

ギリシア数学史におけるゼノン

村田 全

一 流転するゼノン

飛んでいる矢は止つていたりとか、アキレスは亀に追いつけないとかという、いわゆる「ゼノンの逆理」については、古来多くの議論があるが、その第一の原因は史料の不足であろう。なにしろ二千数百年も昔のこと、ゼノンの著書が残っているわけでもなく、「逆理」の意味や目的をゼノンの立場に立って再現するのが、そもそも大変な難問である。しかも問題はそれだけではない。話が運動、無限、連続、時間、空間などと、いくらでも深遠な議論のできることに関係しているから、その方面の学問の進歩に応じて、その時その時の「現代的」ゼノン解釈が可能になる。はじめのゼノン再現の方は正統的な古典解釈の問題、後の現代的解釈の方は、いわば古典による創作活動で、しかもこの二つの仕事をはつきりとは区別しかねる場合も少なくないから、今後もおそらく議論の種は尽きないことであろう。

「逆理」のいろいろな解釈を反映して、ゼノンの評価もまたさまざまである。実際、彼はギリシアの昔から、あるいは「詭弁家」と貶され、あるいは「弁証法の祖」と持ち上げられた問題の人であったが、特に最近の百年前

後において、評価の上下はひとしお激しい。

ことの起こりは、十九世紀末にフランスの数学史家P・タンヌリが、数学史におけるゼノンの意義を「発見」したことである。これはその後の数学史家たちに大きい影響を与え、ついにはゼノンをギリシア数学の根底的危機を救った「運命の人」と見る学者まで現れるに到った。この評価は、ゼノンを微分積分学の遠い起源に結びつけて考えるもので、今でもかなり広く行なわれている。ところが一九四〇年になってオランダの数学者で数学史家でもあるファン・デル・ワルデンが、タンヌリの「発見」を細かく批判した論文を発表し、ゼノンは「詭弁家」でも「運命の人」でもなくて、その本来の姿たる「エレア哲学の人」と見るべきだと主張した。筆者はこの主張をほぼ決定的なものだと考えるのであるが、この後また二〇年たって、ゼノンにはもう一度、数学史上での大きい評価が与えられるようになった。すなわち一九六〇年にハンガリーの数学史家サポーは、ユークリッド幾何学の公理系が形成されてゆく過程において、ゼノンたちエレア派はきわめて本質的な役割を演じたとの意見を発表したのである。もとよりユークリッド幾何学は、理論的数学ばかりでなく体系的学問一般にとつての典型であるから、この新しい評価はゼノンを、タンヌリの場合とは別の方面で、再び数学史上の最高の座に送ることを意味するであろう。もちろんこの評価は、ファン・デル・ワルデンのタンヌリ批判とは矛盾しないし、いろいろと問題は残っているにしても、よく行きとどいた研究の結果であつて、今後に大きい影響を残すものと思われる。

さて筆者がここで企てているのは、自分で新たにゼノン論を創作しようとか、古今のゼノン解釈を概観的に紹介しようとかということではなく、主としてタンヌリからサポーまでのゼノン像の変遷を紹介するかたわら、数学史研究というものの最近の姿を示してみたいということである。実は、政治家や軍人ならばいざしらず、学問

の人の死後の運命にも、このような有為転変があるものかという思いがあり、その有為転変がほかでもない、流転に対する恒常を説いたエレア派の人を見舞っているという面白さがあり、それらが筆者を駆って身のほど知らずなゼノン雑談に筆をとらせたのであるが、正直のところ、やってみて手に余った。むしろ興味のある方は左の文献のどれかに直接あたっていただきたい。ともにそれだけで完結した読みものであり、それぞれ数学史研究というもののあり方を示唆するところが多いであろう。

B. L. van der Waerden, Zenon und die Grundlagenkrise der griechischen Mathematik. (ゼノンとギリシア数学の根底的危機) (*Mathematische Annalen*, Bd. 117, 1940.)

A. Szabó, Anfänge des euklidischen Axiomensystems. (ユークリッド公理系の起源) (*Archives for the History of Exact Sciences*, vol. 1, 1960.)

A. Szabó, Anfänge der griechischen Mathematik. (ギリシア数学の起源) Akadémiai Kiadó, Budapest. 1969.

(この最後の書物の邦訳は、中村幸四郎、中村清の両氏と筆者の共訳で玉川大学出版部から刊行予定)。
なお、古来のゼノン解釈の歴史を知るには、

F. Cajori, The History of Zeno's argument on motion. (ゼノンの運動論の歴史) (*American Mathematical Monthly*, vol. 22, 1915.)

が便利であるが、なにぶん半世紀も昔のものである上、前記のタンヌリの説をとり、しかもカントルの集合論によって「ゼノンの逆理は解決された」との立場をとっているから、以下の話に直接の参考にはならない。むしろ簡潔な概観であるが、

W. D. Ross, *Aristotle's Physics: A Revised Text with Introduction and Commentary*, (1936)

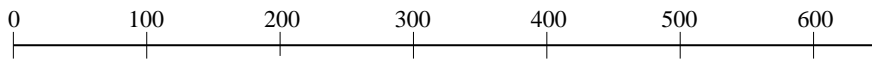
の序論の中のゼノンへの解説が、カントルに幻惑されることもなく、明快である。

二 根本史料

本論に入る前に、ゼノンに関する根本史料について一言しておきたい。要するに根本史料の乏しさや、その確実性に対する多少の疑惑などを、前もって勘定に入れておくのである。

実はメソポタミアやエジプトでは、西暦紀元前約二十世紀から紀元の頃までにわたって、数学に関する相当な量の史料原典が残っているが、前六世紀から約千年にわたるギリシア文献については、そのようなものは皆無である。というより、ゼノンに限らず、当時の重要な著作で著者の生きた時代から千年以内に作られた写本さえ、全く現存していないといってよい程であって、こうなると、当時の学者についてかなりのことが解り、書物によっては復元作業がほぼ完全にできているという事実の方が、むしろ不思議だといいたいくらいである。

少し余談にわたるが、この間の事情をもう少し説明すると、まず当時の本はすべて写本だから数が少ない上に、用紙であるパピルスは、二十世紀の紙ほど脆くはないにせよ、決して保存のよいものではない。その上、アリストテレス以前のギリシアには蔵書の習慣があまりなかったということなので、蔵書何十万巻といわれたアレキサンドレイアの図書館や学園ムサイオンは、文字どおり他にかげがえないものであった。ところがこれが四世紀末か、遅くとも七世紀末までには、ほぼ完全に破壊されてしまったのだから、史料を蒐集し復元することのむずかしさも、またそのおぼつかなさも、想像に難くないであろう。

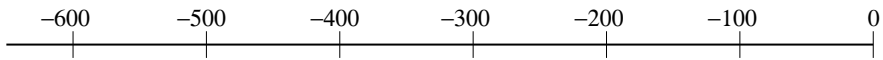


シンプリキオス

ディオゲネス・ラエルティウス プロクロス

アカデメイア (前 356～529)

ムサイオン (前 290～640 頃) -----
キリスト教徒による
図書館破壊



タレス

アナクシメネス

ヘラクレイトス

ピタゴラス ヒポクラテス _____ プラトンの学園

アルキュタス

パルメニデス テオドロス

ゼノン エウクレイデス

オイノピデス

_____ 大学図書館

大図書館焼失
(前48)

デモクリトス

ソクラテス アリストテレス

プラトン

テアイテトス

エウドクソス アルキメデス

さて今日ソクラテス以前の学者について調べるには、

Diels-Kranz, *Die Fragmente der Vorsokratiker*, (ディールス・クランツ『ソクラテス以前の断片集』)

という三冊本などがよく用いられる。これは、当時の学者を年代順に並べ、それぞれの生涯や学説についての記事を集めたもので、ゼノンの分は一一ページ、三四項ある。(もともと、*It is all Greek!*と云う)

以下では、この本にあるものを根本史料と呼ぶが、ゼノンの項の中で一番古いのが、

プラトン『パルメニデス』(岩波版『プラトン全集四』田中美知太郎訳、一九七五年のほか長沢信寿訳一九四四年あり)

をはじめとする二、三のプラトンの対話篇からの引用で、その次が

アリストテレス『自然学(フィジカ)』(岩波版『アリストテレス全集三』出隆、岩崎允胤訳、一九六八年)

