王が韓信に変わったのは問題ではないが、大切なる暗の字が落ちているのは、其原義を遠ざかること大なるものありと信ずる。

村井中漸は開商点兵算法（明和二年 1765）の序に

按点兵之術未詳其朔 明程汝思 託之韓信

云々とある。程汝思は算法統宗の著者程大位であって、上述の一句をさしているものである。

之に対して林博士<sup>2)</sup>は

点兵法ナルモノ古来アリタルガ如シ……韓信ハ漢朝ノ兵法家ナレバ、<sup>あたか</sup>恰モ韓信ガ兵ヲ遣ルガ如ク、機略縦横ナリトテ、コノ名称ヲ附セシモノナリ

と書かれているが、此書で論ずる方法は剩一<sup>じく</sup>一術に關聯している所を見ると、点兵の意味は寧ろ<sup>せんかん</sup>翦管術とすべきではなかろうか。

**2. 累裁招差法と管窺輯要** 和算に於ける招差法は、之もやはり関孝和の括要算法（元之卷）の累裁招差之法から始まる。之は現今の言葉を以てすれば定差法 (Calculus of finite differences) に似たものである<sup>3)</sup>。

支那に於ては、元の郭守敬が授時曆を作るに當って使用した方法の一が此招差法である。元史中の授時曆議・授時曆経は寛文十二年 (1672) に我邦で翻刻され、翌寛文十三年 (1673) には小川正意が新勘授時曆経を世に出している。併し此等の書中には定差・平差・立差の語は出てくるが、如何にし<sup>しか</sup>て之を計算するかの説明はない。

例えば授時曆経卷上、求盈縮差には次の文章がある。

視入曆 盈者 在盈初縮末 限已下 為初限 已上反 減半歳周 餘  
為末限 縮者 在縮初盈末限已下 為初限 已上反減半歳周 餘為末

<sup>1)</sup> 算法統宗には、孫子歌曰 三人同行七十稀 五樹梅花廿一枝 七子團圓正半月 除百令五便得知なる歌訣がある。之は括要算法にも引用されている。半月は 15 を意味する。

<sup>2)</sup> 本誌第 34 卷, 1931 (和算研究集録上巻, 頁 174 に再出)

<sup>3)</sup> 招差法の説明は本誌第 35 卷 1932 にある林博士の論文 (和算研究集録上巻, 頁 225 に再録) に詳しい。

限 其盈初縮末者 置立差三十一 以初末限乘之 加平差二万四千六百 又以初末限乘之 用減定差五百一十三万三千二百 餘再以初末限乘之 滿億為度 不溝退除為分秒 縮初盈末者 置立差二十七 以初末限乘之 加平差二万二千一百 又以初末限乘之 用減定差四百八十七万六千 餘再以初末限乘之 滿億為度 不溝退除為分秒 即所求盈縮差

即ち最初の方は初末限を  $a$  とすれば、盈縮差は

$$[\text{定差} - \{\text{平差} + (\text{立差} \times a)\} \times a] \times a = \text{定差} \times a - \text{平差} \times a^2 - \text{立差} \times a^3$$

であることを示すものであるが、唯此法則を述べるのみで、之に達する方法の説明は、郭守敬の授時曆草にあるそうであるが、それは我邦には伝わった形跡がない。然らば関孝和は彼の招差法を何に拠って得たか、之が問題になる。

之に対して、孝和の招差法は支那の文献から学んだものであって、或は黄鼎の管窺輯要中の招差法の記載に基いたものではないかとの意見は、既に三上義夫氏<sup>1)</sup>が述べていられる。

