「数学」の概念と数学史への視点

村田　全

(1) 数学史の目標について

数学史という学問の目標は何であるか。この問いに対する答えは人それぞれの立場によって異なるであろう。そもそも数学史とは学問であるかという逆襲さえ考えられるのが現状である。早い話が現在のわが国の数学者の間であれば，数学史はせいぜい数学に隷属するもので，むしろ数学の研究に歴史は不要，という割り切った意見に出会うことさえ稀ではない。この後の意見など，研究者が個人としてそういう行き方をとる分には，むしろ推奨すべき場合もないではないが，学界全体としては取ってほしくない方向のものと私は考える。

一方，いわゆる人文系の学問をしている人から見ると，数学史という主題は極めて特殊な領域の歴史である上，そもそも数学そのものがあまり親しみやすい学問でない事情も手伝って，過去においてはあまり一般的な関心は呼ばなかったようである。しかし最近では現代数学の一般社会への意義増大のこともあり，加えて西欧思想史において「数学」の果たしてきた役割の大きさなども考えると，人文系の学問からこの方面への関心は，もっと増してほしいものだと思う。しかも何といっても問題が歴史なのだから，そちらからの理解や援助はむしろ積極的に期待されるのである。次に肝腎の数学史「研究家」といわれる人のことだが，話してみて意外に意識の高くないのに驚くことがある。すなわち数学史はその人たちにとって全くの趣味であったり，あるいはせいぜい数学ないし数学教育への方便であって，後の場合などその意図は分かるものの，学問研究という点から見ると失望することが多い。かえって，数学研究に数学史は不要，という意見の方がなつかしいくらいである。ただしここでは数学教育と数学史の関係の問題には立ち入らない。

さてそこで数学史の目標についての私の意見であるが，私は至極単純に《数学史とは「数学」の「歴史」を明らかにする「学問」である》と言えばそれで十分

だと考える。要するに数学史は数学や数学教育のためにあるものではなく，自分自身の世界をもつ一個の学問だと開き直るので，ただ「学問」であることを願って末梢的な「趣味」は退けるのである。「学問」とは何かなどという難問にはあえて触れないが，これ以後は「数学」と「歴史」の内容次第で，現代数学に属する学説史，古代数学の或る定理にまつわる考証，あるいは哲学史との交流，社会文化史，社会経済史との関連など，いずれもそれぞれ「数学史」になる可能性をもっている。ただいずれにせよ大切なことは，ここで数学史という学問が主題においても方法においても数学と独立であることを認めることであって，結局私は，数学と数学史とは別個の学問だということを率直に認識するところから，数学史という学問を始めようと考えているのである。

ところがこちらがこのように開き直ると，今度は，それは当然のことではないかという反論が出てくるに違いない。いかにも数学は数学，歴史は歴史で，両者が学問の上で対象，方法を異にしていることは，実は初めから分かりきったことである。ただ問題は，改まればそのように区別できるものが，黙っていると数学あるいは数学教育の中に繰り込まれてしまいがちなところにある。しかし本当は，それらのもののためになるにせよならぬにせよ，真正の学問的意義があると思われる問題は追求すべきであるし，そのためにはまず数学史が数学とは別個の学問だとの自覚から出発する方が本筋だと思うのである。

こういうことをわざわざ断りたくなる背後には，初めに述べた学問的雰囲気の影響がひびいている。もしこの種の雰囲気を別にするならば，上のような言い方にはやはりいくらかの誇張があるはずである。実際数学教育のことはしばらくおくとしても，数学と数学史との間には，哲学と哲学史との関係を含めて，個々の特殊科学とその歴史との関係に似た極めて密接な関係が存在する。特に数学の場合，人間の観念的世界とのかかわり方のために，その関係は物理学と物理学史その他，自然科学とその歴史の場合に比べて一段と本質的である。しかしその反面，わが国の数学界では数学を数学史の中で考察したり，学問・文化の中で考えたりということがあまり重んじられず，数学が歴史の中で形成されたものであることや，今後もまたそうであることなどが，十分意識されていないように思われる。このことはもちろん数学史という学問の成長もさまたげるだろうが，結局は数学その