からのものである。前者はゼノンの活躍した時代から約八〇年、後者は百年余りたつて書かれたものと考えられる。この他の目ぼしい根本史料としては、

ディオゲネス・ラエルティウス『哲学者列伝』

シンプリキオス『アリストテレス自然学註釈』

などがあるが、前者は三世紀半ばのもの、後者は六世紀のもので、ゼノンの時代からそれぞれ約七百年、千年のへだたりがある。この間、ディオゲネス・ラエルティウス(紀元前二世紀頃、伝記不明)の二世紀も前に、アレキサンドレイアの大図書館は、カエサルの子孫の軍隊の失火で焼けた(西紀前四八)。その修復のため、ペルガモンにあった大きな図書館の蔵書をアレキサンドレイアに移したりしたが、結局四世紀末までにそれも再三の破壊を受けた。

これがシンプリキオスより一世紀以上も前のことである。そしてシンプリキオスの時代といえ、アテネに九百年の伝統を誇った学園アカデメイアが王命によって閉鎖された時期（五二九年）の前後で、というよりも、彼はこの学園の最後の学頭だったのである。なおアリストテレスの創めた学校リュケイオンの歴史は、実質的にはアリストテレスの死と共に早くも終わっていたといわれる。

このように見てゆくと、以上の根本史料、特に後の二つなどには、いろいろなゆがみがあると考えるのが常識であろう。しかも問題は時代とともに文献が失われることにあるのみではない。古い学問を後代に伝達した優れた学者や有力な学派が、その独特の思想によつて、かえつて伝承をゆがめることもあり、プラトンやアリストテレスといえどもその例外ではありえない。それらは普通は判定のしようがないというだけの話である。われわれには現存する根本史料だけが手がかりであるのに、その手がかり自身がどの程度に信用できるものなのか、それが必ずしも確かでないのである。

そこで本格的な研究のためには、それらの根本史料に対するいろいろな吟味を欠かせない。タンヌリにしても、ファン・デル・ワルデンやサボーにしてもそういう吟味は試みている。しかも解釈に天地の差があつたりするのは困つたことだが、その事情はおいおい説明してゆきたい。

これだけの苦勞をしながらも、例えばゼノンの著書の古写本がどこかで発見されたりすると、ゼノン解釈はもとより、古代ギリシアの学問史全体が、根本的な変革をこうむるかもしれない。こういう仕事は、考えてみると盲人が象をなでるような、あるいはまた賽の河原の石積みのような、はかなくも心もとないもののように思えるであろう。しかし一方では、そんな時が来ても、従来のが考えが予想以上に当たっているような事態が、期待でき

そのような気もしないではない。

三 ゼノンの生涯

ゼノンの人となりは、主に前記プラトンの『パルメニデス』やディオゲネス・ラエルティウスの『哲学者列伝』などから推察される。もともと、前者におけるゼノンは対話劇の劇中人物であるし、後者は書かれた時代が少々下がりすぎており、しかも双方の記述には時として大きな喰いちがいがある。そこであまり細節にはこだわらぬことにして、それらを適当にまとめると、次のような像が、おぼろげながら浮かび上がってくる。

ゼノンは南イタリアのエレアの人。エレア学派の祖たるパルメニデスの弟子で、アリストテレスは、今は失われた書物の中で、ゼノンを「弁証法の祖」と呼んだという。プラトンの『パルメニデス』からの推測では、生まれたのは前四九〇年頃、死んだのは前四三〇年頃。してみると対ペルシア戦争（前四九〇―四七九）の頃に生まれ、ペロポネソス戦争（前四三一―四〇四）の始まる前後まで、大体アテネの全盛期を生きたことになるが、アテネに住んだのではないらしい。

当時はアテネ民主制の興隆と、その民主制のギリシア各地への伝播があり、他方それに対する独裁制の反撃があり、結局これがペロポネソス戦争につづくのであるが、ゼノンもまたその故国での反独裁制の闘争の中で落命したといわれる。ディオゲネス・ラエルティウスによれば、彼は政治上でも哲学上でも、高潔な人格者であったとのことである。

ここで読者の中には、ゼノンを詭弁家とだけ考えていて、高潔な人格者という評価に戸まどいを感じられる方

があるかもしれない。ところがこれと同じような戸まどいを起こさせる例は、実は他にもある。例えばプラトンの『パルメニデス』では、四〇歳近いゼノンが、六五歳ぐらゐのパルメニデスとともにアテネを訪れ、おそらく二〇歳前後だった若き日のソクラテスを啓発することになっている。これを史実と見たのが前記のゼノンの年代記であるが、同時にこの記事によると、ソクラテスやプラトンが、パルメニデスとゼノンの師弟に、好意というより、むしろ敬意をもって接しているのがわかるのである。「ソフィスト（詭弁論者）」の敵たるソクラテスと、ソフィストの一味らしいゼノンとのこのような関係も、奇妙といえば奇妙であろう。実を言うと、いわゆるソフィストは、ゼノンとは学問的系統も住んだ場所も別のグループの人びと（プロタゴラス、ゴルギアスなど）であり、ゼノンの影響がないとは言えないが（例、ゴルギアス）、ゼノンをソフィストの中に数えるのは、哲学史の上から見て誤りである。ただしここでその件に立ち入るのは止め、以下ではもっぱら、いわゆる「ゼノンの逆理」について考察を進めたい。

四 「飛ぶ矢」

「ゼノンの逆理」に関する根本資料の第一は、アリストテレスの『自然学』第六巻の中にある。この本はプラトンの『パルメニデス』より、三、四〇年たって書かれたものらしいが、後者とちがってゼノンには好意的でない。「逆理」の説明にしても、「ゼノンの議論はまちがっている」という言葉で始められているし、むしろ『自然学』自身が、この「まちがい」の克服のために書かれているかのようなのである。ゼノンの議論を「逆理」と呼ぶ通説は実にこの本の中にその源をもっている。ついでながら、筆者はこのような事情を頭において、「逆理」という

言葉を引用符の中に入れていたのである。

さてここで『自然学』その他の中から「逆理」に関する部分を訳出して吟味するとなると本式だが、これにはちよつと手のつけられない事情がある。それは原文の逐語訳（これがまず大変！）と、その本当の内容的理解との間にある隔たりとでもいうべき問題で、意味不明瞭な逐語訳を明快に理解しようとする、いやでも解釈者の考えが入ってしまうという事実である。実際、ディールの『断片集』のギリシア語原文に対して、いく通りもの近代語訳があり、しかもそれらは訳者のゼノン観を反映して、本質的な違いを示すことがあるのである。

次にこの事情の説明かたがた、後の話との関連もあつて、『自然学』から「飛ぶ矢」の論を訳してみようといつても、いくつかの近代語訳からの、かなり自由な重訳で、「 」の部分は筆者の挿入である。

「ゼノンは言う、 万物は静止状態にあるか、運動状態にあるか、いずれかだが、何物も、自己と同一の場所を占めている時には、運動状態にないとせよ。更に運動体はつねに今〔と一瞬間〕において存在しているとせよ。しからば飛ぶ矢は不動である」と

あまり解りやすい文章ではないが、アリストテレスはこの直後に自分流の解釈と批判とを述べている。

「しかしこれはまちがいである。どんな量も、分割できない要素からできているとは言えないように、時間もまた、分割できない要素からできているとは言えないからである」

これで見ると、アリストテレスの頭の中には、ゼノンの議論がこう映っているらしい。

——まず時間は或る長さの分割できない要素からできている。ところが矢はその今という要素において静止している。だから矢はずつと止まっている、とゼノンは結論しているようだ。アリストテレスはこう解釈した上、こ

の解釈を相手にして、「時間は分割不能の要素からできているのではない」という上の批判を投げたのである。悪くいえば、彼は自分の考えの影を相手にたたかっているのである。

しかしゼノン¹は、実際にこのアリストテレスの解釈のように考えていたのであるか？ 真相はもとより知るよしもないが、例えばこの話の初めに触れたファン・デル・ワルデンなどは、別のいろいろな事情から見ても、必ずしもそうではあるまいと推測する。そして事実、彼が引用しているカロジエロという学者の意見によれば、時間を或る長さの要素からなると考えなくても、飛ぶ矢の論には別に左記のような解釈が可能なのである。

元来、ゼノンの属したエレア派の哲学は、それ以前の「生成、流転」を論じたミレトス学派の哲学とは対蹠^{たいせき}的に、「唯一不動の存在」を論じていた。そこでカロジエロは、エレア派の基本原理を「唯一不動の存在、即、現存」と表式化するとでもいうか、「今」という永遠に続くこの瞬間において現にあるということが「存在」そのものであると解釈し、それによつて飛ぶ矢の論を理解しようとする。その場合、前の訳は次のように改められるであろう。「ゼノン²はいう、万物は静止状態にあるか、運動状態にあるか、いずれかだが、自己と同一の場所を占めている時には運動状態にないとせよ。更に運動体はつねに現に存在するとせよ。しからは飛ぶ矢は不動〔の存在〕である」と

