物理的空間の実現

戸坂　潤

この論文は略々二年程前に書いた独立した旧稿の一部分であるが、当分書き改める望みもないので載せることとした。「物理的空間の成立まで」の後編と見てよい。

一

私は最初幾何学的空間の種々なる段階を極めて簡単に考えて見る。カントなどは幾何学の公理を量に関するものと考えたのであるが、幾何学の公理は必ずしも量に関するとは限らない。射影幾何学の体系はヒルベルトの所謂結合の公理、順序の公理、或いは又連続の公理（一般的にデーデキントの公理）の基礎の上に立つのであるが、かかる幾何学は純粋に性質のみを取り扱うべきものであり、量或いは数から全く独立したものであるべきことは多くの数学者の主張する処である。ポアンカレは之に反して、射影幾何学が直線に基き、直線は計量を予想するが故に、それは純粋なる性質的幾何学でないと云う。「計量によらぬ限り即ち尺度と呼ばれる道具を線の上に滑らせることによらぬ限り、その線を直線と確定することは不可能である。かくの如き尺度は即ち計量の道具なのである」(Dernières Pensées, p. 58.)。即ち直線は計量によって始めて曲線から区別され得るが故に計量的であると云うのであるが、若しナトルプなどの考える如く根本形像 Grundbild としての直線が項と項との関係の絶対的一義性として他の線から論理上区別されるならば (Die logische Grundlagen d. exakten Wissenschaften, S. 294 u. a. O.) 直線は直線なるが故を

以て必ずしも計量的とはならないであろう。ともかくも純性質的幾何学の存在はこれによっては否定されるものではない。私はポアンカレに従って（同上）純性質的幾何学としての位置解析をも挙げることが出来ると思う。先に直観がとった位置をばこの場合には連続が占めるのである。かかる種なる性質的幾何学は併し、経験の対象に対して直接に応用されることは困難であるが、然らばそれは如何なる方法を以て経験の対象に用いられるべき幾何学の特質を発揮するのであるのか。

射影幾何学は一般に純性質的であると考えられるのであるが、今二つの特定の構成法によって一直線上の点の位置を定めることを夫々和及び積と定義すれば、任意の単位をとる時、この直線上の一点を除く総ての点はかかる和及び積に関して一の領域 field を構成すると考えられる。然るに一方に於て数組織もかかる領域を構成する数から成立し得るがゆえにかかる数組織は又一つの領域であり得る。それ故もし直線上の点の領域と数の領域とを isomorvarphic の関係におくならば直線上の一点を除く総ての点を数に対応せしめ、之を数と全く同様に論じ得るであろう（Veblen a. Young, Projective Geometry, Vol. I. による）。之は Cayley によって始められたる Projective Metrik であり、性質関係と数の関係とを対応せしめることによって純性質的幾何学を離れるが如く見えるであろう。人は茲に数或いは数に相当する概念が含まれて来るのを見るであろう。従って一定の基本点或いは単位に基いて座標をとり、之に干与せしめて点の位置を決定し得るであろう。併しながらその理由によって直ちにこれを計量的幾何学であると云うことは出来ない。何となれば直線上の点が如何に数と対応するにしてもかくして得られたる点の関係は決して量的関係ではなくして依然として性質的であるからである。射影幾何学の空間は距離の概念を含む外延量ではあり得ない。普通ある要素を数と対応せしめることを計量と呼ぶのであるが、それはかかる対応が直接的である時にのみ許される。それ故 Projektive Metrik に於けるが如く一定の性質的構成法に基いて始めて可能となる間接的対応に於ては数との対応は直ちに計量ではない。然らば数との対応が直接であるとは何を意味するか。

普通云われる数と空間との対応は数学にとっては最も直接なるものと考えられる。一つの順序型としての実数の連続は直ちに空間の連続であると共に、直線上の点の集合の濃度は又直ちに実数の濃度である。而してただこれのみに止らず数の単位を空間の任意の延長に対応せしめることによって数の全体と空間の全体とを対応せしめることが出来る。この事実は数学が極めて当然なるものとして予想せる処であり、ただ哲学のみが之を研究の対象となし得るのであるから、Projektive Metrik に於ける数学的手続きを経たる対応に比してより直接であるといわねばならぬ。併しかくの如く数と直接に対応する空間は延長を含むものである以上単に性質的なるものではなくして又量的関係を含まねばならぬ。カントが「延長の学」と考えた幾何学はかかる外延量としての空間の学であると思う。即ち空間はただ外延量としてのみ数と直接に対応しうるのであり、茲に始めて計量が成立し、かくしてこの幾何学は所謂計量幾何学となる。計量幾何学としての種々なる幾何学、即ち抛物線的、双曲線的、球面的、及び楕円的幾何学は (Sommerville, Non-euclidean Geometry, p. 89 参照) それ故総て合同の公理を含み、線及び角の大小、同等の関係をもつのであるが、ただ平行線公理の如何によって相違するものである。量としての空間がかくの如く数と直接に結合するならば、その当然の発展として、空間の任意の一点を原点とし、之に干与して点の位置を計量的に決定する処の座標が可能となるであろう。この座標幾何学は云うまでもなくデカルトに始まるのであるが、リーマンはより一般的に「多次元的に延長せる量の概念を一般的量概念によって構成する」ことを試み、微線分 ds が不変であり得る限りの座標の可能的変換について考えた (Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen.)。計量的幾何学の種々なる区別はかかる変換によって導かれる曲率に依存するのである。独り曲率が任意の計量幾何学的空間の全体に渡る常数であり得るばかりではなく、空間の種々なる位置に於ける微線分に夫々固有なる常数でもあり得る。即ち空間の各部分はかかる固有の常数によって、即ち座標の特質によって特徴づけられるのである。それ故量と数との直接の対応による**計量幾何学の空間**は、**かくの如き計量の座標としての空間**であると云わねばなら、