余は戸板保佑の関算前伝中の<sup>だじょう</sup>堞量伝の精査によって、三上氏の推定を裏書し、之を強調したいと考える。

依て先ず三上氏の所説を述べておこう。

氏は元の郭守敬が授時曆の中に於て<sup>だじょう</sup>堞量招差の法を用い、定平立の三差を求めたことを述べた後：

括要算法ニモ

一次相乗之法 古所謂相減相乗之法也

二次相乗之法 古所謂三差之法也

ト言ツテ居ルカラ、関孝和モ支那ニ前カラ其算法ガ存シタ事ヲ知ツテ居タノdeal。相減相乗之法ハ唐末ニ邊岡ガ作ツタ崇元歴ノ歴法中ニ見エル。三差法ハ明史ニ出テ居ルケレドモ、明史ノ編纂ハ時代ガ後レルノデ、関孝和ガ之ヲ参照シタラウ筈ハナイ。明カニ他ノ資料ニ拠ツタモノdeal。或ハ元史中ノ些細ノ記事カラヒントヲ得タラウ。現ニ元史中ノ授時歴議及ビ授時歴経ハ我国デモ寛文壬子（十二年 1672）六月庚寅ノ年紀ヲ附シテ翻刻サレタ事モアツタ。又授時歴草又ハ大統歴草ノ写本ニ接シタコトガナイトモスマイ。要スルニ支那ノ文献カラ学

<sup>1)</sup> 東洋学報第二十号，昭和八年，頁 554-555。

ンダモノデアル事ハ確乎トシテ動カヌ。唯問題ハ如何ナル程度ニ記述サレタモノヲ見タカト言フ事デアル。清ノ黄鼎ノ管窺輯要ハ順治壬辰(1652), 癸巳(1653), 乙未(1655)ノ序跋ノアル刊本デアルガ, 此書ノ一部分ニ基イテ, 関孝和ハ曆術上ノ算法ヲ説イタモノモアリ, 又後ニ戸板保佑モ亦此書中ノ招差法ニ関シテ説イタモノガアルカラ, 関孝和ハ或ハ此書中ノ招差法ノ記載ニ基イテ, 累裁招差法ヲ解説シ, 整頓シタモノデハナイカトモ思ハレル。又明ノ刑雲路ノ古今律歴考(万曆35年1607)モ刊行ノ書デアリ, 累裁招差法ノ形式モ明瞭ニ記載サレテイルガ, 或ハ此書モ関孝和ノ参照スル所デハナイトスマイ

文中関孝和の曆術の書とは、授時發明(延宝八年1680)であって、其初頭に所載天文大成三條之論云々

とある。管窺輯要は詳しくかけば天文大成管窺輯要であるから、孝和のいう天文大成は此管窺輯要である。建部賢弘の授時曆經術解なる写本にも、相減相乗しほしほの法、累裁だじょうの法等の語は屢々現われ、又管窺輯要も数個処引用されている。

さて戸板保佑の関算前伝第三十八はだじょう堞量伝第六といい、管窺輯要・だじょう堞量招差法と題して、管窺輯要卷八にある論日躔盈縮差にってんの全文を引用し、之によって實際問題を解いているのであって、跋文に

予從享保九年甲辰 遊于青木理先生之門 学数術及授時曆法 而後到十三年戊申 承国君之命而得貞享曆於遠藤七翁之家也 然不知だじょう堞量招差之法七八年 今拋管窺輯要考之 略通於其術如此

享保十六年辛亥正月廿八日 多植茂蕃書

後年註曰 此書唯察管窺之文 校之而已 此時括要算法未来於仙台書肆 故無知其術之詳者 後歷十餘年 括要来矣 於是だじょう堞量二法等 亦考得之 而後又歷数年 到京師 学だじょう堞量演段 極其奧秘者也

明和年中 戸板保佑撰

戸板保佑は植とも茂蕃ともいい、多々良姓である。文中青木理先生とあるは仙台藩の中西流算学の青木理右衛門長由をさす。遠藤七翁も亦仙台藩の曆学家で、七左衛門盛俊という。

之に依て見れば、戸板は初め孝和の括要算法を知らずして、専ら管窺輯要によって招差法の内容を知るを得たのである。

関算前伝第三十三はだじょう堞量伝第一で、其内に次の文章がある。

だじょう堞量二法序

夫<sup>だ</sup>堞<sup>だ</sup>疊<sup>だ</sup>有<sup>だ</sup>二<sup>だ</sup>法<sup>だ</sup>矣 有<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>堞 有<sup>だ</sup>定<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>堞 乃<sup>だ</sup>盈<sup>だ</sup>縮<sup>だ</sup>遲<sup>だ</sup>疾<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>算 謂<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>堞 長<sup>だ</sup>短<sup>だ</sup>多<sup>だ</sup>少<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>算 謂<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>定<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>堞 即<sup>だ</sup>是<sup>だ</sup>有<sup>だ</sup>二<sup>だ</sup>法<sup>だ</sup>也