「存在即現存」という考え方は、ゼノンには当然すぎて明記されず、他方アリストテレスはこの考えを理解せぬまま、自分の考えを押しすすめた——当否は別として、こういうこともありえぬことではあるまい。ともかくこの両者の間には百年に余る年月——ペルリ来航から今日に及ぶほどの年月——が流れているのである。

もとより今は解釈の当否が問題ではなく、訳がうかつにはできないということの例を示しただけである。し

かし、この調子では話が進まないから、以下、大体は通説に従って、四つの「逆理」を説明してしまおう。

五 運動の逆理

アリストテレスは『自然学』の中で、「運動に関するゼノンの逆理は四つあった」と伝えている。第一は「二分割」と呼ばれ、

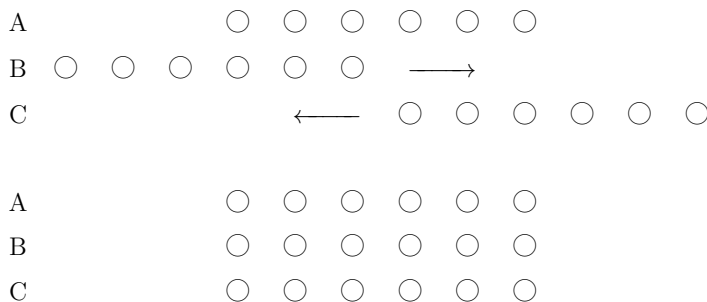
「運動体は終点に着く前に走路の midpoint に着かねばならぬ。またその前に、その midpoint までの midpoint に着かねばならぬ。以下同様で、この故に運動なるものはありえない」

と論ずる。この議論の「この故に」とある部分をどう解釈するかは問題であるが、アリストテレスの解釈と批判は『自然学』の別の場所にあつて、その大意は次のとおりである。

「ゼノンは、無限の位置を有限時間内には通過できないと仮定しているが、この仮定はまちがっている。時間や距離などが無限だといつても、どこまでも分割できるといふ意味の無限と、どこまでも拡がっているという意味の無限との二つを区別すべきである。第二の意味で無限な距離を有限時間に通過することはできないが、第一の意味の下でなら、できる。この場合は位置も無限だが、時刻も無限だからである」

筋は一応通っているにせよ、これもまた一つの解釈とその解釈への批判であることに注意しておきたい。

第二の逆理は「アキレス」と呼ばれ、アキレスのような速い走者も、亀のような遅い走者に追いつけないと論ずる。その理由は、アキレスが亀に追いつくには、まず亀の出発点に着かねばならないが、そのとき亀はいくらか前進しているの、同じことが以下どこまでも繰り返され、亀はつねにアキレスの少し前にいるからだという。



第1図 ゼノンの第四の逆理 Aは静止しており、Bは右へ、Cは左へ同じ速さで動いているとしよう。ある時間の後、A、B、Cは下の図の位置を占める。この時、Bの“原子”はAの3個の“原子”とすれちがい、同時にCの6個の“原子”とすれちがうことになる。すれちがい時間はすれちがう“原子”の個数と対応するはずだから、(BA)のすれちがい時間は(BC)のすれちがい時間の半分である。しかるに、この二つのすれちがいは同時に起っているのだから、ある時間はその半分と等しいことになる！

アリストテレスは、この逆理は本質的に「二分割」と同じで、まちがいも同じところにあるといっている。「アキレス」の逆理を、時計の長針が短針を追うという形で考え直してみるとおもしろい。

「今三時であるが、このあと長針はいつ短針に重なるか？」と質問すると中学生むきの問題になるのに、文中の「いつ」を「いかにして」と変えるとゼノンの議論になるからである。

第三の「飛ぶ矢」については前節で述べた。そのとき最初に与えた訳が普通の解釈であるが、筆者は後のカロジエロの訳に重みをかけたい。

以上の三つでは、アリストテレスは、ゼノンの議論と自分の批判とをともかく区別しているが、「競技場」とか「すれちがい」とかと呼ばれる第四の逆理では、その区別さえ不明瞭で、全体の解釈についても、もっとも異説が多い。あえてやや自由に訳してみよう。

「この逆理は、直線コースの両端から互いに反対向き、同速かつ平行に動く二つの同形の物体(第一図B、C)に関するものである。ある時間とその半分とが等しいという結論が、このことから導き出せるとゼノンは考えている。まちがいのもと

は、物体Bが自分と同速、同形の物体Cとすれちがうのにも、自分と同形の静止物体Aとすれちがうのにも、その所要時間は同じだと仮定しているところにある」

この先は明瞭にアリストテレスの意見になるが、この引用の終わりにある「同じだと仮定している」のが、本当にゼノンなのか、それともアリストテレスがゼノンの意見を推測してそういつているのか、筆者には、その辺がどうもはつきりしない。ともかくよく聞く説明は次のとおりである。

「長さにはこれ以上分割しがたいある大きさの「原子」があり、時間にも同様のもの「瞬時」があるとせよ。Bの各原子はAの n 個（図では三個）の原子とすれちがうと同時に、Cの $2n$ 個（図では六個）の原子ともすれちがう。ところが原子同士のすれちがいには瞬時が対応するものなので（あるいは、対応するとすれば）、前記のA対B、B対Cのすれちがいの時間は、原子の個数からいって前者が後者の半分でなくてはならない。一方これは同時に起きるのだから、或る時間とその半分とは等しいことになる」

第一から第四までの逆理に関する以上の説明や批判が、納得できるものか否かは今は問わない。ただ前記のアリストテレスの批判に基づいた一つの整理作業として、「二分割」と「アキレス」では、時間、空間を無限分割可能と仮定する場合のことが論じられ、「飛ぶ矢」と「競技場」では、その分割が或る「原子」までで止まると仮定する場合のことが論じられたとする説があつて、これはかなり広く行きわたっていることを付け加えておく。

六 帰謬法

前の二節では、もっぱらアリストテレスの『自然学』によって話を進めたが、他方、ゼノンに好意的なプラト

ソンの対話篇では、ゼノンの学問傾向はどのように描かれているのであろうか。もちろん例の四つの逆理のことはそこには出てこないが、『パルメニデス』にはエレア派の哲学とその方法とが精密に示されている。そこで準備的に、本来筆者の任ではないけれども、しばらくギリシア哲学の流れを顧みようと思う。

ギリシア哲学史をひもとくと、まず存在の原質（根元的素材）を問題にした、タレスに始まる一派がある。タレスは「水」を原質とし、アナクシマン드로スは「限定^{ト・ア}されざるもの^{ペイロン}」を原質とするが、それに続くアナクシメネスでは原質は「空気^{アエール}（エーテル）」で、それが濃くなったり薄くなったりするのに応じて、宇宙万物のなりたちが説明される。次にこの生成の相を強調したヘラクレイトスがいる。「万物は流転」し、われわれは同じ流転の流れの中に、「入りまた入らず、在りまた在らず」などという謎めいた言葉が残っている。

さらに宗教的なピタゴラスの一派があり、ここでは数が存在の根底的秩序として真剣に取扱われている。意味のとり方には異説が多いが、「万物は数である」というこの一派の言葉も有名である。

これらに対するエレア派は、時代的にややおくれて、存在の論理的側面をとらえたというか、要するに論理的な考え方を確立したといわれている。論理的という面でのこの学派の基本原理は、先のヘラクレイトスと対蹠^{たいせき}的に、「有るものはある、有らぬものはあらぬ」と述べられる。第四節でも述べたとおり、この学派のいう「存在」は、時間的にも空間的にも不可分連続的な一者で、今というこの永遠なる瞬間の中にあり、感覚よりは思惟に、経験よりは論理につながるものである。これはアナクシメネスの変化、ヘラクレイトスの生成、ピタゴラス派の数、そのどれとも対立しうるものといえよう。しかし、ここにもっとも大切なことは、そのような対立した意見を批判すべくエレア派がとった論法である。

エレア派の論理は帰謬法である。すなわち、自分の論敵の主張を仮に受け入れるならば、そこからどんな論理的困難が出てくるか、それを示すことによって相手を窮地に陥し入れようとするのである。第一節で触れた史家サポーは、パルメニデスがアナクシメネスを批判するにあたって、この論法を発見したものと推測しているが、その文献学的根拠は示していない。しかしともかくサポーは、帰謬法の発見こそ真のギリシア精密数学の誕生を意味するものとして、そのゼノン再評価の一つの根拠にしているくらいである。そういえばアリストテレスがゼノンを「弁証法の祖」と呼んだのも、おそらくこの方面の業績の故だったのであろう。

エレア派の帰謬法のこととは、後にサポーの説を紹介するときにも、もう一度触れるが、その実例はシンプリキオスの根本資料の中にあつて、ここでは「存在が多である」とする仮定から矛盾が導き出されている。またプラトンの『パルメニデス』の後半には、帰謬法を中核とするエレアの論法の典型的な例も見られ、さらにプラトンの対話篇全体におけるこの論法の明らかな影響についても、しばしば論じられている。