ものの源泉をも涸らしかねない行為だと，人は思わないのであろうか。私にとっては実はこの方向のことが本当の問題であり，そこで現代に密着しすぎない「数学」像を得ることや，そのような「数学」を人間の文化の中に位置づけることなどを念頭において，あえて数学史の現代の数学からの独立性，要するに一人前の学問と認めることを強調しているというわけなのである。もっとも，私が今述べたような数学史は，盛んであるとはいえないまでも現に存在しているのだが，それにしても問題が，学問の縄張りからみて，二つあるいはそれ以上の分野の，しかも辺境地帯に属するだけに，多少出しゃばり気味なこの種の発言も，人々の理解や共鳴を得るためには，何かの役を果たすかもしれないと思うのである。

(2) 現代的な「数学」の概念と数学史への視点

本節では現在私の中にある「数学」の概念と，それに基づくところの歴史解釈とを，できるだけ客観的な形で提示しようと思うが，私は「数学」の意味を普通よりいくらか広くとったり，自己流に解釈したりしているところがあるかもしれない。ただし読者の側でも，頭から数学を数図形，計算，証明等に関する技法の集積とのみ考えたり，また従来の幾何学，代数学，解析学などというイメージで現代数学を律したりすることは，できるだけ避けて頂きたいと思う。

さて人間の歴史を大観するとき，口と手のおかげというか，脳あるいは精神のおかげというか，ともかく言語と道具の発明が最も本質的な文化的革命であったことは確かであろう。ところが今日の立場で見ると，言語の根底には論理ないし論理的構造といったものが潜在しているし，道具利用の根底には自然に対する或る種の理解があって，そのどちらもが，経験と観念との二面性をもつ今日の意味での「数学」につながってくる。これは決して牽強付会の議論ではなく，今日いうところの「数学」が合理的思考というものの拠って従うべき一般的規範であり，そのような方法論であることから，むしろ自然に結果することなのである。

このような見方からすれば，近世の数学が自然学に対して適切な理論的表現を提供したこと，言いかえれば数学的自然科学がガリレイ，デカルト，ニュートンなどの線上で人類史上で初めて形成されたことや，また現代の数学が社会，経済，心理等々の領域に，新たに然るべき理論的表現を与えつつあることなどは，実は共に「数学」なる学問の流動的な本質の中にその源をもつものといえるであろう。

過去の数学は，自然といっても主として無生物的自然とつながるのみで，生物学的自然像に対しては，かなり無力に見えたが，今日ではそのことさえ変わりつつある。電子計算機やサイバネティクスの示唆するものはその方向にあるといえよう。

してみると数学の「数」という字は，単に日常の計算や計量測定の方便たる数を表すだけのものではなくて，むしろこの文字にとらわれない方が「数学」の本質がつかめそうな気さえする。ただここに一つ注意すべきことがある。それは，われわれのいう合理的思考一般というものが，その真正の相においては，しばしば数による表現の形をとる，という事実である。このことは数が枚挙分類の基本というだけのことかもしれず，さもなくとも，一見，至極あたりまえのことのように思われるけれども，考えてみると，ここには「数」あるいは「数学」というものの最も神秘で不可思議なところがあるとも見られよう。

以上は，本節において私が数学の歴史を見ようというときの，基本的な姿勢である。最後の「神秘と不可思議」という感想を別にすると，その根底に現代的な意味での「数学」の概念が横たわっていることは，言うまでもあるまい。次にこのような視点からとらえた数学史の中からいくつかの段階を取り上げてみよう。