ぬ。幾何学一般が経験の対象に用いられるべきものならば、それは計量の座標としての空間に就いての幾何学のこの形に於てでなければならぬ。又それと同時に経験の対象が幾何学一般の基礎の上に立つべきものならば、それは座標に就いて計量されたる内容としてでなければならぬ。

二

物理学に対して幾何学が他の数学に比して独特な仕方を以て応用されるのも亦計量幾何学の形に於てでなければならぬ。計量幾何学のみが空間と数との直接の対応を可能にし、従って本来の意味に於ける座標を要求する。それ故物理学の対象が幾何学の基礎の上に立つ場合にはかくの如き計量の座標に干与して計量されたるものとして表わされねばならぬ。物理的空間は計量の座標としての幾何学的空間を通じて求められねばならぬのであろう。

幾何学は云うまでもなく先験的科学である。その対象たる点、線、面の如き要素とその間の種々なる関係は経験と共に始まると考えられ得るにしても経験に対して始めてその妥当性を得るものでは決してない。それが経験に応用されるか否かは幾何学それ自身の関する処ではない。力学は之と同じ意味に於て先験的であるとは云えないと思う。キルヒホフが力学とは自然に於て行なわれる運動を余す処なく最も簡単に記載する運動学であると云った如く、力学は経験と関係することに於て初めてその妥当性の意味を得る。素より同じく力学と呼ばれるものにも種々なる段階があり、従ってその先験性にも種々なる区別があるであろう。若し力学の体系が一定の定義乃至公理から演繹されるならば、その限りに於いてそれは先験的と呼ばれるでもあろう。併しそれにも関らずその定義によって定義される概念は経験が要求する処のものであり、その公理は又経験が与える自然法則でなければならぬ。カントが経験的自然法則と一般的自然法則とを区別し後者を経験に先立ちその可能の制約であると考えるならば（Prolegomena, §36 其の他）私の考える力学の法則は後者に非ずして前者に相当する。たとえ後者がニュートン力学の三つの法則

に当るものと考えられるにしても先験的総合判断としての後者とニュートンの三つの法則とは直ちに同じではないであろう。のみならず仮に力学のこの根本命題を先験的に導き得るとしても、それはなお経験の制約でなければならぬ。経験との関係を断つ時力学に於ける定義乃至公理も先験的根本命題も全く無意味とならねばならぬ。ヘルツの云う如く力学は単に論理上真 zulässig であるべきのみならず体系自身に合致し zweckmässig 能く経験と一致 richtig せねばならぬ。それ故たとえ力学に先験性を許すにしてもあくまで之を数学の先験性と区別せねばならぬ。幾何学的空間が計量の座標として力学乃至物理学に応用されるならば、物理的空間は如何なる経験的制約の下にその特質を発揮するのであるか。

　ヘルツはその『力学の原理』の序論に於て最も完全なる力学形像は互に独立なる空間、時間、及び質量の三概念の結合から成立するものとし、空間と質量との結合に基くものを「物質体系の幾何学」（即ち静力学）と呼び、空間と時間との結合に基くものを運動学とした。而して三者が総て結合することによって成立するものを「真の力学」と名づける。「物質体系の幾何学」に於て空間概念はかくの如く質量と結合しているのであるが、たとえ質点が純粋に思惟によって一種の徴標 Merkmal と定義されるにしても、経験との一致 Richtigkeit を持たぬならばそれは全く意味を失う概念である。質量はそれ故経験的概念と云わねばならぬ。従ってこの空間は幾何学に於ける計量の座標以上に何等かの物理的内容を持たねばならぬ。幾何学に於て単に座標の平行的変換と考えられるものは茲に於ては質点の移動 Verrückung の概念となる。値の変化が形体の変化を意味する形体座標と、それが体系の移動を意味する絶対位置の座標との区別の如きは、座標を質点の体系、即ちある物理的内容を含む座標として認める時に於てのみ初めて意味を持ち得るであろう（Hertz, Prinzipien d. Mechanik, S. 58）。私は茲に幾何学に於てとは明らかに異る座標を見出すものである。

