

数学教育の精神

小倉金之助

—

近來各科教授の進歩に比し、最も時代の進運に遅れたものは、数学教育であると言われている。しかも私
の見たところでは、現代数学教育の根本的缺陷は、教授法の末技にあるのではなく、その教育精神にあると
思われる。

それ故に吾々は先ず第一に、数学教育の意義に就いて十分に研究し、それと平行して教授の細目に互るに
あらざれば、到底革新の実を挙げ得ないと信ずる。然るに此の種の根本的研究は、欧米に於ても未だ十分に
行われず、特にわが邦に於て数学教育界の權威を以て目せられる先輩諸先生が、此の種の根本問題を寧ろ避
けられる様な態度を取られることは、実に遺憾に耐えないのである。

この小篇は、かような根本問題に対する未熟な試みの一つであつて、未だ甚だ幼稚極まるものではあるが、
吾々の数学は伝習的知識として之を学ぶのではなく、人として生き、人が為めに学ぶのであるとの見方から、広
く自由な心持ちを以て、この素人の未成品の上に、一般教育者の忌憚なき御批判を仰ぎたいと思う。

元來数学教師に取つてのみならず、一般の教育研究者から見て、数学教育の根本問題が甚だ困難なると同

時に、特殊の興味を惹く所の点が二つあると信ずる。

先ず数学の本質は純論理的な形式科学であつて、数学の概念自体は経験の対象でなく、数学的認識は自然に於て其の内容に適應する対象ありや否やに對して、全然没交渉である。かように精神的貴族主義、論理的唯美主義とも稱すべき形式科学たる数学が、一般人の教育上如何なる地位に立つべきか。理想主義と實用主義とが、^②数学教育上、如何なる一致調和の点を見出し得べきか。これは教育哲学上好箇の問題たるを失わぬと思われる。

次には形式陶冶の問題である。推理力の陶冶練磨を施す点に於て、形式科学の本山とも稱すべき数学が、古い意味での形式陶冶説から見て、教育上重大な位地を与えられたことは、寧ろ^①当然の事實であつた。而も古い意味での形式陶冶説が倒れた今日、新しい意味での形式陶冶説は、如何にして形式科学たる数学を迎えんとするか。これ教育心理学上の興味ある題材でなければならぬ。^③

今この小篇は、これらの二問題に對して少しく触れる所があるけれども、それは未だ不徹底なる暗示を与えるに止まる。これ等の十分なる研究に就いては、之を他日に譲らうと思う。

二

私は先ず現代数学教育の実状を、心理的發生的方面から觀察しようとする。併し^①ながら私は所謂^②受験準備に就いて云々せんとするのではなく、現代の数学教育そのものの性質を考えんとするのである。それ故に教育精神の革命なき限り、受験準備の影響如何に關係なく、私の批判は依然として適用せらるべき性質のものである。

今日は独り日本のみに止まらず、欧米何れの地に於ても、数学の難解、無趣味を難ぜざる児童が殆んどない。しかも一度学校を卒れば、専門家以外には殆んど全部根本的に忘却するを常とする。斯くして数学は非実用的にして人生と殆んど没交渉であり、多大の時と思考とを費して、しかも実生活の上に何等その能率の上がるを見ないと言われている。この批難は果して不当であろうか。否。頭脳の硬化せざる人々、真理に直面し得る人々は、何人と雖ども之を事実として承認せざるを得ないと思う。

然らば斯様な数学教育不成功の原因を、孰れの点に求むべきであろうか。それは疑もなく数学自身の本質たる、極端な抽象的形式主義から来るのである。あの全然経験を超越せる論理系統の美の如きは、極めて少数の選ばれた人々のみが初めて感得賞味し得る所のものであつて、一般人に取つて其の対象は餘りに抽象的であり、其の論理の刃は餘りに冷やかであると謂わねばならない。

思うに教育は児童の生活でなければならぬ。教育とは生徒の立場から物を考え、児童の心理的發展に順応することである。それ故に完成された数学上から見て論理的なものが、生徒に取つて必ずしも論理的なことではない。否、抽象的な定義や公理を持ち来たつて之を理解せよと迫り、如何にしてこれ等の抽象概念が具體的事実の間から生れて来たか、何故に斯る概念を必要とするかを述べないのは、公理主義の数学から視て勿論何等の缺陷ある訳ではないけれども、生徒に取つては甚だしい非論理的事実と謂わねばならないと思う。実を言えば、生徒は斯る抽象概念、斯る論理的厳正を豫想もせず、また衷心から要求しても居なかつたのである。然るに突然これを持ち出して直に其の理解を迫るは、これを非論理と呼ばずして果して何であろうか。「反動なくして受容なく、経験なくして印象なし。」ジェームスの有名なる此の言葉を聴け。現代の数学教育が無味乾燥にして生徒の嫌厭を買い、能率上がらずして其の効果を疑われる所以、実に茲に存するのである。