蓋<sup>だ</sup>元<sup>だ</sup>郭<sup>だ</sup>氏<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>所<sup>だ</sup>術 出<sup>だ</sup>於<sup>だ</sup>管<sup>だ</sup>窺<sup>だ</sup>輯<sup>だ</sup>要 詳<sup>だ</sup>於<sup>だ</sup>括<sup>だ</sup>要<sup>だ</sup>算<sup>だ</sup>法<sup>だ</sup>也 然<sup>だ</sup>唯<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>堞<sup>だ</sup>法<sup>だ</sup>而<sup>だ</sup>已 未<sup>だ</sup>見<sup>だ</sup>定<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>堞<sup>だ</sup>法<sup>だ</sup>也……

又<sup>だ</sup>定<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>堞 謂<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>直<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>堞 或<sup>だ</sup>堞<sup>だ</sup>疊<sup>だ</sup>謂<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>招<sup>だ</sup>差

延<sup>だ</sup>享<sup>だ</sup>丁<sup>だ</sup>卯<sup>だ</sup>年<sup>だ</sup>六<sup>だ</sup>月<sup>だ</sup>初<sup>だ</sup>四 多<sup>だ</sup>植<sup>だ</sup>茂<sup>だ</sup>蕃<sup>だ</sup>書

そこで我々は管窺輯要に於ける問題の個処を記るしておこう。

**郭太史立招差法**<sup>1)</sup> 以<sup>だ</sup>推<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup> 列<sup>だ</sup>実<sup>だ</sup>測<sup>だ</sup>盈<sup>だ</sup>縮<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>各<sup>だ</sup>六<sup>だ</sup>段 亦<sup>だ</sup>以<sup>だ</sup>六<sup>だ</sup>除<sup>だ</sup>二<sup>だ</sup>至<sup>だ</sup>後<sup>だ</sup>所<sup>だ</sup>入<sup>だ</sup>初<sup>だ</sup>末<sup>だ</sup>限 得<sup>だ</sup>盈<sup>だ</sup>縮<sup>だ</sup>每<sup>だ</sup>段<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>日 各<sup>だ</sup>以<sup>だ</sup>段<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>日<sup>だ</sup>除<sup>だ</sup>各<sup>だ</sup>段<sup>だ</sup>下<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>差 得<sup>だ</sup>各<sup>だ</sup>段<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>差 是<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>雖<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>於<sup>だ</sup>一<sup>だ</sup>段 而<sup>だ</sup>較<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>各<sup>だ</sup>段 猶<sup>だ</sup>未<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>也 即<sup>だ</sup>為<sup>だ</sup>每<sup>だ</sup>段<sup>だ</sup>汎<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>積 以<sup>だ</sup>各<sup>だ</sup>段<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>差 前<sup>だ</sup>後<sup>だ</sup>相<sup>だ</sup>減 為<sup>だ</sup>一<sup>だ</sup>差 其<sup>だ</sup>得<sup>だ</sup>数<sup>だ</sup>尚<sup>だ</sup>未<sup>だ</sup>齊 乃<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>逐<sup>だ</sup>段<sup>だ</sup>漸<sup>だ</sup>少<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>分<sup>だ</sup>也 又<sup>だ</sup>以<sup>だ</sup>一<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>前<sup>だ</sup>後<sup>だ</sup>相<sup>だ</sup>減 為<sup>だ</sup>二<sup>だ</sup>差 而<sup>だ</sup>各<sup>だ</sup>段<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>得<sup>だ</sup>数<sup>だ</sup>齊<sup>だ</sup>矣 即<sup>だ</sup>以<sup>だ</sup>第<sup>だ</sup>一<sup>だ</sup>段<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>差 為<sup>だ</sup>汎<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>用<sup>だ</sup>本<sup>だ</sup>段<sup>だ</sup>二<sup>だ</sup>差 加<sup>だ</sup>減<sup>だ</sup>一<sup>だ</sup>差 