こうしてみると、かの四つの「逆理」の場合に、これを帰謬法と見ることがあっても決しておかしいとはいえない。これならば結論が変だというのは当然のことで、むしろ同じ仮定から二つの相反する結論をこそ出したいのである。そして問題は、その打ち破られるべき仮定が何であったか、「運動の存在」の仮定か、「多の存在」の仮定かというような吟味となつて、アリストテレスのいわゆる「まちがった議論」とはかなり様子がちがつてくるのである。

七 「運命の人」

ゼノンの議論を、運動の可能性を否定する「逆理」としたアリストテレスの考えは、大体においてその後二千年の間受けつがれた。デカルト、ガリレオ、ニュートン、ライプニッツなど、何か一言あつてよさそうな人たちでも、カジヨリの『歴史』で見る限り、アリストテレス以来の「逆理」の枠をあまり破つてはいないようである。ゼノンの哲学をまじめにとり上げる価値あるものと考え、特にその帰謬法としての性質を重視したのは、十八世紀の哲学者カントがはじめてであるといわれる。この頃からゼノン談義もかなり盛んになるのであるが、ゼノンの論が運動を否定しているという古来の定説に対して極めて興味ある異説をたてたのは、第一節で述べた数学家タンヌリである。筆者は遺憾ながらその著作

P. Tannery, *Le concept scientifique du continu. Zénon d'Elée et Georg Cantor.* (連続の科学的概念、ゼノンとカントル) (*Revue philosophique de la France et l'Étranger*, 1885)

P. Tannery, *Pour l'histoire de la Science hellène* (ギリシヤ科学の歴史のために), 1887
 などをまだ見ていないので、第一節であげたファン・デル・ワルデンとカジヨリの二論文から、その大体の論旨をうかがうほかないのであるが、それにしても一八八五年といえは、カントルの集合論が成果を収めはじめた時代で、『連続の科学的概念、ゼノンとカントル』という論文の標題は、そのまま一つの時代を感じさせるようである。「付記、本稿の原型を書いた一九六四年以後、私はこれらの論文に目を通す機会があった。そこで本当ならこの部分を補筆するとよいのだが、そうなると全体の再構成にまで手がつけたくなくなり、おいそれと事が進まなくなる。他方、この部分は、話を続ける上で特に訂正の必要もないように思われるので、しばらく原型を保存することにした。」

タンヌリは、アリストテレスがゼノンの真意を誤り伝えたと考える。すなわち、ゼノンの論法は少し後の詭弁家たちの手で、鷺を鴉さぎといいくるめるようなゆがんだ使い方をされ、そのゆがみがそのままゼノンに由来するものとしてアリストテレスに受けとられたと見るのである。さらにタンヌリは、例の四つの「逆理」こそ、論敵ピタゴラス学派の哲学を論破するための帰謬法であったと想定する。彼によれば、ピタゴラス学派は、線・面・立体ないし空間などを、要素的な点の「多数」の集まりと考え、「多」を認めずに「一」に固執するパルメニデスに論戦をいどんだが、例の「逆理」を含むゼノンの反撃にあつて、根本的反省を余儀なくされたのであり、その帰謬法の形は「空間が多数の点の集まりだとすれば運動なるものはない」というものであつたとされる。

この考えについてまず問題になるのは「運動」ということであるが、これは後で詳しく述べることにし、まず「空間」と「多」の二つの言葉を検討しよう。これに関しては、第一に、ギリシア時代に今日のような「空間」概念があつたとする考えは、現在では批判の余地があるものとされている。第二に、これはタンヌリの時代にすでにあつた批判だが、この説のような「多」の解釈は、従来の解釈と余りにかけはなれ過ぎている。ここでいう「多」とは、恒常不変の「一」に對立的な、多種多様で変化に満ちた感覺的世界を意味する程度にみてよいのではなかったか。事実ツェラーなどの文献学者は上のタンヌリの説に反対した。しかし他方、かなり多くの数学史家や哲学者がこの説に賛成し、今でも一部ではこの説が定説のように考えられているようである。

タンヌリ説をもっと徹底したのは、ハーセ、シオルツの二人である。この二人は一九二八年に『ギリシア数学の根本的危機』という書物を公にし、その中で、紀元前五世紀のギリシア数学には根底的危機が見舞つたが、ゼノンの逆理による批判がそれを救つた、と主張した。すなわち彼らはこう考える。

「万物は数である」というピタゴラス派の思想は、彼らの「数」では表わせない無理量の発見によって危機に陥り、これを救うために、彼らは線、面、立体、空間などが無数の無限小の原子からなると考えるに到った。ところがこの無限小なるものは論理的に曖昧で、これを導入したために当時の数学は危険な邪道に陥っていた。数学をこの邪道から救出して純正科学の正道にもどし、数学の根底的危機を救った人こそ、他ならぬゼノンであった。ゼノンは詭弁家や懐疑派ではない。そのような見方はアリストテレスの解釈に影響された誤解で、ゼノンこそは古代ギリシア数学の最大の根底的危機における「運命の人」であったのだ」
これがハーセとシヨルツの説である。

八 エレア哲学の人

タンヌリヤハーセやシヨルツのこの考えは劇的でもしろいけれども、これが事実であることを確かめるには、無限小なる概念を使ってする数学が、ゼノンの時代にすでにできていて、ゼノンはそれを批判したのだという証拠を具体的に示さねばならない。ファン・デル・ワルデンの考察はまさにこの線に沿って行なわれ、その結果、タンヌリ流のゼノン解釈には、大きい無理のあることが明らかにされた。ファン・デル・ワルデンの論文は模範的な数学史論との評価さえある理路整然たるもので、ここにその骨子を述べるのも無駄ではあるまい。

タンヌリのいうような、線・面・立体・(空間)などを無限小要素にまで分解する方法の使われる数学を仮に「無限小数学」とでも呼ぶとして、ファン・デル・ワルデンは、この「無限小数学」とゼノンとは無関係であると主張する。

その第一の論拠は、エレア哲学の思想そのものの中にある。第八節で述べたように、「存在」は不動不変であつて、それには運動という属性はない。ところでタンヌリの意見によると、ゼノンは帰謬法を使つて次のように論じたという(第七節参照)。

「空間を唯一者とは見ず、点からなる『多』であると仮定するならば、運動はありえない。したがつて空間を『多』と見るのはよろしくない」

しかしこれが帰謬法であるという以上は、この文章の中の「したがつて」という文字の前には「しかるに運動は存在する」

という意味の文章が補われねばなるまい。ところがこれは、ゼノンが、運動否定を主張していたエレア派哲学者である点から考えて、少々話がおかしいのである。

このことを指摘したのは、第四節でも触れたカロジエロであり、ファン・デル・ワルデンはこの意見に賛成したわけであるが、この二人の見解は、ゼノンの議論のねらいを論ずるところで微妙にわかれる。まずカロジエロは、プラトンの『パルメニデス』の記事を参考にしてゼノンの議論には別に失われた部分があつたのではないかと推測する。すなわち現存の部分が「存在が多なら運動なし」を示すのに対し、その失われた部分は「存在が多なら静止なし」を示し、相たずさえて「存在が多である」との仮定を斥けると見るのである。このような論法は、エレア派の帰謬法の形からいうと、むしろ正統的であるが、ファン・デル・ワルデンは、この推測を少し過ぎ過ぎではないかと考える。彼によれば、ゼノンは、師匠パルメニデスの提出したいくつかの「多」の否定論に添えて「運動」の否定論を追加したのであつて、そう考える方がアリストテレスの言葉「運動に関するゼノンの議論

は四つあった」(第五)ともよく合うというのである。

「無限小数学」とゼノンとが無縁であるということの第二の論拠は、第二節であげた根本資料のうちで、真にゼノン自身のものと思われる部分には無限小数学への言及のあとがなく、他方、無限小数学への論難と目される部分は、アリストテレスの註釈の中か、あるいはアリストテレスの影響下にあるとみられる註釈の中かに属するということである。これはかなり微妙な論点であり、ここではこれ以上立ち入らない。

九 無限小数学

前節では、エレア派の哲学や資料の読み方を論拠として、ゼノンと「無限小数学」とが無関係であるとの説を述べた。しかし、文献解釈に基づくこのような議論に対しては、別の解釈による反論がほとんど必至であり、そこで第三の年代史的考察が意味をもってくる。論点は二つあって、まず無限小数学がゼノンの時代より後の時代にできたと考えられるものであること、次にその無限小数学が、いわば当時の高等数学であって、数学の根底的危機と関係するようなものではなかったこと、これらがそれぞれ示される。