* * *

最初に意識しておきたいのは，言語の発生，道具使用の開始，文字の発明などの最も原始的な段階のことである。いうまでもなく，言語には既に論証の萌芽があり，道具には人間と外的自然との交渉という問題があり，そこには既に或る種の「形」というものに対する理解の第一歩が含まれている。また文字には記号法の第一歩がある。この段階はもとより混沌として取りとめ難い段階であるが，一切の問題の源もまたこの辺りに存するであろう。われわれは以下，今述べた三つのことを中心にして，この後の考察を進めていこうと思う。

第一の契機は論証法形成の問題である。これについては一応次の諸段階が考えられる。

(1)　一般的命名 (例えば「三角形」「角」等) の生まれる段階。

(2)　一般的法則 (例えば「二等辺三角形の底角は相等しい」というタレスの定理) と呼べるものの言明される段階。

(3)　抽象的概念 (数，時間，空間，運動等々) の意識される段階。

(3) はしばしば古代の言語にありがちな晦渋な表現に陥っており，これに対応する今日の諸概念とは多くの本質的差異をもっていて，歴史に忠実に再現するのはかなり困難な仕事になる。(ボホナー『科学史における数学』(拙訳，みすず書房) などを参照)

(4)　論証法の形成とそれに基づく真理性の確立の段階。

実証的な探索はこの辺からぼつぼつ可能であろう。数学あるいは哲学的な原資料の他，ギリシア劇などに見られる問答も利用できよう。前世紀以来，多数の研究がある。現代の公理論のことは別に述べる。

第二の契機として，文字につながる記号法の形成をとる。これは事実において論証法の形成より遥かにおくれ，思想的な完成は一応，17 世紀と見るべきであろう。（中村幸四郎『近世数学の歴史』（日本評論社，1980），『数学史』（共立出版，1981）の二著はこの方面のことについて最も示唆的である。）

(1)　数字の発明（命数法，記数法を伴う）。

α，β などを流用するギリシアの記数法は評判が悪いが，アルファベット使用という抽象的段階をとっている点は，決して低い段階のものではない。ただし，実際的にはインドの位取り記数法，従って零の発見が大切である。

(2)　ディオパントスの未知数記号。

これは，ギリシア以前の恐らく古代東方の計算術の伝統に立つ彼の『数論』にある。この本は 17 世紀に再発見されたもので，それ以前の時代への影響はなさそうだが，プラトン - ユークリッド以外の「数学」的伝統が存在したことを暗示する。

(3)　アラビア代数・ルネサンス代数

この数学の原型はいわゆる文章代数だが，後に次第に記号（暗号）化され，ルネサンス期にはアラビア数字及び未知数記号を用いる「コス記号の代数」になった。ただしこの頃の代数はあくまで解を発見する手段にとどまり，論証の方法はなお幾何学の手にある。

(4)　記号法の思想的完成（デカルト・ライプニッツ）。

記号法とは，数学的 (合理的) 思考の対象を記号に仮託し，その記号系の中で許

された形式的操作によって思考の展開を行い，できれば更にそれを裏づけるべき論証をも行う方法——とでも言えばよかろうか。記号代数を，従来の発見的手段の地位から，証明理論を伴うものに転換する思想を自覚したのはデカルトであるが（後のいわゆる解析幾何学），やがて特にライプニッツ（結合法論，無限小解析）を経て，ついに現代の圧倒的な記号的数学の形成に到る。長い眼で見ると，電子計算機において記号法のもつであろう意義は，この方面における最新最大の問題ではないかと考えられる。

(5)　小数を含む位取り記数法の完成（ステヴィン）。

インド・アラビアの位取り記数法は，無限小数の導入（ステヴィン，16 世紀）によって完成し，数学の理論的枠組みを「図形」から「数」へ変換させる原動力となった[1)]。

第三の契機は前記の道具使用を含む自然との交渉にまつわる問題であるが，この歩みはなかなか複雑で，前の二つの場合の程度にすらまとめにくい。

(1)　形に関する問題。

理論的側面はユークリッド幾何学に象徴されている。しかしこの学問の観念性への傾斜が，機械学等の発展をさまたげたかもしれない。ギリシアにおける機械的作図の出現は観念論の祖プラトンから数世紀後であった。

