理論数学と実用数学との交渉

——大正八年（一九一九）五月十八日、東京物理学校同窓会講演会において——

小倉金之助

一

これから申し上げます事柄は、日本現在の数学界を背景とするものであることを、あらかじめお断りいたしておきます。私の話は平凡なわかりきった事柄です。なぜ今さらそんな陳腐なことをもち出すのか。その理由を考えますのは、私のもっとも苦痛とし遺憾とするところでございます。

さて私がここに〝理論数学〟と呼びますのは、絶対的に正確なものを対象とする数学のことで、実用数学と呼ぶのは、〝近似数学〟（すなわち近似的に正確なものを対象とする数学）と、〝応用数学〟（すなわち他の科学に応用された数学）とを、総称したものであります。たとえば「任意の円の周と直径との比は常に一定である」とか、また「その比すなわち円周率 π は超越数である」とかいうのは、理論数学に属することで、「π を小数第五位まで正しく計算せよ」というのは、実用数学に属することなのであります。

もちろんこれらの区別は、ある場合にははなはだ困難なことで、厳密にはかような区別ができるかどうか

が、すでに疑問であります。あるいは近似数学は応用数学の一部分であるとの説もございましょう。あるいはまた応用数学の中にも理論数学があるとの議論もございましょう。けれども今日はこの区別を常識的に解釈しておくにとどめて、話を進めることにいたします。

一般的に申しますと、われわれに提出される数学上の問題の解の形は、多くの場合において、つぎの三段にわかたれます。第一段は存在の証明です。すなわち与えられた条件を満足するような解が、果たして存在するや否やの研究です。第二段はその解を求めることです。かんたんな問題では、第一段と第二段とが同時におこなわれることもありますが、それは便宜上のことです。さて解がえられたところで、そのつぎになるべく速やかに計算する方法なり、作図する方法なりを考える。問題の性質によっては、その近似値なり近似画法なりを、手取り早く見出す方法を考える。これがすなわち第三段でございます。

この第三段は、多くの数学者によって、軽視される場合が多いのです。しかしながら、どんなに完全な解が第二段において与えられても、それを実地に計算するのに、一〇〇年も一〇〇〇年もかかるようなことでは、たとえその問題が、理論的には解けたとはいえ、実用的には解けたとはいえない、と思われます。アポロニオスの接触問題のようなものでさえ、実際画くとなると、ボビリエおよびジェルゴンヌの解法では、六〇個の直線と七二個の円周を画くことが必要ではありませんか。

まして今日の解析学では、ご承知の通り、いざといえば無限級数のような形で問題の解を与える。その級数が収斂(しゅうれん)するや否やの研究、もし収斂(しゅうれん)しなければ総和可能であるか否かの研究などは、なかなかやかましいが、どれだけ速やかに収斂(しゅうれん)するのか、すなわちある与えられた精密度を持たせるためには何項まで取ればよ

いのか、またその級数の収斂をもっと速やかにする変形法はどうか、というような方面の研究は、いたって乏しいのです。

それのみならばまだしもよろしいが、ある数学者になりますと、「そんな第三段のことを考えるのは数学者の恥辱である。えらい学者は、そんな下等なことに頭を使うべきでない」と、申される人さえあると、きいております。これは飢えたる者にパンを与えないで、高尚なカント、ヘーゲルの哲学を説くのと同一筆法でありまして、深く人生のいかなるものなるかを考える人びとの、とるべき道ではなかろうと思われます。

二

私の考えはあるいは間違いであるかも知れません。もし私の考えが誤まっていないと致しますなら、私は理論を尊重すると同時に、実用方面に対しても大きな努力を惜しまなかった、ラグランジュ、ラプラース、モンジュ、フーリエ、コーシー、ガウス、ヤコビ、リーマンなどのような、一九世紀の中葉に至るまでの偉大な数学者に、敬意を払わざるをえないのであります。

一九世紀の後半から現代に至るまでは、おそらくは数学史の上で、もっとも光彩を放った時代でありましょう。批判的精神にみちた森厳な学風と、抽象的な公理主義を基礎として築かれた壮麗な系統とは、たしかに人類の誇りに値するものと思われます。私は現代の数学を讃美し、謳歌するものです。私はカントルとともに数学の自由を唱え、ヒルベルトとともに公理主義を理想とするものです。しかしながら理想を離れて現実を顧みるとき、われわれは愕然として目覚めなければならないものがあるのです。