　空間と質量との結合に比しては、運動学に於ける空間と時間との結合はより先験的であるかの如く見えるであろ

う。吾々は空間の座標の任意の二軸をとりその一つを例えばX軸とし、他を時間のt軸になぞらえれば、空間と時間との関係を恰も幾何学が平面に於て曲線を論じると全く同様に取り扱い得るであろう。$\dfrac{dx}{dt}$と$\dfrac{dx^2}{dt^2}$を経験的概念としてではなく純解析的概念としてさえも論じることが出来るであろう。併しながら空間と時間とを結合することは何によって保証されるのであるか。カントの云う如く経験は時間と空間との直観形式の上に於て始めて可能であるが、逆にこの時間と空間との結合はただ経験に於てのみ見出し得ると思う。もし時間と空間との結合に何等かの積極的理由があるならば、それは経験に由来せねばならぬ。運動の概念こそこの結合を保証するものである。勿論運動の概念は必ずしも経験的ではないと思われるでもあろう。幾何学に於て二つの図形が合同である時之を証明するものは運動の概念であろう。而してかかる運動が経験的では無いことは明らかである。併し近代の幾何学はかかる運動の概念さえも極力排斥することによって初めて純粋となり得る。それ故運動は本来全く経験的概念でなければならぬ。従って空間と時間とのこの結合は決して数学に於けると同じ意味に於て先験ではあり得ない。即ち時間と結合せる空間は経験的概念としての運動が依って以て行なわれるべき座標であると云わねばならぬ。併しながらたとえ運動の概念や移動の概念が経験的であるにしても、その故に直ちにそれが経験的規定を含むとは考えられない。この意味に於て空間はこの場合なお先験的と考えられる。

ヘルツの所謂「真の力学」はガリレイに始まったものと考えられる。ガリレイは加速度特に重力の研究に於て時間、空間及び質量の関係を発見したと伝えられる。併し彼にとって力は単に重さに過ぎなかった為めに彼の力学は全く力の概念を含まない (Mach, Mechanik in ihrer Entwicklung, S. 117 ff.)。之を力学の基礎概念の一つとした者はライプニッツ乃至ニュートンであり、後者の掲げた他の三つの概念とダランベールの原理と相俟って力学の体系を形ちづくるものである。併しかかる力概念は運動の原因ともその結果とも考え得るが故に不定であると云わねばならぬ(同上 S. 34)。それ故力学は依然として空間、時間及び質量の三概念のみの結合の上に成立すべきものと考えられる。

キルヒホフは空間、時間及び物質を以て自然に於ける運動を記載するに必要にして充分なりと考え、質量の概念と運動の原因としての力の概念を単なる補助手段に過ぎぬとして力学の基礎的概念の外へ駆逐した (Vorlesungen über mathematische Physik, I.)。併し又之に反して力の概念は空間と時間とが然るが如く、吾々の自然認識の一形式であるとも考えられるであろう。凡ゆる運動現象の種類を分ち、その総てに共通する典型的なるものとして力の概念を見出すならば、力学とは寧ろかかる運動と力との学であるとも云えるであろう (Hamel, Elementare Mechanik.)。それ故何れにしても力学の空間は時間、質量、物質、力等と結合し得べきものである。而して空間と質量とを結合するものが移動の概念であり、之と時間とを結合するものが運動の概念であったとすれば、茲に述べられたる結合は何が与えるものであるか。ヘルツによれば運動学と静力学は「カントの意味に於て先験であるが」之に反して「真の力学」は経験的であると考えられる。前者の時間と空間は「直観と思惟」に基き、後者のそれは経験から来るものであるから (同上 S. 53, 157)。前者と雖も数学と斉しい先験性を持ち得ないことは已に述べたのであるが、それが後者に比してなお先験的であると考えられる理由は、全く後者が経験の法則に基くことにあると考えられねばならぬ。固より力学乃至物理学の法則にも種々なる価値の段階があり得るが、如何なる原理も如何なる法則も茲では総て経験的法則でなければならぬ。一般にガリレイに由来すると云われる慣性の法則も、最小作用の原理も総て経験の法則に外ならぬ。かかる経験の法則こそ力学に於ける空間と他の諸概念との結合を初めて与え得るものである。それ故力学の座標としての空間は経験的法則を負い、それによって初めて力学体系の根本概念となり得る。ガリレイ・ニュートンの力学に於て採用されたる座標がそれ故ガリレイの慣性法則が其処に行なわれるという意味に於てガリレイ座標と呼ばれるは不当ではないであろう (Einstein, Ueber die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie, S. 8)。