(2)　ギリシア自然学，特にその数学化が進まなかったこと。

アルキメデズの力学はもとより，古いピュタゴラス派の音響実験やアリストテレスの力学等も最近では再評価されているが，当時の数学の或る種の不便さのため，自然学の数理的科学化は進まなかった。その不便さは，何よりも当時の量の理論が正確だが複雑で，例えば関数の概念などを生み出せなかったところにある。十進記数法とデカルトの解析幾何学とが画期的だというのは，まさにこの点を超えたためである。ただしその背後には自然理解の根本的変革，いわゆる科学革命があったことは言うまでもない（章末補説参照）。

(3)　中世及びアラビアの科学，数学的自然科学形成の先駆。

中世，アラビアの再評価は，そのこと自身と並んで，西欧中心であり過ぎた過去の世界史への反省を招来しつつある。科学史，数学史もその例外ではない。「暗黒だったのは中世ではなく，中世に対するわれわれの知識であった」（サートン）。

[1)] 私は本稿執筆当時 (1969)，このことの意義を見落していた。

(4)　空間における無限性の意識の生まれる段階，ルネサンス期。

これは恐らく，非ギリシア的伝統の下にあるキリスト教神学思想の影響下に生まれたものであろう。ところが皮肉なことに，大ざっぱに言うと，神を中心とした中世的世界観が，人と自然とを中心とする近世的なものに変貌するについて，空間の無限性の意識はその一つの原動力をなしたようである。中世的な有限の宇宙観がユークリッド幾何学の中に潜在的に含まれている無限空間の概念を意識するまでには，これだけの歳月がかかっているのである。

(5)　数学的自然科学の形成。

これは人類史上でも最大級の大事件である。

前項で触れた世界観の変革，またその基盤にあったデカルトの物心二元論，実験的方法の形成（ベーコン，ガリレイ等），第二の契機として述べた記号法的数学の確立などが相重なって，自然を「数学」的に理解する方法と，そのための具体的な手段とがここで獲得される。特にこの段階については，数学的自然科学なるものが，17 世紀という一つの歴史的段階において，人間の思考と経験がようやく到達しえた一個の思想であることを強調しておく。言いかえれば，数学と自然科学との今日見るようなつながりは，人間の生得の知恵として，太古以来具わっていたものではないのである。

(6)　（ここにおくのが妥当か否かは問題だが,）確率論の誕生（17 世紀，パスカル，フェルマ）及びその自然認識への適用（18 世紀，ラプラス以後）。

これは後日，熱力学等の取り扱いに関して物理学の中に，しかも数学的理論という形で登場し（ボルツマン），次いで量子力学の統計的性格の形で現代物理学の根底につながる他，今日では確率論的統計学の形で，政治・経済・軍事等の社会的・政治的現実の上に絶大な力を振いつつある。

われわれは今まで数学の歴史を動かした契機として，論証法，記号法，自然との交渉という三つを取り，多少の私見を述べてきた。次には視点を更に現代数学の方に寄せて，なお二三の事項を追加したいと思う。

その第一は新しい空間概念の形成である。これは一方に有名な非ユークリッド幾何学の成立を，他方に解析力学その他或る種の力学形式の構成をふまえて，単に「空間」の概念を拡大深化しただけでなく，公理論（下記）についての新しい

解釈の道を拓いた点で，現代数学の公理主義的方法を導いた有力な原因になっている。

第二の問題は集合論の形成である。これはまずカントルという天才の精神を通して描き出された，最も壮麗な理論的無限論であるが，それとともにその先導者デデキントの影響の下で，ほとんどすべての数学的存在を集合概念の中に包摂するという思想の確立にもつながる（デデキント『数について』岩波文庫)。今日の「数学」への影響としては後の方が大きいであろう。要するにこれは現代数学における存在論の基本的な形式である。