考察は、当時の幾何学の中で、無限小数学の力を借りねばならぬ部分がどのくらいあったか、という点から始まる。すると考えられるのは、接線の作図か、長さ、面積、体積などの値を求める問題かぐらいである。ところが円の接線の作図には無限小数学は要らないし、紀元前五世紀の当時における「高等」曲線の接線ならば、高等数学の問題でこそあれ、これができないからとて「根底的危機」が起こるような性質のことではない。結局、吟味の対象として残るものは、円周の長さ、円の面積、角錐か円錐の体積などの問題である。

ところで、少し時代は下がるが、アルキメデスその他の伝えるところによれば、角錐の体積が、同じ底をもつ角筒の三分の一であることを発見したのはデモクリトス（前四六〇頃—三七〇頃）で、その方法は、角錐を無限に薄い薄片に切って計算するものであったといわれている。別の資料によると、円錐についても角錐と同様の結果が得られていたらしい。しかしデモクリトスがその方法を疑う余地のない正しい証明と見ていたかどうかまでは、それらの資料も伝えていない。実際、これらの結果は、後のエウドクソス、アルキメデスの時代に搾り出し法——もつともこの命名(method of exhaustion)は十七世紀のものである——といわれる極めて正確かつ論理的な方法によって再証明されたのであるが、その頃においても、無限小数学的な方法は発見の手段としてのみ使われていたのだから、デモクリトスがこの方法を使ったというだけでは、かれがこれを正しいと信じていたかどうかは解らないし、まして、そのために「根底的危機」が云々されるほどのことではないのである。

さらに数歩ゆずって、仮にこの種のことの確かな証明と見なされ、そこに数学の「根底的危機」があったと仮定しても、デモクリトスはゼノンの次の時代の人で、ゼノンが批判した相手とはなりえない。それではデモクリトスより前に、同じようなことを試みた或る忘れられた学者がいたのだろうかと考えてみるにしても、そのような試みをゼノンが批判して、それがギリシア数学の命運を定めるような大事件となった後で、再びデモクリトスがそれに似た議論をむしかえしたり、「発見」したりすることが可能であろうかと反問できる。

別にデモクリトスと同じ時代に、アンティフォン（前五世紀末？）が、円の面積や円周の長さを求めようとして、円の内接正多角形の辺数を増してゆき、ついに円と一致するところまで（!?）続けるという論法を使ったことが伝えられている。実はアンティフォンなる人物は、同名異人の混同などがあって、時代その他を明確に定め

ることができないのであるが（田中美知太郎著『ソフィスト』四九〇―五二ページ参照）、いずれにせよゼノンの次の時代の人であることは確かであって、この人もゼノンの批判の相手とはなりそうにない。アンティフォンより前に誰かいなかったかという考え方についても、デモクリトスの場合と同じことがいえる。

ファン・デル・ワルデンは、以上のように考察を進めた上で、古代ギリシアにおける原子論、すなわち分割不能の要素的存在についての議論は、むしろゼノンの刺激によって生まれたのではないかと論じている。実は哲学史の常識的な意見は、タンヌリの説でなく、このファン・デル・ワルデンの説と一致する。すなわち哲学史における最も普通な見方によると、エレア派の後、その影響下にありながら、しかも感覚世界における変化や生成を説明しようとする動きがあり、そのために、エレア派のいう「一者」のような自分自身は不動不変な「原子」が導入され、万物の変化生成はそれらの原子相互間の運動のせいとされるようになったのだという。しかしファン・デル・ワルデンは、単にこれらの常識だけを根拠とするのではない。シンプリキオスの伝える史料によると、デモクリトスより少し後代のクセノクラテス（前三九〇―三一四）が、ゼノンの議論を解決しようとして連続の研究に立入り、ついに幾何学的原子論に到達したという記録などがあるが、ファン・デル・ワルデンはこれらを引用し、かつその信頼性を綿密に検討しながら、冷静的確にその議論を組立てている。相手の逃げ路になりそうなところに、すべて前もって釘をさしておくのは、上のデモクリトスについての議論と同様で、討論の相手に対してはまことに無慈悲な議論である。

以上、要するに原子論はゼノンより後の産物であり、しかも当時の「無限小数学」は高等数学でこそあれ、数学の根底をゆり動かすべき性質のものではなかったという結論である。そういわれれば、「無限小数学」を直ちに

数学の基礎に結びつけて考えるのは、すでに微分積分学をもち、かつその根底への批判についても聞き知っているわれわれの二十世紀的偏見(!?)のせいかもしれない。特に集合論の成果に目を奪われた数十年昔においては、そういう傾向もひとしお強かったであろう。少なくともタンヌリの議論には多分にその傾向が見られる。しかし他方、ファン・デル・ワルデンのように言う場合、ギリシアにおけるあの精密な無理数論の誕生はどういうことになるのであろうか。それもなお数学の基礎と無関係だといえるのであろうか。これが次の段階の問題である。

一〇 ゼノン退場

新しい問題は、タンヌリのいうのとは別の意味で、ギリシア数学に根底的動揺はなかったか、また、もしそれがあったとして、ゼノンはそれに関与しなかったか、という形で提出される。そしてこれらに対するファン・デル・ワルデンの結論は、代数と幾何との関係をめぐってギリシア数学は確かに根底的動揺を経過したし、無理数論の誕生もこれにうながされたものではあったが、年代的に見てゼノンはこの「危機」とも関係をもっていないというのである。

ことの初めに、ギリシア数学のかなりの部分が古代バビロニア数学の伝承であること、およびそのバビロニア数学の特徴などについて具体的な説明がある。特にバビロニア数学においては、たとえば幅、奥行、高さなどの幾何学的用語が使われていても、取扱いは全く代数的であったことが注意される。ここに代数的扱いというのは例えば幅×奥行+高さ——面積と長さとの和——を数値計算だけの問題にして、量の単位やその表す図形に気を配らないことをさす。要するに、最初にギリシア数学が受けついでバビロニア数学は、代数と幾何、ないし数と

量の間境をもたないもので、後のユークリッド幾何学の論理に照らして考えると、極めてのんきなものだったのである。

代数と幾何との間のこの素朴な共存関係は、無理数の発見を機縁として破られる。すべての線分の長さが「数」で表せるとの考えは、もはや許されない。古い代数は新しい代数に、すなわち十九世紀の数学史家ツオイテンのいわゆる「幾何学的代数」に脱皮しなくてはならない。新しい比例概念が必要となり、新しい証明が要求される。これこそギリシア数学の本当の根底的動揺だった、とファン・デル・ワルデンは主張する。

それにしても実用的近似計算ならば、バビロニアの昔からすでに十分できていたのだから、ギリシア人たちが絶対的正確さを追求し、あくまで論理的にことを運んだのは、古今に例のないものとして注目に値するであろう。ファン・デル・ワルデンが言っているように、近代においてもデデキントやカントルが実数論を創る前には、人びとは、一方で線分比が有理数にならぬ場合のあることを知り、他方で有理数以外の「数」を本当の意味では知っていないにもかかわらず、線分比という幾何学的な「量」は必ず数で表せるものと、至極単純に信じていたし、今日でも、純粹数学以外の世界では、その事情はあまり変わっていない。そしてこれはギリシア数学の理論的厳正さを示す一つの指標なのである。

さてこの次の問題は、この数と量との素朴な調和の破れる時機の確定であるが、歴史家の意見はここで、かなり大幅に分裂する。例えば前記のツオイテンなどは、伝承に従って無理数的比の発見をピタゴラスかその学派のものと考えているので、こうなると年代の上でゼノンが介入する余地もでてくる。しかし、ファン・デル・ワルデンは、代数と幾何との共存時代と分離時代とについて、それぞれの記録を見定めた上で、その時期を紀元前四

百年の前後と推定している。してみると、その何十年か前に死んだゼノンも当然この問題に関係をもちえない。

ファン・デル・ワルデンのあげる代数と幾何の共存時代の記録の第一は、前四百年の前後に生きたアルキユタスのものである。記録によると、この人は計算術を幾何学に用いたらしく、しかも証明においては計算術の方が幾何学より優れているといっている。アルキユタスはピタゴラス学派の一人であるから、これは同時にツオイテンの説への批判にもなっているわけである。

次に同じ時期についての記録として、前五世紀中期のキオスのヒッポクラテスの史料があげられる。この人が或る証明で用いている「比」の概念は、無理数的量の存在などを考慮しない素朴なものだとファン・デル・ワルデンは見るのであるが、実はここには従来多くの意見があつて、この点に関する限り、かれの判定も決して決定的とはいえない。例えば上の「比」を、その判読の根拠はともかく、「数の比」と判読するから数と量との素朴な共存関係が浮き出てくるが、これを「量の比」と判読する人にとっては、数と量との分離はすでにできているとも考えられよう。後で述べるサポーなども前五世紀の数学の水準をもう少し高く見ているので、この判読についてはファン・デル・ワルデンと意見を異にしている。いずれにせよ、問題はきわめて微妙である。