　私は幾何学的空間が計量の座標として応用への道を開くことを述べたのであるが、法則を含むことによって時間、

質量、物質、力等の概念と結び付く力学に於けるかの如き物理的空間は然らば如何なる座標と云うべきであるか。プランクが「測定し得るものは又存在する」と云った如く、物理学の対象は凡て経験的に測定されることによってのみ存在する。法則も経験的に測定されたる量よりなる方程式としてのみ与えられるべきである。而してかくの如く経験的に対象の量を決定する標準が即ち力学の座標に外ならぬ。力学の座標の原点は尺度を以て測定せんとする観測者の立脚点を意味する。法則はこの立脚点から測定されたる量の一定の関係に相当する。それ故私は物理的空間を幾何学的空間から区別して測定の座標と呼ぶことが出来るであろう。キルヒホフが運動を記載するというのもかかる測定の座標に干与して行なわれるべきものであると思う。アインシュタインの所謂実際幾何学 praktische Geometrie (Geometrie und Erfahrung.) もかかる空間に於ける幾何学であると思う。而して測定の座標としての空間は測定の原理であると共に、それ自身が経験的に測定されたる空間でなければならぬ。何となればある対象を座標に干与して測定するとは、対象の空間的量自身を決定することに外ならぬからである。座標は原点を通過する軸の体系であると考えられると共に、之に干与して決定されたる数値でもあるからである。其故力学に於ける物理的空間は測定されたる空間内容を意味せねばならぬ。ある一定の理論的なる経験的測定の方法の基礎の上に立つ科学の内容としての空間は、かの実空間 voller Raum として幾何学の虚空間 leerer Raum から区別される空間と考えられる (Cassirer, Zur Einsteinische Relativitätstheorie, S. 7 ff.)。幾何学が物理学に対してなし得る独特の応用を吾々は茲に於て見ることが出来るであろう。計量から測定への推移はただ空間的なるものを含むもののみが可能にする。他の如何なる数学もこの特徴を持つことは出来ぬであろう。私の問題は物理的空間のこの特質が如何に徹底し又発展して行くかを探ねることに集中する。相対性原理は最もよく之を明らかにするであろう。

三

幾何学に於ては凡ての二つの座標の間の変換の条件を予想せずして二つ以上の座標をとることは独り無意味であるばかりでなく、又不可能なことである。もし之を許すとすれば幾何学の対象はその統一を失わねばならぬであろう。かかる意味に於て幾何学の座標はただ一つであると考えられる。併しながら力学に於ては必ずしもそうではない。測定の座標は観察者の立脚点を意味する。それ故吾々は経験に従って二人以上の観測者を同時に想像する時二つ以上の座標をとることが必要となるであろう。而もこの場合何れの座標も他の凡ての座標を自己に干与して測定することによって各々独立なる対象界を構成すると考えられねばならぬ。固より二の座標の相対的位置が不変であると想像する時は一を平行移動せしめることによって他に一致せしめ、かくして凡ての座標系を一つの座標系へ幾何学的に還元し得るであろう。併しもし両者の相対的位置が変化し得ると想像するならば、両者は物理的に区別されることを要求せねばならぬ。即ち力学に於ては同時に二つ以上の測定の座標をとることが必要である。それ故物理的空間は二つ以上ありうると考えねばならぬであろう。吾々はかかる空間の間の関係を如何に考えるべきであるか。ある特定の空間が他に対して何かの特異性を持つことは可能であるか、或いは然らずして凡ての空間は同一の権利を持つのであるか。換言すれば何等かの絶対的空間が存在するのであるか、或いは凡ての空間は相対的であるか。ニュートンは回転せる水桶の水面が漏斗状をなす経験的事実を根拠として、移動は相対的であるが回転運動のみは絶対的であると考えそれ故絶対的空間は可能であると主張した。併しかかる絶対的運動に対しては吾々はマッハと共に之を疑う余地が充分あるとも考えられる。もしこの現象がその原因を回転運動に持つのではなくして何等かの他の条件に之を帰すると想像するのも難くはない。カントの如きは wahre Bewegung と absolute Bewegung とを区別し、回転運動は前者であるが後者ではないと云う。又カントが吾々の意味に於ける絶対的空間を否定したことは多くの人々の主張する処であろう（Schneider, Das Raum-Zeit-Problem bei Kant und Einstein 参照）。L. Lange の慣性体系 Inertialsystem やノイマンの α 体は運動の絶対性を通じて同じく絶対的空間の可能を主張する（A. Müller, Das Raumproblem, S. 20 ff. 参照)。ノイマンはガリレイの慣性法則によって放任されたる質点が直線を画くためには、運動の直線を一義的に決定することを必要とし、その唯一なる標準としてα体の存在を要求する。あらゆる時間を通じて不変なる絶対的剛体を要求する。而してα体は一点を過る垂直なる三直線と考えられ経験的には漸近的に決定され得べきものである (Ueber die Prinzipien der Galilei-Newtonischen Theorie.)。即α体はかかる物理的座標としての絶対空間を意味する。今もしα体が之に対して直線的に等速度運動をなす他のα体によって置き換えられ得るならば (S. 30) α体の必然性はただ回転運動に対してのみ起り得る。吾々はニュートンの考えに対すると同一の態度を繰り返えすのみで足りるであろう。のみならず彼の主張する如くα体はガリレイ・ニュートンの理論が要求するものであり、而もこの理論がある任意なるもの Willkürliches と見られるならば、α体の存在は必ずしも必然的ではないであろう (S. 22)。かくして絶対的運動に基く絶対的空間の可能性は力学的に排斥されるが如く見えるのであるが、他方マクスウェルの研究に従えば、電線に対して磁石が動く時磁石の周囲に電気が生じるのに反して磁石に対して電線が動く時電線には電動力が働くことを知るであろう。電磁気現象に於けるかくの如き不整合は絶対的運動を従って何かの絶対的空間を暗示せねば止まぬものである。吾々はその可能性を単に力学的に否定すべく説明することは困難であるから (Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper.)。併しながらかかる困難にも関らず、プランクの云う如くもし物理学が世界形像の統一を要求するものならば、それは必ず彼の所謂擬人化を脱することを第一に要求せねばならぬ (Einheit des physikalischen Weltbildes)。即ち観測者の個人的特異性を捨て去ることによりて始めて客観的なる物理的法則に達し得るのである。換言すれば観測者はその立脚点の、即ち物理的空間の、特異性を即ち絶対性を捨て去ることによって始めて統一ある法則に達し得るのである。物理学に必然的なる法則のかかる客観的統一、即ち其の絶対性は、必然的に空間の相対性を要求するものである。

