

## ワイヤストラス

ポアンカレ

ワイヤストラス Weierstrass の数学研究の生涯の中で、私が感動することは、氏の広汎にして、且つ多方面に亘る著述に一貫している、顕著なる思想の統一であります。

最初から、氏は、極めて明確な目標をかかげ、これに到達する方法を創り出しました。而して氏は、この方法を、時としては他の問題の研究にも用いて見たことはありますが、氏の研究の最終の目標を見失ったことはかつてありませんでした。

加之、氏は、私たちにそれを告げることには、心を用いたのであります。

氏は、一八五七年に、ベルリンのアカデミーへ入会しましたが、その時の入会演説で、次の如き意見を述べました。

『私はこれから、簡単に、私が従来どのような研究をして来たか、これから、どの方向へ私の研究を進めてゆこうとしているかを説明しなければなりません。』

『グーデルマン Gudermann 先生の指導の下に、はじめて楕円函数の理論を知りまして以来、この解析の新部門は、私の心を強く牽きつけました。そしてこれが私の思想の発達に及ぼした影響は決定的であったので

あります。』

『オイラー Euler によりてはじめられ、ルジャンドル Legendre によりて熱心に攻究され完成された此の研究は、当初単一の方向へ向つてのびていました。然るに、これは最近十年来、アベル Abel 及びヤコビ Jacobi によりて発見された複週期的函数の導入によつて、すっかりくつがえされてしまいました。これ等の超限は、解析に、顕著なる特質をもつた新しい大きさを与え、幾何学及び力学にも応用され、それによつて、これはこの科学の自然的発達の尋常な成果であることを示しました。』

『けれども、アベルは、常に自己を最も高い見地におくことになれていたので、代数学的微係数の積分の結果として生じた凡<sup>す</sup>べての超限に拡張される定理を発見しました。彼にとつては、この定理が、これ等の超限に対する関係は、オイラーの定理が楕円函数に対する関係のようなものでありました。彼は、働きざかりの年齢で他界しましたので、自分で、この大発見をつづけてゆくことはできなかつたが、ヤコビはさらに第二の発見をしました。これは前者に劣らず重要な発見でありました。彼は多くの論証によつて、多引数週期的函数の存在を証明しました。この函数の主要な特質は、アベルの定理を基礎とするものであり、それによつて、彼は、此の定理の意味を明かにしたのであります。』

『従来解析に前例のない、これらの大きさを確実に表象すること、その特質を詳細に研究することが、ここで、数学の根本問題の一つとなつて来たのであります。而<sup>しか</sup>して、私は、その意味を知り、それが重要であることがわかつて来るや否や、直ちに、自らそれをやつて見ようと決心したのであります。』

『若<sup>も</sup>し、私が、前もつてこの研究の助けになる手段を深く究めもせず、又、その前にもつと平易な諸問題について研鑽をつむこともなく、いきなり、かような問題の解決を思ひたつたのなら、それはまぎれもない

狂気の沙汰だったでしょう。』

これでわかるように、彼は、最初から、アベル函数の、完全な、矛盾のない理論をつくりあげようという抱負をもっていたのであります。既にして、彼は、極めて突飛な条件の下に発表した処女論文に於て、この函数に対して攻撃の矛先を向けたのであります。彼が旧プロシヤの高等学校の体操の教師であつたことは人の知るところであります。この学校では、各教師が、順番に研究論文を草して「学報」の巻頭にそれを掲げることになっていました。ワイヤストラスの順番が来たときに、皆の者は鉄棒や平行棒の効能についての議論がでることと期待していたのでした。ところが、彼の貴重なアベル函数に関する論文が出たので、それを讀んだ一同の教師たちは、みんなあつげにとられてしまいました。校内の同僚の教師たちには、そのわかる人が一人もなかつたのですが、それをロオゼンハイン Rosenhain の許へ送り届けると、彼はこの論文が甚だ価値のあるものであることを理解しました。こうして、その時まで誰にも知られなかつたワイヤストラスの天才が日の目を見るようになったのです。

彼は、数学研究の生涯へはいると、まだグーデルマンの生徒であつた頃から、はつきりと、将来進んでゆくべき目標をみとめ、決してそれを忘れず、たえず、それに近づこうとつとめました。

彼の風姿には、精巧な学者が鞏固な要塞を攻撃している趣きがあります。複雑な近接作業を通じて、長期に亘る攻城作戦の一進一退を通じて、氏の思想の統一は常に一貫して顕著でありました。