これに反して、前四百年の数十年後に時代の空気が一変していることにはまず疑問の余地がない。テアイテトス、エウドクソスから、エウクレイデス（ユークリッド）、アルキメデスと時代が進む間に、計算術は厳密な学問と見なされず、証明は幾何学による他なしという「幾何学的代数」の天下がすでに来ているのである。しかもこの新しい数学がバビロニア伝来の古い代数学を、計算術でなく幾何学によって再編成したものであることは、エウクレイデスの『原論』の内容とメソポタミア出土の楔形文字の文書との対比によって、すでに十分確かめられ

ている。代数と幾何との素朴な共存関係は、この時代には完全に清算されているのである。

実はこの後でファン・デル・ワルデンは、この幾何学的清算事業の舞台がプラトンの学園であり、その主役はプラトン派のテアイテトスやピタゴラス派のテオドロス達であろうと推測している。しかし先のヒッポクラテスについての論争でも解るように、これも一つの試論にすぎまい。サポアがこの問題を論ずるならば、またおのずから別の見方をするであろう。このような意見の分裂は数学史という学問にとって決して望ましいことではないであろうが、一方、筆者には、この程度の差は致し方のないことのようにも思われる。要はこのような差の起こりうることに決定的なこととの区別を正しく見極め、その差の生ずる根拠を十分意識しておくことである。

一一 ゼノン再登場

第一節であげたサポアの論文『ユークリッド幾何学の起源』は、直接ゼノンを取扱ったものではないが、内容の上でゼノンに非常に大きい役割を与えている。すなわちサポアは、精密論理に裏付けられた数学体系がエレア派の影響の下で形成されたと論じ、特にユウクレイデスの『原論』の定義、公理、公準の成立には例のゼノンの「逆理」の影響の名残りがあつたらしいと、驚くべく鋭い洞察によって指摘しているのであつて、これはゼノン解釈の歴史において、見過ごすことのできない一章を加えたものというべきであろう。ここに用いられた方法も独特のおもしろいものであるから、かなり専門的な論文ではあるが、その大要を紹介しておこうと思う。

サポアの説の重大さを見るには、彼の主張によつて自動的に否定されることになつたいくつかの説を、試みに数え上げてみるとよい。まず否定されるのは、理論的数学がギリシア以前にできていたとする説で、例えばメソ

ポタミア起源説などはこの中に入る。もつとも将来メソポタミアで何か決定的な資料が発掘されたりすると、この点がサボールの説の致命傷になるかもしれないが、これはこのような「歴史」にとつて致し方のないことであろう。次に否定ないし無視されるのは、理論的数学の起源をギリシアには置くが、社会的環境や数学の内的要求などにその動機を求める説である。またそれに続いて同じくギリシア起源説をとり哲学に動機を求めるが、その哲学とはピタゴラス派やプラトン派などのものであるとする説も、否定ないし軽視される。

以上の諸説の少なくとも一部分はそれぞれ従来かなり有力だったもので、それらの常識からすると今回のサボールの説は異端的である。しかしこの新説にもかなりの説得力があり、その根拠も少々のことで崩れそうには思えない。それではこの大胆な説に対する根拠は何かということになるが、それはエウクレイデスの『原論』の初めにあつる三種類の基本的事項、「定義」、「公準」、「公理」なる言葉の意味の変遷の中に見出される。例えば「定義」に当たるギリシア語は、数学术語となる以前にどんな意味をもっていたか、それはどんな経路で数学术語となつたか、そしてその背後にはどんな数学的思想の展開があつたと考えられるか、このような吟味が、プラトンやアルキメデス（アリストテレスではない！）の用例に即して進められるのである。サボールは、こうして語義を論じつつ次第に数学史の大義に説き及ぶ。そして『原論』における定義、公準、公理の区別や形成史について興味深い視点が与えられるのであるが、それと共にこの歴史が一面において間接証明法——帰謬法——の発見と発展の歴史であり、ゼノンはこの舞台で活躍した主役であつたと論じられるという次第である。

ここでサボールの説の特徴をなす二つの傾向に前以つて注意しておく方がよい。その一つはアリストテレスへの不信であり、他の一つはアリストテレスの説を信じた十九世紀の数学史家、例えばツォイテンへの不信である。一

般にギリシアの公理論はアリストテレスに始まるというのが大体の定説とされているが、サポーは、これを、アリストテレスの著作を無批判に受け入れた十九世紀の歴史家たちのせいであると考ええる。サポーによれば、アリストテレスは公理論について独自の意見をもっていた優れた学者ではあるが、他方かれは歴史に忠実な祖述家ではなく、またエレア派の用語や考え方に慣れてもいなかった。だからその著書の内容を、当時の客観的な史実であると見るのは危険であり、むしろその独特の解釈がゆがめたであろうところの古代数学史を、プラトンやアルキメデスの用語法を手がかりとしつつ、その本来のすがたにもどすべきだというのである。学問というものが一面において常識や定説との絶え間ない戦いであるとするならば、これらは一度は吟味されるべき本筋の問題であつて、これを語義の変遷の方面から攻めてゆくというのは、確かに一つの見識といえるであろう。

一二 エウクレイデスの『原論』

サポーの研究における根本的な資料は

エウクレイデス『ストイキイ原論』

プロクロス『エウクレイデスの原論第一巻註釈』

の二つである。『原論』についてはハイベルクの校訂した定本（古典語）や、それに基づいた日本版、

中村幸四郎・寺阪英孝・伊東俊太郎・池田美恵訳・解説『ユークリッド 原論』（共立出版、一九七〇）

および、同じくヒースの英訳本、

T. L. Heath, *Thirteen books of Euclid's Elements*, I, II, III, (1908), (Dover ed., 1956)

があり、最近の研究などに関する前者の解説、後者における詳細な註釈などはそれぞれ大いに有益である。

プロクロスの『註釈』では、特に『史的概観』と呼ばれる初めの部分が、古代人の書いた数学史で唯一現存のものとして貴重である。プロクロス自身は五世紀の人で、エウクレイデスから七百年以上も離れているが、『史的概観』（の少なくとも一部分）は、エウクレイデスとほぼ同時代のエウデモス（アリストテレス派の人）の著書『幾何学史』をもととしたと伝えられる。『幾何学史』の方は伝わっていないが、ともかくプロクロスによって当時のことがかなりよく解るのである。以上の二つの他にプラトンやアルキメデスの著書なども用いられるが、もちろんアリストテレスは積極的には用いられない。なお『原論』についての信頼できる手近な参考書としては、前記の二つの訳書の他、

中村幸四郎『ユークリッド』（弘文堂、一九四九、絶版）

中村幸四郎『数学史』（啓林館、一九六二）

伊東俊太郎・原亨吉・村田全『数学史』（筑摩書房、一九七五）（の伊東氏による第一部）

などがあり、第二の書物には、プロクロスの『史的概観』の主な部分の邦訳も出ている。次に話の順序として『原論』のはじめの部分を、定義の一部分の省略以外は原形のまままで掲げるが、その訳文は、前記の日本版『原論』によった。

原論第一卷

定義

- 1 点とは部分をもたないものである。

2 線とは幅のない長さである。

…… (3から22まで省略)

23 平行線とは、同一の平面上にあつて、両方向に限りなく延長しても、いずれの方向においても交わらない直線である。

公準

次のことが要請されているとせよ。

- 1 任意の点から任意の点へ直線をひくこと。
- 2 および有限直線を連続して一直線に延長すること。
- 3 および任意の点と距離(半径)とをもって円を描くこと。
- 4 およびすべての直角は互いに等しいこと。
- 5 および一直線が二直線に交わり同じ側の内角の和を二直角より小さくするならば、この二直線は限りなく延長されると二直角より小さい角のある側において交わること。

公理(共通概念)

- 1 同じものに等しいものはまた互いに等しい。
- 2 また等しいものに等しいものが加えられれば、全体は等しい。
- 3 また等しいものから等しいものが引かれれば、残りは等しい。
- (4) (また不等なものに等しいものが加えられれば全体は不等である)。

- (5) (また同じものの二倍は互いに等しい)。
- (6) (また同じものの半分は互いに等しい)。
- 7 また互いに重なり合うものは互いに等しい。
- 8 また全体は部分より大きい。
- (9) (また二線分は面積をかこまない)。