　ガリレイ・ニュートンの相対性原理によれば空間座標が之と一定の速度を以て相対的に運動しつつある他の空間

座標に変換される時、時間座標は変換されずして不変に残るものと仮定される。併しこれはどれ程の積極的理由を持つのであるか。時間は如何なる測定の座標に干与しても同一であるということ、即ち絶対的時間の仮定がそれである。併し時間のかかる絶対性は思惟によっても経験によっても保証されるとは思われない。云われる如く光速度を超えた速度を以て人が地球を出発すると仮定すれば彼は結果の次に原因を見るでもあろう。ポアンカレの云う如く時間の順序が因果関係を決定すると考えられると共に、因果関係が時間の順序を決定するとも考えられる（La-Valeur de la Science, p. 49）。少くとも時間は斯の如く相対的であると云い得るであろう。測定の座標としての空間はすでに述べた如く同時に又測定されたる空間であるが、時間も之によって測定する時それは又測定されたる時間である。空間の相対性が要求される如く時間の相対性も之によって要求される。即ち吾々は時間を物理的に定義せねばならぬ。換言すればかかる定義は実験的に時間を決定する方法を与えねばならぬ (Einstein, Ueber die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie, S. 14)。アインシュタインは同時性 Synchronismus の概念を次の如く定義した、二つの座標系A、Bがある時、光がAからBに達するに要する時間とBからAに達するに要する時間が等しい時、時間はAとBに共通である。即ち光線がAのt_A時にAからBに向って発し、Bのt_B時にBに於て反射し、Aのt'_A時にAに帰る時、$t_B - t_A = t'_A - t_B$ならばAとBの時間は同時的 synchron である (Zur Elektrodynamik bewegter Körper)。又彼はAを発した光とBを発した光とが直線$\overline{AB}$の中点に於て相会う時、光はA、Bを同時に gleichzeitig 発したものであると定義した (Ueber d. sp. u. allg. R-T., S. 17)。かくして彼は時間の測定の凡ての規定即ちその同時性と同時、従って時間量の相等を完全に物理的に定義したのである。この定義はそれ故実験的方法を予想し、その結果として光速度なる経験的内容が来されて来るのを注意せねばならぬ。もし時間を絶対的と見る限りかかる事情は無意味であり又不可能である。ガリレイ・ニュートンの相対性原理によれば光速度は一種の電磁気現象として一定であるべきである。それ故光線と共に進む媒質と之に逆う媒質とによって光はその速度を変え

る筈である。併しフィゾーの実験が示す如く水の流れに従う光線も、その速度は単に之に水の速度を加減したものとは等しくない。而してマイケルソン・モーリの実験によれば光速度は観測者の速度の如何に関わらず恒常でなければならぬ。それ故光速度の恒常は単なる現象ではなくして寧ろ法則と呼ばれるであろう（E. Cohn, Das Physikalische über Raum und Zeit.）。かかる光速度恒常の法則と法則一般の絶対性とはアインシュタインの特殊相対性原理の二つの公準であり、かのローレンツ変換は之によって理論的に導かれ得る。ローレンツ変換によって電場は電動力に、電動力は又電場に変換され得るが故にマクスウェルの電力学に於けるかの不整合はもはや不整合ではなく従って絶対的空間を意味するものではあり得ない。物理的空間は凡て相対的である。のみならずローレンツ変換に於ては、空間は測定されたる長さそのものにも相対性を見出さねばならぬ。即ち測定の座標として何等の特異性を持たぬという意味に於ける空間の相対性は、同時に測定されたる空間の相対性である。時間の相対性も全く同様に見出すことが出来るであろう。然らば時間と空間との関係は如何に考えられるのであるか。空間軸のローレンツ変換は時間軸のそれを必然的に伴い、且つ互に他の軸の変数を含むのであるが、任意の座標系に於ける時空の座標系のある一定の結合の数値は、之にローレンツ変換を行なって得たる他の座標系の同一の結合の数値と同一となるのであるから、この数値は常数となる。この一定の結合の関係は四次元空間に於ける球又は二面的双曲面体の方程式を与えるであろう。ミンコーフスキーはかかる四次元空間を世界と呼び、ローレンツ変換はかかる世界の座標軸の変換、特にその回転の群 G_c に外ならぬことを明らかにした（Raum und Zeit.）。彼の図形に従えば一定の範囲に於ける世界の凡ての点はかくの如き変換の適当なる選択によって原点と同時の状態に置かれ得る。時間は空間軸の択び方によって少くとも一定の範囲に於ては同時とも前後ともなり得るのである。かくして時間と空間との内面的結合は世界に於て最も明らかに云い表わされるのを見る。時間も空間もそれ自身独立し得るものではなく両者の結合する世界のみが独立性を持つであろう（同上）。