天文学のごとき応用数学については、いちいち申し述べるまでもございません。近年非常な発達をなしつ

つある工学、統計学、経済学などにおいて要求する数学の知識は、驚くべく多大なものがあるのです。しかも現代の数学者は多くはこれらと没交渉である。これらの実際方面において多く要求するものは、さきに申し上げた第三段の数学であり、しかも数学者のある人びとは、第一段にとどまって、第二段さえも軽視する傾向を取りつつある。実際家は数学の根本知識に乏しいために、満足な解決を与えることができず、思いきったほど乱暴な仮定のもとに計算を始めたり、真偽のはなはだしい怪しいことをやって平気であったり、または不十分なことに気がつきながら改良ができずに終わることも多いのです。ところが一方、数学者のほうでは、実際家などとはまったく没交渉に、高遠な理想を逐うている。時には実際家の相談を受けても、平素その方面に無頓着であったために、実際上の意味がわからず、せっかくの数学の手腕をもってするも、いかんともいたし方がない。それでけっきょく実際家はこれを数学者にゆずり、数学者はこれを実際家にゆずり、問題は依然として未解決のままに終わる。純粋数学者はこれを当然のこととして、意に介しないかもしれません。しかしながら、これを一国の経済の上から考え、これを世界の文化の上から考え、これを人生の意義の上から考えますとき、これをもって、まことに悲しむべき現象といわないで、果たして何でありましょうか。

三

欧米では、応用数学は古い時代から重んじられておりました。比較的近年まで軽視せられつつあった近似数学も、近年来は非常に注目されるようになりました。フランスのドカニュ、ドイツのルンゲ、イギリスのホイテッカーなどは、その主な人びとであって、ちゃくちゃく、近似数学研究の歩を進めております。しかし公平な判断に訴えますなら、実用数学は理論数学に比べて、その進歩の程度がいまだはなはだ劣っている

ように、見受けられるのです。ことにわが国におきましては、私のきわめて狭い見聞の範囲内では、数学者――と申しましても、その数は、アメリカのような、数学上から見てはあまりいばれそうもない国の数学者の約十分の一に過ぎませんが――といえば、たいてい理論数学者であって、実用数学を生命としようとする方々は、きわめて少ないのです。

それはなぜでしょうか。私はその理由を研究することが、わが国文化の性質を知る上において、きわめて重要なことでなければならぬと、信じるものです。

この度の〔第一次〕大戦において、欧米の数学者の中には、数学をもって国家のためにつくした人たちが、たくさんおりました。たとえばアメリカの例を挙げますなら、二人の有名な数学者モールトンとヴェブレンの主宰のもとに、弾道学の研究に従事した青年学者一七名を数えることができるのです。忠君愛国をもって誇りとするわが国の数学者に、かようなことを果たして期待しえるのでしょうか。

それのみではございません。わが国においてもっとも実用数学に重きをおかねばならぬ諸学校の先生たちが、多くは実用数学を顧みず、実用数学を軽蔑し、実用数学を教授することをもって、身の恥とされるような態度に出られることを、私はしばしば見聞しております。それはなぜでしょうか。それはわが国の将来の発展上、大いに憂うべきことではありますまいか。

私はこれらの現象の原因の中には、有力な先輩諸先生のある方々が、少なくとも胸のなかで、「数学の見地から見れば、実用数学はつまらぬものである、下等なものである。そんなくだらぬことをやる暇があるなら、われわれは高遠純粋な数理の研究に没頭するであろう」とお考えになり、その意見が直接間接に広く一般に影響したものが、必ずなければならぬと、推察するのであります。私はこの推察が誤りであろうことを祈り

ます。もし不幸にしてこの推察が適中いたしますなら、私はその先輩諸先生に対して、二〇〇〇年の間鎖国主義をとった日本と、海外発展主義をとったイギリスの現状を比較せられんことを望むのであります。

私は学問の本質上、学問の中に「つまらぬ学問、下等な学問」というものは断じてないと、信じるものです。もしその学問の進歩がはなはだ不十分でありますなら、これすなわち将来開拓すべき余地の多いことを示すものです。もしそれ「数学の立場から見て、実用数学がつまらぬものである。下等なものである」というなら、これすなわち実用数学の将来が、はなはだ有望であることを、意味するものではありますまいか。この未開の大原野こそ、今後大いに開拓せらるべき運命のもとにあることを、暗示しているものではありますまいか。