為<sup>だ</sup>汎<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>差 以<sup>だ</sup>加<sup>だ</sup>減<sup>だ</sup>汎<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>差 為<sup>だ</sup>定<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>積 是<sup>だ</sup>即<sup>だ</sup>所<sup>だ</sup>謂<sup>だ</sup>定<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>也 以<sup>だ</sup>二<sup>だ</sup>除<sup>だ</sup>二<sup>だ</sup>差 為<sup>だ</sup>立<sup>だ</sup>差 加<sup>だ</sup>減<sup>だ</sup>汎<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>差 為<sup>だ</sup>定<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>差 以<sup>だ</sup>段<sup>だ</sup>日<sup>だ</sup>除<sup>だ</sup>之 為<sup>だ</sup>日<sup>だ</sup>定<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>差 即<sup>だ</sup>所<sup>だ</sup>謂<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>也 以<sup>だ</sup>段<sup>だ</sup>日<sup>だ</sup>再<sup>だ</sup>除<sup>だ</sup>立<sup>だ</sup>差 為<sup>だ</sup>日<sup>だ</sup>立<sup>だ</sup>差 即<sup>だ</sup>所<sup>だ</sup>謂<sup>だ</sup>立<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>也 其<sup>だ</sup>加<sup>だ</sup>減<sup>だ</sup>法 皆<sup>だ</sup>以<sup>だ</sup>後<sup>だ</sup>多<sup>だ</sup>前<sup>だ</sup>少<sup>だ</sup>者<sup>だ</sup>為<sup>だ</sup>減 前<sup>だ</sup>多<sup>だ</sup>後<sup>だ</sup>少<sup>だ</sup>者<sup>だ</sup>為<sup>だ</sup>加 是<sup>だ</sup>以<sup>だ</sup>求<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>法 置<sup>だ</sup>立<sup>だ</sup>差 以<sup>だ</sup>限<sup>だ</sup>乘<sup>だ</sup>之 併<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>差 再<sup>だ</sup>以<sup>だ</sup>限<sup>だ</sup>乘<sup>だ</sup>之 以<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>一<sup>だ</sup>除<sup>だ</sup>故<sup>だ</sup>一<sup>だ</sup>乘 立<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>再<sup>だ</sup>除<sup>だ</sup>故<sup>だ</sup>再<sup>だ</sup>乘<sup>だ</sup>也 蓋<sup>だ</sup>以<sup>だ</sup>平<sup>だ</sup>立<sup>だ</sup>二<sup>だ</sup>差 為<sup>だ</sup>消<sup>だ</sup>息<sup>だ</sup>之<sup>だ</sup>法<sup>だ</sup>用<sup>だ</sup>之 以<sup>だ</sup>減<sup>だ</sup>定<sup>だ</sup>差 其<sup>だ</sup>定<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>又<sup>だ</sup>与<sup>だ</sup>限<sup>だ</sup>相<sup>だ</sup>乘<sup>だ</sup>而<sup>だ</sup>得<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>者 以<sup>だ</sup>段<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>日<sup>だ</sup>与<sup>だ</sup>段<sup>だ</sup>積<sup>だ</sup>差 相<sup>だ</sup>除<sup>だ</sup>故<sup>だ</sup>也 所<sup>だ</sup>得<sup>だ</sup>盈<sup>だ</sup>縮<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>数<sup>だ</sup>与<sup>だ</sup>所<sup>だ</sup>測<sup>だ</sup>允<sup>だ</sup>合 此<sup>だ</sup>以<sup>だ</sup>三<sup>だ</sup>差<sup>だ</sup>立<sup>だ</sup>法 最<sup>だ</sup>為<sup>だ</sup>奇<sup>だ</sup>捷

即ち

$$\begin{aligned} \frac{\text{積差}}{\text{積日}} &= \text{汎平差積}, \\ (\text{一差}) - (\text{二差}) &= \text{汎平積差}, \\ \text{汎平積} - \text{汎平積差} &= \text{定差}, \\ \text{二差} \times \frac{1}{2} &= \text{汎立積差}, \\ \frac{\text{汎平積差} - \text{汎立積差}}{\text{第一段積日}} &= \text{平差}, \\ \frac{\text{汎立積差}}{(\text{第一段積日})^2} &= \text{立差} \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> 梅文鼎の言によれば、郭守敬の授時曆草には“依立招差”とか“依堞疊立招差”の語があるそうである。又彼の著には“堞積招差”なる語を用いている。梅氏叢書輯要 卷45、平立定三差詳説、卷41、歴学駢枝参照。