以上のうち、「共通概念」の中の(4)、(5)、(6)は理論的には要らないが、古来、異本の多い部分で、ハイベルク版には括弧つきで残されている。この伝承についての吟味が、あとの話の中では意外に重要な役割を演ずる。

一三三 言葉と思想

「定義」に当たるギリシア語はホロイまたはヒュポテシスである。古代の用例によると、この二つはほぼ同じ意味であったらしいが、サポーは特に後者の用例をプラトンの対話篇などを用いて克明に調べている。それによると、これには「定義」なる意味の生まれる以前に、「数学の基本的原理」とか「討論の際、仮に前提におく仮定」などの意味があったということである。

「公準」に当たるアイテム、公理にあたるアキシオマについても同じような吟味が行なわれ、この二つもほぼ同じ意味で共に日常語として使われていたことや、その動詞形が討論の中で「これこれの仮定を認めて下さい」との意味に使われていたことなどが明らかにされる。

ここでおもしろいのは、サポーによると、アイテムやアキシオマの古い用例には「万人の認める普遍妥当な真

理」などの意味が全くないという事実である。もともと、『原論』において「公理」と同じ意味に使われている別の言葉「共通概念（コイナイ・エンノイアイ）」には、確かに「普遍妥当な真理」という意味があるが、この言葉は、アリストテレスの影響下にあるずっと後代のストア派のもので、プラトンやアルキメデスには用例がなく、したがって目下の考察の対象にはならない。

以上述べたことのうちでヒュポテシスの第二の意味「数学の基本的原理」に関係することは次節で述べるが、「討論の仮定」を示す第三の意味や、アイテム、アキシオマの同様の用例の背後に、サポーはギリシア的公理論の本質を見ようとするのである。すなわち、このような言葉の使い方の裏には、否定されるべき仮定から出発する帰謬法的推論、一時的に承認される仮定から出発する仮定法的推論、ほぼ万人の承認しそうな仮定から出発する狭い意味の公理的推論などが相並んで存在し、これらは広い意味の公理的推論というものの中の程度の差としてまとめられる——これがサポーの目に映るギリシア的公理論である。そしてこの解釈を支える資料はプラトンの対話篇からいくつか抜き出されている。要はアリストテレスの意見に迷わされないことだと、彼は言いたいらしい。ギリシア的公理論をここでいう狭い意味のものに限定したのはアリストテレスであり、その証拠にアリストテレスの公理論が実際に使われた形跡は、古代以来エウクレイデスの『原論』に到るまで、どの時代の数学的用例にもないではないかとサポーは主張する。普遍的真理という意味のコイナイ・エンノイアイという術語が後世に採用されたのも、もとはといえばアリストテレス独特の公理論の影響であろうと彼はいうのである。大胆な意見であるが、ありえぬことではあるまい。ただ筆者の学力では、遺憾ながらこれに対してとかくの意見を述べることはできない。

さてギリシア的公理論を仮にこのように理解するとして、次の問題はその誕生の由来を明らかにすることであるが、サポーはこれをエレア派の哲学の中に求める。かれはそのためにまず、エレア派の帰謬法が前五世紀のギリシアにおいてすでに学問的常識であったらしいことを探り出し、しかもその常識が、初めは数学的理論であつて、後にエレア派に伝えられたというものではなく、その反対の経路をとつたものであると説く。決定的な資料のあることではないけれども、間接的な史料はいろいろあつて立論は粗雑ではない。むしろ気になるのは、サポーの理解するエレア的論法ないしギリシア的公理論が、あまりに二十世紀の公理論に近すぎるように思われることである。この点は公理論というものの本質や歴史と関連して、今後十分の吟味を要する問題のように筆者は考えるのであるが、ここではこれ以上立入らない。

ともかくサポーの結論は次のようにまとめられるであろう。

「エレア派の帰謬法は論理的矛盾という概念が確立すると共に生まれた。すなわち、この学派では何事かを帰謬法によつて斥けようとしても、立場上その判定基準を感覚や経験の世界に求めるわけにゆかなくて、基準を論理的矛盾に求めたのであろう。このエレア的論法の一つにはプラトンの対話法（ディアレクティケ）を経てギリシア的公理論の本流となつた。また一つには、前五世紀以後の理論的数学の中に開花した（ファン・デル・ワルデンならば前五世紀とはいわないのであろうが）。また一つには墮落して詭弁的な討論競技（エリスティケ）にもなつた。」

こうしてみると、サポーの説においてはゼノンとプラトンとの間はきわめて親しい。この見方からすれば、第三節の終わりで触れた一つの挿話、ソクラテスやプラトンがパルメニデスやゼノンに敬意をもっていたらしいと

いう『パルメニデス』の伝える雰囲気は、決して不思議な話ではなく、かえってプラトン哲学における感覚的知識を軽視する傾向も、エレア派の遺産であるらしいとの説さえなりたつのである。前にも触れたように、ゼノンは、いわゆるソフィスト（詭弁家）達より古い時代の人で、ゼノンの論法がソフィストに影響したのは事実であるが、ゼノン自身をソフィストの一人とするのは謬りである。その上、悪い意味でのソフィストという言葉自身演あまり正体のはっきりしたものではないらしい。第九節でちよつと引用したことのある、

田中美知太郎『ソフィスト』（弘文堂、教養文庫、一九四一）

によれば、青年を腐敗させたソフィストという「悪者」は、今日われわれの考えるような意味では、存在しなかつたらしい。「ソフィストを危険な道徳破壊者に仕立て、それに対抗する騎士としての説教家ソクラテスを登場させたのは十九世紀ドイツの哲学史家達であった」という意味のことが、この本の終わり近くに見られる。サポアの説とは互いに独立に組立てられたものであるだけに、それとこれとを比べてみると面白いであろう。この本も立論の冷静慎重な労作である。

一四 ヒュポテシス、アイテマ、アキシオマ

ヒュポテシス（定義）、アイテマ（公準）、アキシオマ（公理）が、その本来の意味では余り区別されないとなると、エウクレイデスの『原論』のはじめにおけるこれら三つの用語には、事実上どんな区別があるのか、これがわれわれの次の問題である。よく知られているように、これは実は古くからの問題で、プロクロスにも二、三の説があるが、どれもあまり納得しやすいものではない。公準を幾何学の原理とし、公理を一般的原理とする説も

案外に例外が多すぎて全幅の信頼をおきにくいし、公準を作図公理、公理を相等公理とするのにも例外が多い上、特に後者には年代的な無理がある。アリストテレスの公理論でもいろいろ論じられているが、これと『原論』の構造とが事実上あまり関係をもっていないらしいことは前節でもすでに述べた。

このような状況の下でサポールの与える答は次の通りである。「三者の区別は伝承の名残りである。すなわち過去において何人かの学者が試みたいいくつかの『原論』がたびたびの整理を受けながら、なおそれだけの区別を残しているのである」(このようなことは、われわれにも覚えがある。現代のトポロジーなどでも、“normal”とか、“regular”のような似て異なる術語がたくさんあるではないか)。そして、この推測の上にかればもう一つつけ加える、「その昔それらの“原理”を立てた人達に、“ダイテマ”とか“アクシオマ”とか、すなわち“ざしあたってこれを認めて下さい”といわせた相手こそ、パルメニデスやゼノンではなかっただろうか」と。

まずヒュポテシス(定義)。前六世紀から五世紀にかけて、例えばピタゴラス派の数の理論の一般的、理論的把握が、おそらくはエレア的討論術によつて、さまざまに試みられたことであろう。真実在は唯一者であり、多者すなわち数なるものは実在的存在ではないとするエレア派にとつて、数論はその学派の真の学問的対象ではなく、むしろ批判の対象であつたに違いない。第一〇節でもふれたヒツポクラテスが『原論』を書いたということなども、あるいはこのような雰囲気の下での一つの試みだったのではないか。この記録はプロクロスの『史的概観』の中にあるが、これを「ソフィスト数学」と見て低く評価するのは十九世紀数学史の生んだ偏見に過ぎないのではないか。その討論における「仮定」がたまたまヒュポテシスと呼ばれ、それが次第に「数学の原理」という第二の意味を帯び、しかもそれが数論の問題だつたという性質上、これは考察の対象を確定するという意味での「定義」

になったというのがサポールの説であるが、これが事実だったとすれば、後に幾何学の理論的把握が問題になった時にも、ヒュポテシスはまず対象の確定のために提出されたといえるであろう（第二二節参照）。この説は、たとえこれをフィクションと見るとしても、なかなかうまいものである。