四

ツルゲーネフの小説『処女地（ヴァージン・ソイル）』の巻頭に「処女地を耕やすには表面をかする耙（まぐわ）ではいけない。土に深く喰い入る犂（すき）を使わなければだめである。」という言葉がございます。私は実用数学の開拓に際して、まず三つの根本的大方針を定めなければならぬと、考えるものであります。

Ⅰ　まず第一は、領土の拡張です。数学応用の範囲いかんということは、意義があるようで実は非なるものです。われわれは、できうるだけ応用の範囲を拡張すべきであります。

力学、天文学、物理学方面のことは、いうまでもありません。数学は統計学、保険学の方面において、経済学の方面において、医学、美術、建築の方面において、運動学、器械学、図式力学の方面において、大なる成功をなし遂げました。数学は結晶学において、理論化学において幾何学において、測地学、写真測量術、

地図製作法において、有望な未来を有します。地球物理学、気象学方面の調和解析は、非常に重大な問題であるにかかわらず、いまだ十分な解決を見ません。その他生物測定学、遺伝学の方面において、生理運動学、生理光学の方面において、精神物理学の方面において、その他いずれの科学に対しても、数学は大きな未開の領土を持ちえることと思われます。現に今度の世界的大戦争は、弾道学および航空学に関する数学に対して、非常な刺激を与えたではありませんか。

　さて、この開拓においてもっとも深い注意を要するのは、数学者自身が、よくその〝応用すべき事柄の意義を知らねばならない〟ということです。実際上の意義を知らないで、いたずらに数式を弄(もてあそ)ぶのは、ほとんど無意味に近いことで、ツルゲーネフのいわゆる表面をかする耙(まぐわ)に過ぎません。われわれが要求するものは、土に深く喰い入る犂(すき)でなければならぬ。〝事実の真実の真相に触れた数学〟でなければなりません。もし「お前のいうことは空想にとどまる。そんなことがとうてい実行できるものでない」と、仰せられる方々がございますなら、私はポアンカレ、ピアソン、パレート、ロバート・ボール、クレモナ、ギッブス、ハミルトン、シュスター、オットー・フィッシャー、ヘルムホルツ、ウルバンなどの名を挙げて、お答えしたいのであります。

　さらにもう一言つけ加えたいのです。理論は理論としてそれ自身に価値を有します。しかしながらその美わしい応用が発見されたとき、その理論がさらに燦爛たる光を加えるのは、争うべからざることです。かような例は、われわれの常に遭遇するところですから、私はただここに、近年相対性原理の発見によって、非ユークリッド幾何学と四次元幾何学とがいっそう重要な地位を占めるに至ったことを、注意するにとどめておきます。

II　第二は、近似数学の本体ともみなすべき、いわゆる〝実用解析学〟、〝実用幾何学〟の研究です。

今日では計算を便利にするために、いろいろの計算機や諸種の表が作られております。挿入法（補間法）やノモグラフィーの効用は、いまさら喋々するまでもありますまい。積分も代数方程式の解も、あるいはかんたんな近似計算によって、あるいはかんたんな作図によって、あるいは器械によって求められるようになりました。このように、さきに申しましたいわゆる第三段の数学が、ようやくその歩を進めつつあることは、まことに喜ばしいことといわねばなりません。

しかしながらペリーがいわれたように、「われわれはユークリッド時代のような多くの時をもたない」時代に生まれたのです。われわれは無用の時と労力とを省いて、これらをいっそう有効な考察と研究に捧げなければなりません。この無用の時と労力とを省くのが、近似数学の使命なのです。それですからもし理論数学が精神の糧でありますなら、近似数学はその糧を購うべき費用を供給するものでございます。

こういう立脚地から考えますと、近似数学は今ようやくその存在の権利を認められたに過ぎません。その前途はきわめて有望ですが、進むべき路は嶮しい。われわれは、われわれ自身のために、否むしろ世界の文化のために、われわれの子孫のために、人類の将来のために、大きな忍耐と努力とによって、近似数学の徹底をはからねばなりません。この意味において、われわれは、もし微分積分学の創造者たるのゆえをもって、ニュートン、ライプニッツを尊敬するならば、少なくともこれと同じ程度において、対数の発見者たるのゆえをもって、ネーピア、ブリッグスを尊敬すべきであると思われます。