独りそれのみではない。かかる教育は生徒に無條件承諾を命令するものであつて、彼等の尊い意志の自由を束縛する倫理的罪悪であると信ずる⁽⁴⁾。

今生徒の数学心理発展の順序を考ふるために、試みに人間一生の心理的変遷と数学思想発達⁽⁵⁾の迹とを比較して見よう。甚だ素朴な考え方ではあるが、仮りに人間の一生を三期に分けて見る。第一期たる幼少時代は即ち驚異想像の時代、第二期たる青年壮年の時代は心身発達の時代、第三期たる老年時代は反省回顧の時代である。翻つてこれを数学の発達史に徴するに、数学は他の總ての科学と同様に、日常生活に直接に必要な要求の下に、日常の体験を基として生れた、これを第一期とする。次の時代に於ては此等の結果を綜合し抽象し一般化して、漸く科学としての数学を作り上げ、其の内容を豊富にした、これを第二期とする。第三期に及んでは、第二期の数学に反省を加えこれを嚴密化し論理化して、所謂公理主義の数学を組織するに到つたのである。

斯ように單純なる比較から、私は徒らに文化的反覆説を唱えんとするものではない。併しながら教育は来るべき時代の改造であり再建でなければならぬ。また他の一面から考えれば、数学発達の歴史は数学精神の展⁽⁶⁾び行く道を暗示するものである。それ故に私は先ず数学思想発展の迹を縮尺して進むこそ、教育上最も自然の道であると信ずるものである。

さてこの発生的立場から觀察しても、生徒に取つて第一義的のものは、決して完成された科学的第一原理ではない。それは創造、発見に始まる所の完成への道程であるべきであつて、完成された論理系統ではないのである。思へ、児童の疑問とする所は吾々の偉大なる祖先の疑問とした所である。願わくば児童をして彼自らの疑問から出発せしめよ。願わくは児童の為に、柔かく暖きパンを用意せよ。決して論理系統の堅く

冷たき煉瓦れんがを与ようること勿なれ。

この道を阻むものに、教師の恐るべき専門癖がある。

由来専門の分科が生れたのは、研究の対象を分類して各一つの方面に深く進入するを便利とすればである。けれども元来自然現象や人生の問題は、互に相関聯して存在する一団のものであって、若し出来得べくば之を全体として観察研究すべき性質のものである。たとい研究の都合上已やむなく専門に分解して研究するとしても、結局は之を綜合して初めて真の意義あるものである。専門化はただ一の手段に止まる、これを終局の目的と混同すべきではあるまいと思う。

然るに大多数の数学教師は専門の意義を忘却して、数学教育を他の科学教育から分離せるのみならず、数学自身をも、算術・代数・幾何・三角法等の諸分科に分ちて、各自他と相容れず相侵すべからざる、孤立的事物ものと看做みしたのである。

斯かような極端な孤立主義は、或は数学の純潔を生命とする、或る種の数学者の誇りとする所であろう。然しながら斯かくの如きは、生徒に無用の形式を強い、思考の自由を束縛するものであって、数学教育上の恐るべき階級制度に外ならないと思う。

私は単に伝習的知識としての数学でなく、本当に人として生きんが為めの数学である為めには、孤立主義を棄てて融合主義を取り、無用の専門的形式主義から解放され、何故に数学が生れ、如何にして数学が發達し来たったかの迹に就いて深く考え、そこに数学教育の出発点を置かねばならぬと信ずるものである。^⑤

三

然るに数学教育の問題は、決して単なる数学のみの問題ではなく、広く一般科学に交渉する所の問題である。それで次にはこの立場から議論を進めて見たいと思う。

吾々が人として真に生きる為めには、芸術、道徳、宗教等と共に、科学を尊重して、人間文化の建設に努力しなければならぬ。

さて人間生活に於て科学から学ばねばならぬものが色々ある。例えば生物学心理学上の事実、理化学上の現象、天文学地震学等の事柄、その他にも尚お重要なものが多いことであろう。吾々は何故に汽車が走るかの理由を知らずとも、唯この走る事実をさえ知れば、之を利用して遠隔の地に達することが出来る。吾々は何故に砒素が有毒なるかの理由を知らずとも、唯その有毒なる事実をさえ知つて居れば、砒素を飲むことの危険から救われるであろう。