けれども、よくわかつて見ると、かくの如くして彼がこしらえた道具は、他の仕事にも用いることができたのであります。彼が辿りつつある大道の右に左に、彼は多くの側道を穿つて、それらの側道が何処へ導いてゆくかを示すために、先ず自らその中へはいつて見ました。彼は、彼の子弟たちの第一歩をそこへ導き、彼

等にめいめいの目標をあてがいました。ですから、彼の子弟の数がどんなに沢山たくさんあつても、彼の遺産は、彼等がめいめい大なる分け前を得るに十分豊かなものであつたのです。

## 二

此の大数学者は、彼の目的に達するために、三つの階程をのぼつてゆきました。

一、函数の一般理論を深く研究すること。先まず第一に、変数が一つある函数、次には変数が二つある函数の理論を研究すること。これが、ピラミッドの全体を建立すべき基礎でありました。

二、アベル函数は、楕円函数の自然の延長でありますから、後者の理論を完成し、それを容易に一般化し得る形式の下におくことが必要でした。

三、最後にのこつてゐることはアベル函数そのものを攻撃することです。

## 三

併しかしながら、氏がただ一つの目的だけを追うて、解析の他の部分をなおざりにしていたと考えるのは誤解であります。私がさきに引用した、氏のアカデミー入会演説の中の一句を見るとそう信じる人があるかも知れませんが、彼が他の問題の研究に手を染めたのは、ただ単に練習のためばかりではありません。それに反して、氏くらい広大な心をもつていた人はないので、氏が上述のように、氏の作戦計画に没頭していたのは、その結果が普遍的なものであることを期待していたからです。

それは、ちように、或る将軍が、まっしぐらに、敵国の首都に向つて進軍していながら、この首都を攻略すれば、敵国全体が、彼の手に帰することをよく知つてゐるようなものです。

ですから、氏は、氏自身のためではないまでも、少なくとも、氏の後継者たちのために甚だ宏大なる勝利を

夢想していたのであります。はじめには、極めて遠くにあるように思われた氏の希望が、しまいには大部分実現されたのは、氏が一人であったのでないからです。氏の教育は、多数の子弟をつくり、これ等の子弟たちは、一つの軍隊を恩師に与え、この軍隊は恩師の指揮を受け、氏自らは到るところへ進出するわけにはゆきませんから、この麾下の軍隊をして前進せしめたのであります。

ワイヤストラスの数学上の業績を正確に説明することが甚だ難しいのはそのためであります。それは、単に、氏の刊行された著述が浩翰であるからばかりではなく、この著述の中に、氏がすっかり包含されていないからです。

氏の最も重要な諸著述は、長い間公刊されずにいました。それに、氏が数学上の蘊蓄を惜しげもなくまきちらされたのは辯舌によってでありました。如何に多くの科学的財宝が、今なお、聴講者の記憶によってしか保存されていないことでありましょう。

幸いにして、氏の講壇の周囲には、聴講者が群をなして詰めよせ、やがて氏の感化を遠くまでもち運んでゆきました。そういうわけで、ワイヤストラスの精神は、ただに氏の警咳に接するの幸福をもった人たちばかりでなく、間接の影響によりてそれを受けとった人たちにも感化を及ぼしたのであります。故に、氏は、私たち多くの者の著述の中にも、その一部を氏の影響によるものとして要求する正当な権利を有するのであります。

氏は、晩年、健康が許さぬために、餘儀なく数学の教育をすてねばなりませんでした。氏は、万人の尊敬と賞讃とに囲まれて老後を過し、しずかに、氏の著述の刊行にしたがいつつ、氏が心から愛する人々によりて、氏の事業がつづけられてゆくを見て楽しんでいたのであります。

## 四

この慌ただしいスケッチをおわるにのぞんで、私は、その全述作に於て、その師と、その子弟たちとを元気づけたこの人の精神の特色を簡単に述べたいと思います。

それは、まず第一に、完全な厳密さをもつてなされた不断の注意力であります。

そのために、ワイヤストラスは、直観を用いることを斥けました。少なくとも、どうしても已むを得ないだけの役割しかこれに与えませんでした。直観的意図は、解析されて、それを構成する要素に還元されました。これらの要素のうちにも、哲学者たちは、たしかに、直観的性質を保存しているものを見出すでありました。けれども、かような要素は、それなしにでも発展し得る純粋数学の領域からは斥けられました。物理学者のみはそれを用いなければならぬであります。この保存された直観的要素は又解析され、この解析は徹底的におし進められて、遂には、究極的要素、即ち整数に達するまで行われたのであります。