世界と物理的空間とは如何に関係するか。後者が物理的法則の意味を負うことはすでに述べたのであるが、世界に於て法則は如何なる位置を占めるのであるか。ガリレイ・ニュートンの相対性原理は、ニュートンの力学の三法則に就て妥当するにしても、電磁方程式については妥当し得ない。アインシュタインの相対性原理は歴史上後者に就いても妥当すべく生まれたる理論に外ならぬ。それ故に独り力学の法則のみならず又電磁気学の法則をも含むことに於てその存在の理由を持つであろう。かくしてミンコーフスキーによれば「物理的法則は世界線の交互関係として其の最も完全なる表現を見出すべきものであり」、それによって「群G_cの変換に相当して座標系を変換しても自然法則の方程式が不変であり得るのである」、もし四次元の世界に於ても方向ある線分をベクトルと呼ぶならば法則はかかるベクトルの関係として与えられてるであろう。速度、加速度、力等も固有時に関してとる時かかるベクトルとして表わされうるものである（同上）。世界それ自身が電磁気学の法則を負うことによって歴史的に成立し得たのであるが、それは又一般的にかかるベクトル乃至その結合を、即ち凡ての自然法則を不変にすべき性質を持っていなければならぬ。而もかかる「絶対的世界の公準」は逆に凡ての法則がかかる世界に於て不変であるべく形づくられることを要求するであろう。かくして世界はやがて法則の裏であるとも云い得ると思う。さて人は世界と法則とのこの関係が物理的空間と法則との関係のより本質的なる姿であるということを承認しないかも知れない。世界に於て空間と時間とが如何にその独立を失うにしても吾々は種々なる点から見て両者の区別を否定することは出来ぬであろう。のみならず仮に世界を物理的空間とするにしても世界は物理的空間そのものではなくして多くの物理的空間の一つの統一に過ぎないとも考えられる。併し乍ら吾々はまだ物理的空間が如何なるものであるかを決定していない、寧ろ探究の途中にあるものである。それ故この世界を物理的空間ではないと考える理由はどこにも無い筈である。従って世界を物理的空間の持つ最も深い意味であると考えることを妨げるものはどこにもあり得ない。私は寧ろ世界こそ物理的空間の最後の形としての「世界空間」であると思う。之を単に„Fiktion"と見ることは

好ましくない。私は之を確立するために世界空間の特質を更に明らかにしようと思う。

四

すでに述べた如く、運動は総て相対的であるべきである。独り一定速度の運動のみならず、あらゆる加速度運動に関しても相対性が要求されるであろう。特殊相対性原理は一般相対性原理に迄拡張されねばならぬ。而して「経験の教える処に従えば、凡ての物体に同一加速度を与えるという特質を持つ一つの力の場が存在する。かかる特殊なる力の場は即ち重力の場に外ならない。それ故、一般相対性原理の徹底は同時に一種の重力説とならねばならぬ」(Einstein, Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie)。従来の力学に於てはかかる重力による重力質量が物質の惰性による惰性質量と等しいということは必ずしも認められなかったとは云えぬにしても少くとも明言される程に注意されてはいなかった。併しながら「経験の教える如く、与えられたる重力の場に於いて加速度が物体の性質や状態の如何に関らず常に同一である以上、重力質量の惰性質量に対する比は如何なる物体についても同一でなければならぬ。それ故もし適当なる単位を選ぶことによって、この比を一とするならば一物体の重力質量と惰性質量とは同一であると云い得るであろう」(Ueber d. spez. u. allg. R-T.)。惰性の法則は点の運動行程が最短線 geodetische Linie であるべきことを云い表わすものとも考えられるのであるが、惰性質量は従ってその内にある意味に於ける空間的関係を含むことは容易に想像されるであろう。惰性質量と重力質量とのかくの如き同値 Äquivalenz はそれ故重力と空間とのある一定の関係を暗示せねば已まぬであろう。

一つの静止せる座標系に干与して測定する時加速度運動をなすと見做される他の座標系は、固有なるそれ自身の座標に干与して測定される時明らかに静止せるものと見做される。而して後者によれば前者が却って同じ加速度運動をなすものと見做されるであろう。即ち吾々は座標系を取捨することによって、即ち座標を変換することによっ