けれども斯ように単なる断片的事実の記録・羅列・集合のみを学んで、吾々は満足することが出来ない。否、吾々の世界は関係の世界である。多くの現実的事象の間にある何等かの関係を明かにせずして、吾々は文化人として生活するを得ない。ここに科学的見方、科学的考え方、科学的精神の発露を見ざるを得ないのである。ここに多くの現象あるとき、先ず感覺的主観を取り去つて客観的正確性を求め、次に經驗的事実を基礎としてその原因を穿鑿し、それ等の現象の間に因果の関係ありや否やを求め、若し関係ありとせば如何様に関係ありや、その間の法則を発見せんとする努力、精神、これが即ち**科学的精神**である。⁶⁾

さて吾々の生活に於て科学上の問題を主題として取扱う場合には勿論、たとい直接科学上の問題を取扱う

場合でないとしても、日常吾々の生活に於て行われる判断や批判の裡には、科学的精神が最大なる要素として働いていることは、何人も争うことが出来得ないと思う。文明史家にして、近代文明の特徴が科学的精神の発揚にあつたことを、説かざるものはあるまい。

吾々が科学から学ばねばならぬ最も根本的なことは、真にこの科学的精神にある。そのみではない、この科学的精神こそ、実に科学自身の精神であり、科学的精神の歩み行いた道こそ、即ち科学の發達史に外ならぬのである。

それ故に科学的精神を学ぶことは、単に事実を知り科学書を理解することではない。それは自ら科学を創造することを学ぶのである。それは科学を読むのではなく、自ら科学することに慣れるのである。

四

併しながら教育は目的、理想の問題である。自然は理想目的に就いては何物をも語らない、心理学や發生史から目的や理想を求め得べくもない。それ故に数学教育の意義は、遂に哲学上の問題とならざるを得ないのである。

さて数学教育の目的は之を何処に求むべきか。それは広く且つ深く科学自身の根柢に触れたものでなければならぬ。それは固定された死物でなく、流動しつつ伸び行く所の生命あるものでなければならぬ。私は求めて之を科学的精神に得ると考えたいのである。

今その理由を述べよう。先ず科学的精神の開發が、広い意味に於ける科学教育の理想であり目的であることは、争い得ないことと思う。次には数学が科学の一分科たる以上、数学教育の理想目的を科学的精神に求

める、そこには何等の矛盾を見ないことと信ずる。けれども人或は曰おう、「然らば数学を如何にして他の科学から区別するか。数学は純論理的形式科学として他の一切の経験科学とは、根本的に其の性質を異にするではないか。この他の経験科学と異なるところの数学の本質を最高の目的理想として、そこに数学教育の意義を求むべきではあるまいか」と。

若し実際教育上の事実を離れ、単に一箇の数学専門家としてただ論理のみを尊重するとき、この説は如何なる意味に於ても正しきものである。併しながら少年児童の目的理想は、決して完成された数学者の目的理想ではない。人は数学の美を鑑賞するのではなく、実生活に於て、数学することを目的とするのである。数学教育が幾世紀の間如何なる国に於ても、十分に其の効果を挙げ得なかつた最大なる理由が、実にこの点にあることは、既に指摘したところである。

それ故に私は尚お一層根本に溯り、教育としての数学を特に他の経験科学から区別せず、一般科学教育に共通な目的理想たる科学的精神の開發を以て、数学教育の目的理想と致したのである。そのみではない。これを発史的に考うれば、数学は経験を母として生れたのみならず、自然を認識せんとする希望が、数学の發達に最も永久的で而も最も有効な影響を及ぼしたものであり、また逆に一切の経験科学が数学に負うところ実に大なるものがあるのである。

否、今一步を進めて認識論的に考えて見ても、経験科学が個人的近似的な個々の経験的〔量的〕事実から出発し、これを一般化し普遍化して遂に普遍的なる法則に達する間には、その裏に数学が潜んで居り、数学なくしては自然科学が〔量的には〕成立し得ないことを知るのである。

何となれば、経験は個人的であるに係わらず、法則は普遍的であらねばならぬ。経験はただ近似的である

に係わらず、法則は正確であるべき筈のものである。然らば如何にして普遍化し正確化し得るのであるか。それには先ず感覺的個人的要素を一切排除して、一般化するを要する。次には最も詳しく最も正しい類推によらねばならない。