今

$$y = ax + bx^2 + cx^3$$

とし、 $x_k = km (k = 1, 2, \dots, 6)$  に対する  $y$  の値を  $y_k$  とする。 $x_k$  を積日、 $y_k$  を積差、 $z_k = \frac{y_k}{x_k}$  を汎平差積、 $\Delta z_k = z_{k+1} - z_k$  を一差、 $\Delta z_{k+1} - \Delta z_k = \Delta^2 z_k$  を第二差という。

即ち

$$z_1 = a + bm + cm^2, \Delta z_1 = bm + 3cm^2, \Delta^2 z_1 = 2cm^2$$

故に

$$\text{汎平積差} = \Delta z_1 - \Delta^2 z_1 = bm + cm^2, \text{汎立積差} = \frac{1}{2} \Delta^2 z = cm^2,$$

$$\text{汎平積差} - \text{汎立積差} = bm, \text{汎平積} - \text{汎平積差} = z_1 - \Delta z_1 + \Delta^2 z_1,$$

$$a = \text{定差}, b = \text{平差}, c = \text{立差}$$

とする。

此管窺輯要の文によって、戸板保佑の与えた例を取れば次の如し。

	盈縮積差	每段積日	汎平差積	一差	二差
	度	日			
小寒	0.7125	15	0.0475	0.0039	0.00027
大寒	1.3080	30	0.0436	0.00417	0.00027
立春	1.77435	45	0.03943	0.00444	0.00027
雨水	2.0994	60	0.03499	0.00471	0.00027
啓蟄	2.2710	75	0.03028	0.00498	
春分	2.2770	90	0.0253		

但し戸板は  $0^\circ 03943$  を  $\overset{\circ}{\text{三九四}} \underset{\text{三}}{\text{度}}$  (上を右にして縦にかく) の如く記している。

積差、限数なる術語といい、括要の招差法<sup>1)</sup>を上記の管窺輯要の文と比較すれば、前者が後者を通じて得られたものであることが、略ぼ明になるであろう。併し括要算法では、方法がよりよく組織化されて居て、管窺輯要のものを其儘踏襲したものではない。

序に支那に於ける招差法の発展について一言を加えておきたい。

清の梅文鼎は大統通軌及び授時曆草によって、明の大統曆法を明かにしたのが康熙元年(1662)であった。明史第三十二卷より第三十六卷にある大統曆五卷は彼の手になったのである。特に招差法については、別に康熙四十

<sup>1)</sup> 林博士、和算研究集録上巻、頁 264-265 参照。

三年(1704)に至って平立定三差詳説を著わした。之は彼の曆算全書及び梅氏叢書輯要卷四十五にのせられている。之等は其年代から見て勿論関孝和に影響していない。

3. 島田貞継の九数算法と柯尚遷の数学通軌 明の柯尚遷の数学通軌は万曆六年(1578)の著であって、程大位の算法統宗(万曆二十一年刊1593)に先だつこと十五年である。之は支那に於ては佚書の一つであって、我邦に伝わって保存されているのである。三上義夫氏は嘗て伊勢神宮文庫に一本を蔵し、其書の奥附には

天明四年甲辰八月吉旦 奉納  
皇太神宮 林崎文庫 以期不朽  
京都勤思堂 村井古巖敬義拜

とあることを報告された<sup>1)</sup>。

戸板保佑の関算後伝(安永九年1780)の第九十四、九十五は又数学通軌の鈔本である。之に依て安永明和頃には、我邦に伝来していたことが知れる。前田侯爵家の尊経閣文庫には二本を収蔵されている。

此書は算法統宗の如き著しい影響を和算史上に及ぼしていない。宮城清行の和漢算法(元禄八年1695)巻一に数原補説を引用し、村井中漸の算法童子問(天明元年序1781、四年刊1784)巻四には指南車に関することを引用している。即ち次の如し。

数学通軌に云「南夷来朝 周公作指南車与之 以金入水定其子午 後世依此作羅徑」

羅徑とは磁鍼なり。

然るに余は頃日島田貞継著九数算法(承応元年1652序、同二年刊1653)を繙いた際に、粟布第二、盈朒第七に次の引用句あるを見た。

粟布第二 唐氏曰 物有以多而易寡 価有以貴而易賤 於是有粟布則乘除互換之間 而多遂与寡相当 賤遂与貴相当 而数齐矣

盈朒第七 唐氏曰 盈者有餘 朒者不足 盈朒因其外露畸零可見之数 而推其中蔵隠雜不可見之数

然るに数学通軌の巻末に唐順之の六分論(分数に対する併分・減分・乗分・通分・除分・課分を六分という)のあったことを想起して、再び戸板の関算後伝の数学通軌の鈔本を調べて見たるに、上述の文句があるのを発見