て体系の加速度を消し得ると共に、之を生産し得るものと考える。云い換えれば加速度は世界空間の座標軸の適当なる変換によって生じ或いは消え得る処の相対性を持つものである。アインシュタインによればかくの如く世界空間の軸の変換によって起こされたる加速度、即ち力の場は、凡て重力に相当するものであると仮定される。回転運動に於ける遠心力乃至求心力と雖もかかる重力の一種に過ぎない。それ故かの同値の原理は今や世界空間の軸の変換即ち測定の座標系の変換と、重力の場との同一を意味することとなる(Eddington, Report on the Relativity Theory of Gravitation, p. 19)。

併しながら例えば物質によってその周囲に起こされると考えられるニュートンの意味する重力の場の如きものは、如何なる座標系に干与することによっても決して変換し去るWegtransformieren ことは出来ないであろう。かかる重力の場はそれ故、単なる座標の変換によって、特殊の場合なるガリレイ座標から導かれうる先の特殊なる重力の場とあくまで区別されねばならぬ(Die Grundlagen d. allg. R-T.)。ただ前者が尺度、時計及び運動自由なる質点に対してなす作用は、後者のそれと同一の法則に従うということを仮定し得るのみである。それ故ガリレイ座標の変換によって導かれたる重力の場に於て其の時間空間の関係を求め、之を如何なる座標に干与しても妥当すべき法則に構成するのみではまだ不充分である。かかる法則はなお一般的なる重力の法則とは云われない。それ故重力の法則はより一般的なる立場から一定の条件の下に於て求められねばならぬであろう(Ueber d. sp. u. allg. R-T.)。ミンコーフスキーの云う如く世界空間に於て法則はベクトル(第一階級のテンソル)の不変なる関係として与えられる。即ちより正確に云うならば、それは一般にテンソルよりなる共変的微分方程式として与えられる筈である。重力の法則も固よりかかる方程式として求められねばならぬ。今ガウスの表面座標x_μ、x_γに関して微線分dsは、一般に$ds^2=\sum_{\mu\gamma} g_{\mu\gamma}dx_\mu dx_\gamma$の関係を持つ。$\mu$、$\gamma$を1、2、3、4とすればこの$ds$は世界空間の微線分に外ならぬであろう。而してかかる$g_{\mu\gamma}$は一般にdxの関数であるから、それは世界空間の数量的性質即ちその歪みとも云うべ

きものを意味し、吾々はこれを重力のポテンシャルに相当するものと考えることが出来るであろう。次に又この $g_{\mu\gamma}$ は Tensorkalkül に従う時一種の共変的テンソル、即ち基本テンソルとなる。それ故重力の法則はかかる $g_{\mu\gamma}$ よりなる共変的関係として与えられねばならぬということが帰結する。$g_{\mu\gamma}$ 及びその導来関数よりなるリーマン・クリストッフェル・テンソル $B^{\rho}_{\mu\gamma\delta}$ の消滅は先ずかかる共変的関係として与えられる。単なる座標の変換によって起こされたる重力の場に於てはこの関係が満足されるであろう。何となればこの関係は g が常数であるための必要にして充分なる条件であるから (Eddington, Report p. 39 a. 42)。即ちそれはユークリッド空間の存在、換言すれば恒常なる重力の場を含まぬ世界の関係を示すのであるから。それ故重力の一般的なる法則は $B^{\delta}_{\mu\gamma\delta} = 0$ に比してより一般的であり、而も前者が満足される時満足される筈のものでなければならぬ。アインシュタインは $B^{\delta}_{\mu\gamma\delta} = G_{\mu\gamma} = 0$ をかかる一般的法則の方程式であるとした。人はこれから種々なる方式を導き、重力と空間との関係を具体的に示し得るであろう。

単なる座標の変換によって生滅し得る重力の場が世界空間の軸の変換と同値であることはすでに明らかであるが、以上のことからして少くとも、一般の重力の場はかかる軸の変換と同値であると考えることは出来ない。世界空間の数量的性質を云い表わすべき $G_{\mu\gamma}$ が同時に重力のポテンシャルであるということは何を意味するか。かかる事情の下に於ては、世界空間の軸の変換のみならず、世界空間それ自身が重力の場と同値であると云わねばならぬ。ただに測定の座標としての多くの空間の統一として重力の場の生滅の関係を含むのみならず、世界空間それ自身が直ちに重力の場でなければならぬ。私は世界空間の全く新しい特質を茲に発見する。重力の場のあるものは物質の周囲に起こされたるものと考えられる。重力の場が世界空間の一次的歪みであるに対して物質はその全部の歪みに外ならぬ (Eddington, Space, Time a. Gravitation, p. 91)。重力の場が世界空間の数量的構造に相当するとすれば、物質はその位置解析的構造に相当すると考えられる (Becker, Beiträge, Jahrbuch, S. 175)。何となれば物質の占める位