III　第三は、実用数学の理論的基礎の研究です。

この問題を考える前に、われわれは一八世紀後半の数学が、なぜあのように厳密な形式をとるに到ったかを、顧みる必要があると思います。一九世紀初頭までの数学者の頭にあった極限の考えや、級数の取り扱いは、実に乱暴なものでした。乱暴だからこそ彼らは数学を大胆に使用することができ、もって大きな事業を残したのです。アーベルとコーシーとはわれわれに反省を促がしました。反省の結果がすなわち厳密な数学となって現われたのでした。

実用数学は大胆であり乱暴である。ここにその長所があると同時に短所があるのです。われわれは実用数学の勃興を叫びますとき、一面において、大いに反省せざるをえない。すなわち実用数学の基礎となるべき、確乎たる理論を立てなければならないのであります。

われわれはディリクレの原則のような、数学史上に有名なものを持ちきたるまでもありません。日常われわれが統計表を作るに用いるいろいろな挿入法の根拠には、ずいぶん怪しいものがあるのです。私は挿入法の理論的基礎を築くことが、非常に重要な問題で、その結果は、実用上においてはもちろん、函数論の上にも大きな影響を及ぼすものであることを信じます[1]。われわれはこれに類似したもっとも美わしい一例を、すでにフーリエ級数において見ているではありませんか。

そのほかにも、誤差論のごとき、統計学のごとき、ペリオドグラム・アナリシスのごとき、その理論的基礎を要求するものは、至るところにあるのです。しかも〝実用数学の理論的基礎の研究は、すなわち理論数学を豊饒にする〟ゆえんであり、また数学の大建築をますます完備させるゆえんであると信じます[2]。

五

ただいま申しましたことが、私ひとりの空想にとどまらないことを証明いたしますために、数学発達の歴史を顧みたいと思います。

ニュートンの微分積分学が、その根本思想を力学から求めたことは、争うべからざる事実です。ポテンシャルと熱の伝導と弦の振動とが、偏微分方程式論の上にいかなる貢献をしたか、また近くは積分方程式論の成立にいかなる示唆を与えたか、これらの例を数えてきますなら、ほとんどその尽きるところを知りません。われわれはどんなに公平に判断するとも、ポアンカレとともに、「数学者は物理学者に対して、単なる公式の供給者であってはならぬ。両者の間にはいっそう親密な協力が成立しなければならぬ。数学的物理学と純粋解析学とは、ただ好誼（こうぎ）を通ずる隣りあった強国たるのみならず、互いに相融合してその精神を一にするものである」と、結論せざるをえないのです。ポアンカレは、さらに「物理学の理論がなかったならば、われわれは偏微分方程式を知らなかったろう」と、申しております。

以上のことは、ひとり解析学のみにとどまりません。歴史は絵画、建築などにおける陰影法、配景法が、射影幾何学の祖先であることを語ります。幾何光学と剛体力学とは、今日の直線幾何学の母でした。地図製作の問題なしに、微分幾何学は果たして今日の発達を見るをえたでしょうか。

ポアンカレはさらに述べています。「人間の想像がどんなに多様であっても、自然はその千倍も豊富なのである。これを追跡するには、われわれはこれまで閑却された路を拓（ひら）かなければならぬ。この路が、新しい光景を展開する山の頂に、しばしばわれわれを導くのである。これがもっとも大切な点なのである。」それです

から、「自然を認識しようとする希望が、数学の発達に、もっとも永久的でしかももっとも有効な影響を及ぼしたものであることを思わない人びとは、科学の発達史をぜんぜん忘却したもの」でなければなりません。もし〝物理学〟という言葉を、非常に広い意味に解釈しますなら、私がいいたいのは、「物理学の革命あるごとに、数学の革命がこれに対応しなければならない」という、ボレルの言葉につきております。そして私はヒステリシスの理論を基礎として、線函数の理論を建てられたヴォルテラ、ならびに分子物理学を背景として、新しい意味でのコーシーのモノジュニック函数の理論を建てられたボレルに対して、敬意を表したいのであります。

六

私はこれまで実用数学について多くを語りました。諸君の中のある方々は申されるかも知れません。「お前は功利主義者か、お前は実用主義者か、お前は実用あればこそ真理であると思うのか」と。もしかような疑問を発せられる諸君がございますなら、私の不敏のために、かような誤解を招くに至ったことを、恥じざるをえないのであります。