而も一面から見ると、元來測定の結果は常に空間的な大きさとして表わされる。それはただ長さ、体積等の如く、最初から幾何学的の量たるに限らない。例えば時は時針の角によつて、温度は寒暖計に於ける水銀柱の高さによつて、電流の強さは電流計の針の角によつて測られるのである。

それ故に吾々が要求する所の類推は、感覺的属性を超越した所の、空間的形式を取るものでなければならぬ。吾々は数学を措いて之を那邊に求め得べきであらうか。

經驗的事実の觀察から出発せるこの一般化、この法則化の精神、これこそ經驗科学に於ても数学に於ても、科学全般に共通なる科学的精神にあらずして、果して何であらう。而も此の精神によつてこそ数学も生れ、進展したのではなかつたか。

この一般化この法則化を最も極端まで徹底させたところに、公理主義の数学が生れた。それは完成された最後の形式である。この最後の道程に到達せざる、創造されつつ展開されつつあるところの数学の精神こそ、実に少年児童への数学教育の精神でなければならぬ。

五

然らば数学教授内容の核心は、これを何処に求むべきであらうか。それは勿論数学上に於て科学的精神の中堅となるものでなければならぬ。それは疑もなく函数の觀念である。それ故に、数学教育の核心は、函数、観

念の養成にある。

勿論ここに所謂函数觀念とは、甚だ広義に解釈せらるべきものであつて、決して函数の解析的表示や図表示（グラフ）のみを指すのではない。

誤解を避けるために、ここに簡単な一例を挙げよう。コンパスを採つて図を画いて見る。コンパスの開きを大きくすれば大きくする程、大きな円が画ける。然らばコンパスの開きと円の面積との間には果して関係があるだろうか、若し関係ありとせば、その間の法則は何んであろうか。ここに科学的精神が働き、ここに函数の觀念が活躍する。

なお一例を加えよう。十里の距離に甲乙二地がある。今正午に甲地より一人の旅人が乙地に向つて一時間一里半の速さにて歩み、同時に乙地より他の旅人が甲地に向つて一時間二里の速さにて歩めば、この二人は何時に如何なる位置に於て出逢うだろうか。この問題に対して、二人の旅人は各瞬間に於て如何なる位置にあるか、その時と位置との関係を求め、其の間の法則を明かにするところに、科学的精神と函数の觀念がある。或はまた、一時間毎に彼等が互に近づく里数の如何を求め、時と互に近接する距離との間の法則を求めるところに、或はまた、一步を進めてこの種の問題を更に種々の方面から一般化するところに、科学的精神と函数觀念とが活動するのである。

かように考へて見るならば、少しく注意すれば、函数觀念が数学は勿論、一般科学を通じて如何に広く行われ、且つ如何に深く問題の根本精神に触れているかを、認識し得るだらうと思ふ。教科書や参考書に、函数とかグラフとか書いていなければ、そこに函数觀念が行われななどと思ふ。近眼者流の言説は、吾々の採らざるところである。たとい何等の計算を行わずとも、関聯する量の間に成立つ関係の性質を明かにする

ことが、實際生活に於て如何に重要なるかを思え。若し一切の函数觀念を離れるとせば、如何に幾何や、代数の形式を学んでも、吾々は到底生活し得ないのである。

旧い形式に囚われた人々の中には、今日でも函数觀念は高等数学に属すると考える者も少くはない。何と云ふ悲しむべき現象であろう。函数の觀念は吾々の日常生活と共にあるのである。有名なる動物学者ハックスレーは「科学は整頓された常識である」と云うたが、この常識を整頓するものこそ科学的精神であり、数学上そこに使用される根本思想こそ函数觀念である。それ故に数学教育の中心として函数觀念を採用することは、教材として最も広く人生と密接なものを採ることになるのみならず、数学は生活の見本となり、数学を学ぶことが、即ち、人生を経験することになる。

特に注意すべきは、科学思想のあるところ、そこには必ず経験内容と結びついた函数の觀念が存在することである。それ故に函数觀念による教育は、決して函数なる形式によつて、古い意味での一種の形式陶冶を施すことではないのである。今日の数学教育に於て最も重要視され居る形式的諸問題から学ぶところは、純数学的な形式、その場限りの技巧、非実用的の要素であり、函数觀念に於て学ぶところは、経験に伴える内容、人生に缺くべからざる科学の方法、実用的の要素である。一方は静的であり固定的であり、一方は動的であり自由である。一方は古い意味での形式陶冶説と結合し、一方は新しい心理学説と握手する。