置に於ては重力の法則が行なわれず、従って重力の場の結合 Connexus が断たれるからである。併しながら力の場が力の主体とその作用とからなると考えるならば、物質も重力の場に含まれるということが出来るであろう。而して又質量は世界空間の歪みとしての重力の場に基く。それ故世界空間はこの場合重力の場そのものに外ならぬと考えられねばならぬ。力学の世界は世界空間に全く含まれるであろう。

私は世界空間の此の特質に対応して、最後に残されたる電磁気現象と世界空間との関係、即特殊相対性原理の第二の拡張に就いて述べねばならぬ。リーマンの n 次の多様に関する幾何学は微線分 ds に就いて論じる微分幾何学であるが故に遠隔幾何学に対して近接幾何学であると考えられる。併しワイルによれば互に遠隔せる二つのベクトルの長さを直接に比較し得ると仮定する点に於て、これはまだ真に遠隔幾何学の分子を脱しているものではない。真の近接幾何学に於てはかかる直接の比較はただ無限に接近せる二点の間に於てのみ可能であると考えねばならぬ。リーマンの幾何学に於てはベクトルの方向はその移動と共に変化するが、ベクトルの長さは移動の道の如何に関らず不変であると考えられる。即ち方向は inintegrabel であるに反して長さは integrabel であると考えられる。併し長さはある単位を以て計量されたるものであるが、この計量の単位を場合に応じて任意に選ぶ時長さはもとより一定であり得ない。もし世界空間の終点がそれぞれ固有の異なれる単位を要求する如き計量的連続であるとすれば、ベクトルの長さはその移動の道の如何によって変化せねばならぬであろう。即ち真の近接幾何学はかくの如き長さの Inintegrabilität を許さねばならぬ。世界空間のリーマンによる内部的計量関係 $ds^2 = \sum_{\mu\gamma} g_{\mu\gamma} dx_\mu dx_\gamma$ は計量単位の任意の選択に於て一つの比因数 Proportionalitätfaktor を不定のままに残すと考えられるが、今この比因数の微小差異を $d\varphi$ とすれば $d\varphi = \sum_i \varphi_i dx_i$, $i = 1, 2, 3, 4$ なる計量関係はこの比因数を決定するものである。即ち真の近接幾何学に於ける計量関係は独り $ds^2 = \sum_{\mu\gamma} g_{\mu\gamma} dx_\mu dx_\gamma$ のみならず又 $d\varphi = \sum_i \varphi_i dx_i$ なる方式にも依存せねばならぬであろう（Weyl, Gravitation und Elektrizität）。而して前者に於ける $g_{\mu\gamma}$ が重力のポテンシャルと考えられた如く、後者に

於けるφ_iは電磁気力のポテンシャルと考えられる。何となればφ_iの四つの値は恰も電磁気ベクトル・ポテンシャルの三つの分と、静電気のスカラー・ポテンシャルとに相当するからである（Eddington, Space, Time a. Gravitation, p. 171 参照)。かかるφ_iの結合としてのマクスウェル電磁方程式の群は重力の場に於ても成立すべく拡張されることによって世界空間の歪みと計量単位の任意とに対して共変的なる法則を与えるであろう。

「かくして電磁気の場も電磁気力も世界の計量関係に基くものである。然るに自然に於ては重力と電磁気力以外に真に根源的なる力の作用を吾々は知らない。……それ故吾々は次の結論に達する。世界は(3＋1)次の計量的多であり、凡ての物理的場の現象は世界の計量的関係の発現である（Weyl, Raum Zeit Materie, 4 Auflage, S. 258)。今や私は次の如く帰結する。世界空間は物理学に於ける根源的なる力の場そのものである。それは広義の力学即ち理論物理学の対象を意味する。而もその単なる形式ではなくしてその内容としての空間であると云わねばならぬ（Cassirer, Zur Einsteinische, R-T. S. 78)。而して内容に種々なる段階があるとすれば之は少くとも物理学の本質的内容であると云わねばならぬ。何となれば世界空間に於てのみ一切の物理的対象界が基礎づけられるのであるから。それ故世界空間は物理学、否一般に自然科学のアプリオリと考えることも出来る。もし幾何学が幾何学的空間をその対象とするならば、物理学は世界空間をその方法とする（同上 S.15)。それは方法にして又同時に対象であろう。力の場としての世界空間が物理学の基礎として物理的空間と呼ばれねばならぬ必然性は茲にあると思う。

- 『戸坂潤全集』第一巻（勁草書房、一九六六（昭和四一）年）所収。
- 読みやすさのために、適宜振り仮名をつけた。
- PDF 化には $\LaTeX2_{\varepsilon}$ でタイプセッティングを行い、dvipdfmx を使用した。

科学の古典文献の電子図書館「科学図書館」

`http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html`

「科学図書館」に新しく収録した文献の案内、その他「科学図書館」に関する意見などは、

「科学図書館掲示板」

`http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs`

を御覧いただくか、書き込みください。