〝実用のみを目的とする科学の存在は、不可能なのです。〟私は応用があればこそ真理である、と主張するのでなく、真理であればこそ応用がある、と信じるものです。

ただ私は数学をもって、人生のあらゆる方面において、いっさいの科学の上によって、その活用を遂ぐべき運命を荷なったものであると信じます。それでこのような一大偉人を、ただ純粋数学という一小孤島に閉じこめて、あたかも大ナポレオンをセントヘレナに幽閉しておくような観があらしめ広く人生一般の上にそ

の大手腕を振わしめないことを遺憾といたしますので、とくにこの点を高調するのであります。

なお一歩進んで、私はつぎのように申したいのです。数学は数学それ自身のために研究される価値のあるものである。〝「数学のための数学」も、「実用のための数学」も、ともに研究すべき価値がある、ものである。〟〝その一方を軽視し、度外視し、犠牲としてはならぬ。〟否、〝かえってこの二つを分離せず、一方に到達する最良の方法をして、同時に、他方にも到達する最良の方法たらしめねばならない〟、と信じるものです。私はヴォルテラとともに、「根本思想の三形式、すなわち幾何学的・解析学的・物理学的思想こそ、不朽のものである」と、確信するものであります。

数学の理想は「数学のための数学」にある。けれども「数学のための数学」は、知識的遊戯に堕するおそれがある。私はあえて、〝人本主義の上に建てられた「数学のための数学」、「生のための数学」によって目覚めた「数学のための数学」を、主張する〟ものであります。

七

最後に私は、わが中等教育上の数学について、とくに一言申し上げたいと思います。

中等教育の目的が、近き将来における国民の養成にあることは、いうをまたないところです。近き将来における国民の養成上、もっとも重大な条件は、人生と時代とに触れた教育主義でなければならない、ということです。しかるにこの条件は、数学の理想と必ずしも一致するものではなく、ある点において一致し、ある点において衝突する。数学の先生は、ここに理想と現実との矛盾に直面しなければならないのであります。

しかしながら私はこの場合に、教授者は断じて数学の理想を棄てて、教育の根本精神に服従すべきもので

あることを、主張いたします。[4] もしこの主張にして誤りでないとしますなら、〝中等教育の数学は、科学的に、現実の物を考え、物を取り扱う方法を教えることをもって、第一義としなければならぬ。〟換言すれば、実用数学の精神をもって、第一義としなければならないのであります。したがって教授の方法は、心理的であり、自由でなければならぬ。ベルグソンのいわゆる「生命の絶えざる進化流動」に逆らってはならないのです。これに逆らうことはすなわち滑稽であり時代錯誤であります。真正な数学教授者たらんがためには、純粋数学者が愛好する、厳密な論理と確乎たる形式とは、忍んでこれを棄てなければならぬ。数学教育上いっさいの問題は、この立場から解決せらるべく、また解決せられなければならない、と信じるのであります。

最後に、私は中等教育の数学科は、教科書の編著者も、教授者自身も、ともにしばらく数学の専門家たることを忘れ、〝人本主義の戦士として立つ時において、初めて完全な効果を見る〟ものであると、確信して疑わないものでございます。

（「東京物理学校雑誌」三三一号、大正八年六月、所載）

追記　第一次大戦の直後におこなったこの講演は、思想が未熟で雑炊（ぞうすい）的であるが、私の数学観を正直に語った、もっとも初期のものである。

註

(1) 今日から見れば、これらの言葉はまったく予言的であった。（追記）
(2) 同右。
(3) その考えの正否は別として、この講演では、数学の理想という言葉を、こういう意味にとっている。（追記）

（4）この言葉の意味は、この講演ではくわしく説明されていない。これだけでは誤解されるおそれがあるが、後の「数学数育の意義」（一九二三）は、明らかにこの講演につづく系列のものである。（追記）

（『科学的精神と数学数育』、一九三七年、岩波書店、収載）

- 『数学教育の根本問題』（「小倉金之助著作集」第四巻、勁草書房、一九七三年七月）所収。
- 読みやすさのために、適宜振り仮名をつけた。ただし、引用はそのままにした。
- PDF化には $\LaTeX 2_\varepsilon$ でタイプセッティングを行い、dvipdfmxを使用した。