六

さて数学教育上如何にして科学的精神を学び始むべきか。それは先ず直接に大自然から学ぶべきである。これ生徒の心理的發展に徴し、数学發達の迹に鑑み、教育上採るべき唯一の途である、それ故に教師は生徒に

対して熱心な協力者となりつつ、図形の観察、実測、及び之に附帯せる作図、計算、先ずこれから始むべきである。

自然は少年に其の胸を開いて呉れる。この自然に対する少年の驚異、この心を素直に展開して行くところに科学の精神がある。そこに独創発見の母である尊い直観の力が、知らず識らずの裡に、展のび行かんとする少年の心にこの間から生れて来る。直観を尊重せよ、そこに生命があり躍進がある。吾々は形式を唯一の楯として、直観の萌芽を摘み切るところの「思想なき思想家」に対して、大に警戒するところなければならぬ。しかも其の間に生徒は自らにして、彼自身の数学を抽象する様になつて来る。この時に当つて、彼等の意志の自由を尊重しながら、近似より正確へ、具体より抽象へ、個々の観察から法則へと、漸々進んで行くべきである。

生徒の心をして自由ならしめよ。徒いたずらに堅かたくろしい論理の縄で束縛し、既成数学の型にはめ込むことを止めるがよい。大自然の裡から自ら法則を発見せんとする精神的感激を殺してはならない。「児童が材料なくして煉瓦れんがを作ることを命ぜられ、実際の知識なくして明瞭に思考することを強いられる」とは、何んたる悲惨なことであろう。

願わくば生徒をして外部から強制されず、自らの疑問を自ら解決し、自ら立てた目的に対して自ら進ましめよ。数学とは既成問題の辞書ではないのである。

私は敢あえて言おう。今日の数学教材のみが数学なのではない。否、今日の数学教材の大部分は、専門家のみに必要であつて、一般人の生活に取つては寧ろ無用に近いものである。正しい意味での数学教育は、人間生活の上から数学を学ぶ点になければならない。

自由と直観とを高調し、少年の心理発展に順応しつつ、科学の理想たる科学的精神の開発を唯一の目標として進む、之が私論の基調である。しかも其の間に、科学的精神の代表者たる函数觀念は、数学をして自ら吾人の生活と親密なる関係を有せしめ、数学の学習自身をして人生を深く経験せしめる様になる。私は斯くしてこそ数学教育上に於て、理想主義と実用主義とが初めて握手し得るのであると信ずるものである。

註

- (1) 欧米には数学教授法に関する著書論文が多いけれども、——拙著『数学教育の根本問題』（イデア書院発行、いまは玉川学園出版部発行）に多くの書目を載せて居る——徹底的に数学教育の根本問題を論じたものは、餘り見当たらない様に思われる。
- (2) デューイの議論は極めて重要なものではあるけれども、十分数学の本質に触れざる憾なきやを疑われる。新理想主義の立場からの数学教育論に到つては、寡聞なる著者の未だ知らざるところである。賢明なる読者諸兄の御示教を待つ。
- (3) この問題については、先ず所謂同一要素なるものを分析せねばならぬ。この点に対して現代の心理学は未だ甚だ幼稚たるを免れない。次には所謂異種転入に要する因子の性質に就いて、一層深く考察するを要する。私の信ずるところでは、その因子の中には暗々裡に同一要素が含まれているにあらざやと思われる。この意味に於て、私はソーンダイクに同情を有するものである。
- (4) リップス『倫理学の根本問題』を見よ。
- (5) 詳しくは拙著（前掲）を見よ。
- (6) 茲では極めて通俗的な解釈に従うことにした。詳しくは、石原純氏『最近の自然科学』を見よ。
- (7) ポアンカレ『科学の価値』及び田邊元氏『科学概論』に従う。
- (8) 詳しくは拙文『米国に於ける中等教育数学の改造』（『数学教育資料』第二輯）を見よ。

〔教育學術界、滿二十五年記念号（大正十四年）所載〕

- 『科学的精神と数学教育』（岩波書店、一九四一年九月、第五刷）所収。
- 読みやすさのために、旧漢字は新漢字に変更し、適宜振り仮名をつけた。ただし、引用はそのままにした。
- PDF化にはL^AT_EX_{2 ϵ} でタイプセットを行い、dvi_{ps}pdfmxを使用した。

科学の古典文献の電子図書館「科学図書館」

<http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html>

「科学図書館」に新しく収録した文献の案内、その他「科学図書館」に関する意見などは、

「科学図書館掲示板」

<http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs>

を御覧いただくか、書き込みください。