<sup>1)</sup> 東洋学報第二十卷、昭和七年、頁230

した。但し第一句の「以多而易寡」の易が為となっているのは、伝写の誤であろう。

猶お九数算法の方田章では、算法統宗になくて数学通軌にある術語、長田・曲尺田・凸形田・凹形田が用いられている。

之に依て次のことがいえる。

**数学通軌は早く既に承応頃に我邦に入っていた。九数算法は算法統宗の外に、此数学通軌をも参照して作られた。**

九数算法が算法統宗によったものであることは、之を繙けば直ちにうなずかれる所であるが、猶お湯浅得之の直指算法統宗（訓点）（延宝四年 1676）の跋文に

於本朝 島田氏統宗班々捨集著九数算法

とある。方田・粟布・差分・均輸・少広・商功・盈朒・方程・句股の九章に分ちて、九章算術流に記述した和算書は之を以て初めとす。専ら漢文で記述されているもので、塵劫記の流をくむ和文による著述の多かつた当時であつては、異色のものである。

**4. 大成算経と李長茂の算海説詳** 大成算経は天和三年から宝永の末頃まで、関孝和・建部賢明・賢弘の三人が協力して編纂したものであるが、卷二に於て乗法・除法の種々の方法を列挙して説明を加えている。

乗法に於ては

重乗・更乗・截乗・孤乗・破頭乗・掉尾乗・隔位乗・穿乗・損乗・身外加法・身前加法

の十一種を留頭乗の外に挙げている。

特に破頭乗・掉尾乗・隔位乗の説明が記述されているのが注目するに足る。

算法統宗及び算学啓蒙には留頭乗・破頭乗・掉尾乗・隔位乗の語はあるが、留頭乗の外は何等の説明もなく、例えば算法統宗には

原有破頭乗 掉尾乗 隔位乗 總不如此留頭乗之妙 故皆不録

とある。然らば大成算経の説明は算法統宗・算学啓蒙以外の或書より得来たものでなければならぬ。余は明の李長茂の算海説詳を通読して、破頭乗・掉尾乗・隔位乗の説明を見るを得た。然かも此書が我邦に伝わったことは、湯浅得之の直指算法統宗（訓点）（延宝四年 1676）の跋文に

於異朝 綴拔此書 作算学群奇 又註解此書 名算海説詳 於本朝

島田氏統宗 班々捨集 著九数算法

とあることから明かであろう。石黒信由の算法書籍目録にも算海説詳が記

載されている<sup>1)</sup>。

併し<sup>しか</sup>以上の推測は most probable とはいえない。何となれば、猶<sup>な</sup>お別の書物が当時伝来していたことが考え得らるるからである。

それは次に述べんとする桐陵九章捷徑算法である。

5. 桐陵九章捷徑算法と盤珠算法 村瀬義益の算法<sup>ふつだん</sup>勿憚改（寛文十三年1673 跋，算学淵底記ともいう）の序文に

桐陵九章捷徑算法，算学啓蒙，直指統宗等は異朝の書なれば，たとへ考勘<sup>よむあたわず</sup>發明の人も文才なきは不能読云々。

とある。又関孝和遺編・括要算法の零約術による円周率の近似値の内に  $\frac{63}{20} = 3.15$  を桐陵法と名づけている。

是等の事実は既に三上義夫氏によって注意されたことであるが<sup>2)</sup>，猶<sup>な</sup>お建部賢弘の算学啓蒙諺解大成（元禄三年 1690）中巻，田畝形段門・第十問の註に次の文句がある。

故二桐陵九章田形ノ歌ニ云ク，蛾眉牛角無真数，更為弧矢勾梭評トアリ。

之によって桐陵九章捷徑算法なる書が寛文十三年頃に我邦に入っていたことが明かである。併し不幸にして現在此書は残存しないから，其中に果して破頭乗・掉尾乗・隔位乗の説明があったか否かは判らない。