次に第一二節であげた五つのアイテム（公準）を考える。ところがこれらのうち第四、第五の公準は、エウクレイデスより後の時代に初めて明記された、との説が有力であるらしい。そこでこれらを除くと、残る三つは作図と直接に結びついた簡明なものである。ここにサポールはこの三つの公準を立てた人をオイノピデスであろうと推測する。プロクロスの『史的概観』によると、この人は、与えられた直線に別の与えられた点から垂線を下すことなどを初めてやった人と伝えられている。しかしこのような作図の実際ならば、もつとずっと古くからできていたので、以前から、おそらくかれはこの方面の理論的方法の創始者だったのであろうと考えられていた。その生涯はほとんど不明であるが、ゼノンと同時代の人であることは確からしい。このオイノピデスこそ、ゼノンに「アイテム——さしあたって許されたい」と申し入れた一人だったはずだ、とサポールはいう。実際、討論のためには一時的にもせよ許容を求めた必要があったのである。作図は運動を伴い、運動が許されない限り作図はできないのに、エレア派はあくまで運動なるものを認めていなかったのだから。

九つのアキシオマ（公理）についても同じようなことがいえる。そもそも存在者は不変不動の二者であるとするエレア派にとつて、「二者」が「同一」であるというのはノンセンスであり、ここでもやはり「アキシオマ」の申し出は必要であった。しかしここにはなおおもしろいことが残っている。それは前に理論上不要として括弧をつけた公理四、五、六に関係することで、サポールはこれを伝承によって残されたと考える以外に、倍に関する第

五公理、半分に関する第六公理、重なりに関する第七公理に、全体と部分に関する第八公理を加えた四つを指して、例のゼノンの第四の「逆理」「全体と半分とは相等しい」に対する「アキシオマ」——“これを認めて下さい”——ということ——ではなかったかと推測する。これはきわめて鋭い洞察で、サポールも自信たっぷりな様子であるが、説明は案外に十分とはいえない。もつとも、的を射たという印象は端的であるだけに、かえって鮮明である。

実は今まで触れることを怠っていたのであるが、エレア派においては幾何学の舞台となるべき空虚な空間はない。この影響はプラトンの哲学にも残ることだが、ともかく彼らに言わせると、「あらぬもの（空虚）はあらぬ（非存在）」のである。空間がなく運動がないということは、エレア派では、数論と共に幾何もまたその学問の本来の対象ではなかったことを示している。ところが数論の方はヒュポテシス（定義）から出発する形にとにかくも整理されたのであるから、おそらく次の段階として幾何学の整理も試みられたのであろう。しかしそれは数論のように、例えば「一」を「定義」すればそれで事が運ぶというようには、なかなか進まなかったに違いない。エウクレイデスの『原論』の第一定義（「点」）や第二定義（「線」）の苦しい言いまわしがここで思いおこされる。ところで次の段階となると、数論の方は「定義」だけによる素朴な「基礎づけ」が一応できたために、かえってそれから前進する手懸りを失い、ついに「定義」だけで「公理」も「公準」もない理論に終わってしまう。他方、幾何学の方はその基礎づけの困難の故にヒュポテシス、ホロイ、アイテマ、アキシオマ、ホモロゲイア等々と、取りかえ引きかえ、さまざまの原理が提出されたのではなかったか。エウクレイデスの『原論』は、実にこのような模索のつばの中から生まれたものであろう——これがサポールの説の大略のすじである。

一五 おわりに

サポールは以上の考察を基として、ギリシア数学史全般にわたって種々の新しい見方を提唱している。その中で特におもしろいのは、先に紹介した田中氏のソフィスト論と似た議論である。それは第一〇節で触れたヒッポクラテスの「比」にもまつわる話で、サポールはアンティフォンやヒッポクラテス達のいわゆるソフィストの数学とプラトンの数学との間にあまり差をつけたがらない。サポールにとって、プラトンが数学思想史の上で大きい役割をもつとみるのに異存はないが、プラトンの時代に数学ないし数学思想が飛躍的に進展したとするいわゆるプラトン革命の説は困るのである。そして「勝手にプラトン革命を創作し、それに対抗してソフィストの数学なるものを創作したのは十九世紀ドイツの数学史家である」という。これだけ田中氏の論と似ているにもかかわらず、田中氏の説と縁のないサポールには、ソフィストを悪名とする雰囲気が残っているのもおもしろい。

実は筆者はサポールの説について多少の根本的疑問をもたないわけではない。まずかれの説では実数論、集合論、現代的公理主義などの二十世紀的な知識が、古代史の上にかかりの影をおとしているのではないかという点が心配である。それと裏腹に、ここに出てくる古代人が余りに哲学的、合理的であって、そのまま、二十世紀でも通用しそうな物の考え方をしているのも多少の抵抗を感じないではない。これらは学問なり人間性なりの超時代的な側面なのだともいえるであろうが、筆者はこの点にかなり懐疑的である。別に空間を論じながらデモクリトスに触れないというような不満もあるが、実はデモクリトスはプロクロスの『史的概観』には触れられていない人であり、極めて史料裏付けの乏しい人物なので、サポールの学問的方法から見て、致しかたのないことだったのかもかもしれない。ただそれにしても幾分気にかかる点ではある。もっともこれらはサポールにけちをつけているのではない。このような批判を貫くためには、サポールと同じくらの努力が要求されるであろうことは、筆者も十分

知っているし、これらの批判を超えてサポールの仕事は大きいと思うのである。

むしろこうして一連のゼノン論議を展開してみると、自分の知識がいかに他愛ないものかということがよく解ってくる。それにしても優れた開拓者が同時に道を固定する張本人でもあるというのはさげがたくも皮肉なことであって、われわれは結局のところ、プラトンにアリストテレス、ツオイテンにタンヌリに、そしてまたファン・デル・ワルデンにサポールにと、目まぐるしくふりまわされただけではなかったかとさえ思われる。自分の知識と思っていたものうちで、どれだけの部分が本当に信じうるものであろうか。情けないことながらこれが筆者の偽らない感想である。

(一九六四年六月、七月「自然」)

〔附記一〕第一節であげた参考書はこの小論のためのものであり、したがって、ゼノンの意見をできるだけ客観的に再現せんとする方向のものであった。これと反対の、その著者の思想を先立てるゼノン論となれば、これは文字通り汗牛充棟であるが、特にここに挙げるとすれば、まずベルグソンの著作『時間と自由』、『物質と記憶』などであろう。日本語の本では、吉田洋一『零の発見』(一九三九)の第二部「直線を切る」が最もしるい。これはファン・デル・ワルデンの論文の一年前に出た本で、同論文のことは考慮されていないが、筆者はこれによってゼノンのおもしろさを教えられた。ついでながら筆者にファン・デル・ワルデンの論文を紹介されたのも吉田先生である。また田辺元『数理哲学研究』、白石早出雄『数と連続の哲学』にも独特の見解が示されている。

他方、一節で挙げたカジヨリに挙げられたもの以後の研究については、簡単な論文リストではあるが、

P. H. Michel, *De Pythagore à Euclide* (Soc., d'édition "Les belles lettres" 1950), pp. 291-292
 が役に立とう。

〔附記二〕無責任な放言の程度として筆者の頭にある一つのゼノン解釈を書き添えると、筆者は、例の「逆理」をゼノンの冗談と見るという作業仮説の下で、全体を再検討してみることはできないだろうかと考えている。エレアの討論法が『パルメニデス』にその例を見るような、或る形式をもった帰謬法だったとするのは妥当なことのように思われるが、四つの「逆理」はそのような形にはなっていない。第八節で述べたカロジェロの議論はその点でうまいが、いささかできすぎの感がなくもない。そこでパルメニデスが深遠な意味に使ったかもしれぬ「運動」という言葉を用いて、言葉の洒落じみた逆説を立ててみたとか幾何学の揚足とりを言葉の洒落でやってみたとかという話で始まったことが、幾何学との関連で大事おおごとに到った——ひょうたんから駒——というような解釈で、どこまでやれるかというわけである。言葉の遊戯めいた議論は対話篇『パルメニデス』にも出てくるし、実はこの対話篇をさえ冗談と見る説がないわけでもない。プラトンの『ソクラテスの弁明』が、ソフィストたるゴルギアスの筆になるという滑稽本めいた『パリスの弁明』と、精神においてはともかく、そのスタイルにおいて驚くべき共通性をもっているという話は、前に引用した田中美知太郎氏の『ソフィスト』に出ている。

-
- 村田全『数学史の世界』（玉川大学出版部、一九七七年三月）所収。
 - PDF化には \LaTeX 2_εでタイプセッティングを行い、`dvipdfmx`を使用した。

村田全氏のその他の著作については、

科学の古典文献の電子図書館「科学図書館」

<http://www.cam.ac.uk/~hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html>

に収録してあります。

「科学図書館」に新しく収録した文献の案内、その他「科学図書館」に関する意見などは、

「科学図書館掲示板」

<http://6325.teacup.com/munehiromeda/bbs>

を御覧いただくか、書き込みください。