そこから、ベルリン学派に特有の性質であるところの幾何学に対する一種の侮蔑が生じたのです。即ち、この学派は、見ようとはしないで理解しようとしたとでもいえましよう。

それ故に、凡てが整数から派生し、従つて、算術の確実性を分有しているのであります。連続そのものも、この本源に属せられ、解析の目的をなし且つ連続的な大きさをあらわす凡ての等式は、記号に過ぎなくなつて、整数間の数の不等に代るのであります。

故に、解析概念は、ワイヤストラスにとつては、クロネッカー Kronecker にとつてと同様に、同一の材料、即ち整数をもつてつくられたものなのであります。けれども、二人の考えには相違があります。クロネッカーは、特に、数学的真理の哲学的意味を明かにすることに専心しました。整数は、凡べての基礎ですから、

彼は、それがどこでも判然とわかるようにしようとした。彼にとつては、正しい演算は、加法と乗法とだけあります。彼が時として除法を認めているのは、今日の偏見に譲歩しているために外なりません。ワイヤストラスの見解はそうではありません。氏は、一たん建物をたててしまうと、それがどんな材料でつくられているかを忘れてしまい、その建物全体を、更に大きな建物をつくる単位としか見なさぬのであります。氏は、恐るることなく、それをつくることができます。何故かなら、氏は、それが堅牢なものであることを、一度び試験しているからです。

この中間的単位は、疑いもなく補助的なものに過ぎません。けれども、私たちの精神は、それをなしにすまることができない程無力なのであります。何故かなら、私たちの精神は、大きな全体の細部を悉く一度に目をおすことができないからです。ですから、常に前へ進んでゆこうと思えば、こういうしかけが必要です。そしてワイヤストラスは、正に常に前に進んでゆくことを欲したのであります。クロネッカーも亦種々の発見をしました。けれども、彼が、それ等の発見に到達したのは、彼が哲学者たることを忘れ、あらかじめ、空疎なることのわかった彼の諸原理を自ら放棄したためであります。

ワイヤストラスは、それ故に、整数から出発して建設をすすめました。氏は、かくの如くして、常に単純なものから複雑なものへ進んでゆきます。氏は、この傾向によつて、一般的なもの、又は不定なものから出発し、制限的仮説によりて、漸次それを決定してゆく他の解析家たちと區別されています。ここに、解析函数に対する氏の考え方と、氏の諸先輩の考えかたとの相違があるのであります。

もう一つの思想が氏を導いたらしく思われます。

一八七五年に、氏はシュワルツ Schwarz 氏に宛てて次の如き書簡を送りました。

『私は、函数論の諸原理を考究すればする程——そして私は絶えずそのことをして来たのですが——益々、これ等の諸原理は代数学的真理の基礎の上にたっていること、従つて、若し、逆に、代数学の簡単な基本的な定理を立証するために超限の助けを借りようとするならば、それは真の方法ではないことをかたく確信するに至つたのであります。そして、リーマン Riemann が、それによりて代数学的函数の幾多の重要な性質を発見した諸考察が、一見如何に深遠な議論のように見えても、このことは依然として真であります。』

私は、氏がこれと同じ思想を抱いていることの他の例をあげることもできません。氏は、常に最も迂廻することの少ない道を辿つて目的地へ到達しようとしてつとめました。その道は、必ずしも最もはやい道でもなければ、最も面白味のある道でもありませんが、ただ唯一の論理的な道なのであります。



- ポアンカレ著・平林初之輔訳『科学者と詩人』（岩波書店、岩波文庫、昭和二十一年第十二刷）所収。
- 読みやすさのために、旧漢字は新漢字に、旧かなは新かなに変更し、適宜振り仮名をつけた。ただし、一部の漢字は旧漢字のままにした。
- PDF化には $\text{\LaTeX}$ 2 $\epsilon$ でタイプセッティングを行い、`dvipdfmx`を使用した。

科学の古典文献の電子図書館「科学図書館」

<http://www.cam.ac.uk/~hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html>

「科学図書館」に新しく収録した文献の案内、その他「科学図書館」に関する意見などは、  
「科学図書館掲示板」

<http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs>

を御覧いただくか、書き込みください。