支那では清の梅文鼎の梅勿菴先生曆算全書及び梅氏叢書輯要第五巻の方田通法序中に桐陵法の語があり，又捷田歌訣<sup>3)</sup>の割註に「出桐陵」とある。

原法歌訣 出桐陵

量田捷法少人知	不乘一数便留之	二弓折半六而一
三步之中用八歸	四步由来六歸是	五步還宜六八歸
六数四歸無走作	八上三歸無改移	十二将来折一半
十六三而加倍齊	二十四中随数喝	廿五中分六八歸
三十二上尤甚准	四因還要三歸	四十八上加一倍
八卦宮中誰得知	三歸八因尤甚准	勝如神見不差池
七二倍之加遍五	九十六上四因之	十五之中逢二八
七五之中四八歸	三七半時当八八	九弓加五四歸奇
十八折之加五定	三六之中加五施	此是明師真口訣
千金不度世人知		

<sup>1)</sup> 三上義夫，東洋学報第二十巻，昭和七年，頁 227

<sup>2)</sup> 三上義夫，東洋学報第二十巻，昭和七年，頁 229

<sup>3)</sup> 張作楠の方田通法補例巻一（翠微山房数学，光緒五年 1879）には此歌訣の説明がある。併し此歌訣には建部賢弘の引用句は含まれていない。

之は畝法二百四十歩であるから、整数  $n$  を二十四分した値を簡単に作る方法を述べたもので、田形の求積問題とは縁が遠いのである。

此方田通考の序中に

客歳之冬 従竹冠先生飲令弟楽翁所 得観先生捷田歌括 離寄出沒  
とあり、本文中には

原法二十有二 竹冠道士 衍為百二十有三 勿菴氏引而伸之 且三百  
八十有四也 倚数之妙 乃至斯乎

とあるから、桐陵の原法は上述の如く、二十二則であるのを、竹冠先生（梅文鼎の曆学駢枝には竹冠倪先生とある）は之を拡張して百二十三則とし、勿菴（梅文鼎）は更に之を拡張して三百八十四則にしたものが、方田通考に論ぜられているのである。

次に関孝和の七部書の一つ、「求積」は平積（平面図形の求積）二十五問、立積（立体図形の求積）三十四問を論ずるものであるが、平面図形の名称を挙げると：

平方，鉤股，圭，稜，三斜，四斜，三角，梯，簫，牆，<sup>せんれい</sup>箭翎，<sup>せんじやく</sup>箭箬，鼓，  
腰鼓，三広，<sup>かねじやく</sup>曲尺，<sup>ぼくとう</sup>幞頭，抹角，円，環，火塘，火爐，錢，帶直円，側  
円，扇，車輞，<sup>な</sup>弧矢，欖，錠，眉，覆月。

孝和の解見題之法には猶おな腕，牛角がある。

此の内

鉤股，圭，稜，斜，眉，欖，三広，鼓，<sup>せんれい</sup>箭翎，<sup>せんじやく</sup>箭箬，弧矢，覆月，扇，  
輞，錢，錠，環，牛角，梯

は算法統宗にあり，

腕田，簫田，牆田，<sup>かねじやく</sup>曲尺田

は楊輝算法中の田畝比類乗除捷法卷上にある。簫田は倒梯田，牆田は半梯田とある。

然るにしか幞頭ぼくとうなる術語は算法統宗，算学啓蒙，楊輝算法，数学通軌等にも見当らぬ。しかもかかる術語は邦人が考え附く底のものではない。

然るに余は近頃内閣文庫所蔵の

盤珠算法二卷，万曆元年(1573)徐心魯校

なる刊本を見る機会を得た。此書は李儼氏の明代算書目にもない所を見れば，支那には此書の記録は全然存在しないのであろう。我邦でも従来その記述が全然なかった。

此書の内容の紹介は他日に譲ることにして，該書中にある次の田形歌訣に

問題の二句もあれば、<sup>ぼくとう</sup>幪頭火塘等の術語も含まれていることを注意したい。

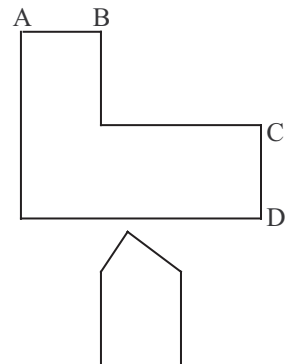
只因乘之法畝明  
 圭梭一折乘為積  
 勾股勾雖通方折  
 弧矢弦弓加入濶  
 梯斜田形兩頭併  
 円周自乘十二約  
 行周半乘乘為的  
 丈量惟有十六句  
 抹角通乘方正積  
 缺如方角乘無折  
**火塘**錢形乘通積  
 環軋磬明周湾折  
 鼓領一頭入中濶  
 三広倍中加二濶  
**娥眉牛角無真数**  
 以上諸形為法例  
 倍加零尺為分数  
 細詳丈尺乘為步  
 勢多櫛斜四不等  
 四円繩直砭膝界  
 径如一隅難方折  
 方昌内外尖円角  
 一画五問三尺古

直長与濶兩相乘  
 勾股半梭依例乘  
 量弦往作半梭形  
 折半再以濶相乘  
 南北東西併折乘  
 径自乘米七五乘  
 周径相乘四一停  
 更移法例通諸形  
 再乘抹角折除平  
<sup>ぼくとう</sup>幪頭曲尺兩田營  
 再乘裡步減餘盈  
 径相乘之積数成  
 折半乘中步数明  
 四而為一又長乘  
**更為弧矢勾梭評**  
 要從規矩折從横  
 丈尺併之步数成  
 壬梭弧弓亦同明  
 予裁捷法更濶停  
 科量中径如梭詳  
 是為一方兩片辺  
 半梭弧矢截量成  
 業擅専門的数明

<sup>しばら</sup>暫く余の想像を許さるるならば、此歌訣が桐陵九章捷徑算法にも記載され居りて、之から賢弘の引用が出て、又孝和の求積の術語が引き出されたのではないであろうか。余には之が尤も確率の多い推測であると思われる。

序にいう。<sup>ついで</sup>幪頭とは<sup>ぼくとう</sup>曲尺に於て<sup>かねじゃく</sup>ABとCDとが等しからざるものをいうことは、孝和の次の定義から明かである。

(<sup>かねじゃく</sup>曲尺) 兩濶不均者 二牆相接之形 謂之<sup>ぼくとう</sup>幪頭



然<sup>しか</sup>るに山路主任の図象志と名くる写本には、図の如き将棋の駒の不整な形を幞頭<sup>ぼくとう</sup>としてあるが、之は誤であろう。

幞頭<sup>ぼくとう</sup>のことは、呉敬著・九章詳註比類算法大全十卷<sup>1)</sup>（明景泰元年 1450）にも、又沈丹甫纂輯・簡捷易明算法四卷<sup>2)</sup>（表紙には算法統宗大全とある）にも記されているが、之は孝和時代に我邦に知られていたとは考えられぬ。

幞頭<sup>ぼくとう</sup>とは冠の一種であることは、唐書卷二十四、車服志十八に次の文句があることから明かである。

唐太宗嘗以幞頭<sup>ぼくとう</sup>起於後周 便武事者也 方天下偃兵 採古制 為翼善冠自服之又 製進德冠 以賜貴臣。

（昭和十四年三月一日受領）

「東洋数学雑誌」第一輯（第 46 卷，1940 年）所収

---

<sup>1)</sup> 呉敬字は信民。此書は算法統宗にも引用されている。静嘉堂文庫に収蔵されている十六冊本は、原版が焼けたが為め、其子及び孫が弘治元年（1488）に再刻したものである。

<sup>2)</sup> 此書は狩野文庫に収蔵、現在吾々の教室にある。

- 
- 『東洋数学史への招待——藤原松三郎数学史論文集——』（藤原松三郎先生数学史論文刊行会編、東北大学出版会，二〇〇七年三月）所収。
  - 原文はカタカナ書きであるが，読みやすさのためにひらがな書きにした。但し，引用文はそのままとした。
  - 読みやすさのために旧漢字は新漢字にし、適宜振り仮名をつけた。ただし、引用はそのままにした。
  - 仮名使いは新かな使いにしたが、引用文はそのままとした。
  - 一部の漢字については、新漢字によらず旧漢字のままとした。
  - PDF 化には L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub> でタイプセッティングを行い、dvi<sub>ps</sub>dfmx を使用した。

科学の古典文献の電子図書館「科学図書館」

<http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html>

「科学図書館」に新しく収録した文献の案内，その他「科学図書館」に関する意見などは，

「科学図書館掲示板」

<http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs>

を御覧いただくか，書き込みください。