第三の問題というより，残る一切の問題は現代数学の諸問題であるが，これを一言で要約することは私には到底できない。大雑把にいっても，代数系や位相空間の理論は，演算や対応などの「働き」を，上記の通り集合の言葉で，いわば「もの」として表現することにより，どしどし数学的存在と化している。現代数学の存在論は，こうして一種の集合実在論という形をとっている（なお拙稿「数学における存在――その歴史的考察」その他を参照)。

この存在論に対して，そこにはまた新しい公理主義または形式主義という方法論がある。これは数学的理論を，「もしこれこれの「公理」がなりたつとすれば，これこれの結論が得られる」という形の仮言的理論の体系と化することによって，自然科学に限定されない広大な応用の分野を拓くものである。例えば或る社会現象の中にいくつかの基本的性質が認められ，他の性質はほぼそれらによって説明されそうだという場合，その基本的性質を公理化したと「解釈」できそうな既成または新調製の公理的理論を持ち出し，そこで形式的に導き出されるそれぞれの結論を，その社会現象の諸相の説明であると「解釈」することができよう。これはその形式的理論を，問題の社会現象の理論的モデルとして使っていることで，たとえ当面の現象の中にそのモデルで説明しかねるものがあっても，それはその形式的理論の欠陥ではなく，そこで用いられた理論的モデルが適切でなかった，というだけのことになる。

実はモデルという言葉はこれと逆の意味に使われることがあって，でき上がった理論の立場から言えば，もとの現象自身がその理論の具体的モデル（の一つ）だといってもよいわけである。しかしどちらにせよ，こうした双方向的な意味で

のモデルの理論は,「数学」の応用の可能性を極めて広大な範囲にまで拡大しつつある。しかもこの場合，理論の形式的真理性の根拠は哲学的にいって相変わらず問題だとしても，その適用可能性の問題には一応の説明がつくようになっているところがおもしろい。もっとも，正直なところをいうと，このモデル理論は，問題を数学以外のところに転嫁しているだけの話なのであるが。

なお上で述べた確率論などは，まず初期の手探り的な「理論」ができ，やがて（コルモゴロフによる）形式的な公理的理論ができ，その基礎の上に，ある範囲の事象に適切に利用されているという点で，ここに述べたモデルの理論の最も成功した例といえるであろう。あるいは更に考えてみると,「数学」というこの学問自身が何千年かの歳月をかけて，このような仕事を大規模にやりつつあるのだと，気宇広大なことを言うのもよいかもしれない。

このように拓かれてきた新しい応用数学の諸分野の中でも，電子工学や物性論の進歩に支えられた電子計算機は，単なる一個の応用数学という程度を超え，一転して現代数学の一つの推進力にさえなりかねぬ勢いである[1)]。更に通信や複写の技術の異常なまでの進歩もあって，人によっては筆算法や印刷術の発明された或る時代を想起して，ここにある革命的な潜勢力を認めるかもしれない。

ここにはまた上で既に触れた確率論及び確率論的統計数学の問題がある。この理論は数学的な理論構造からいえば,（長さ，面積などを論ずる）測度論の一部に過ぎないものであるが，決定論的な理論モデルが無力化するような，多数者の介在する非決定的現象に対して，最も有力な数学的モデルを提供してくれ，下は日常生活から上は政治・経済・軍事・外交に到るまで，現代社会に対して絶大な力を振いつつある。1962 年のキューバ危機と呼ばれた事件のとき，米ソ両国ではそれぞれ戦争の数学的モデルが組立てられ，それぞれが計算機の上で勝敗の確率を求めて「計算」された揚句，結局米ソ両国とも圧勝の自信が得られぬまま，現実には戦争が回避されたということであるが，これは現代という時代の極めて象徴的なできごとのように思われる。

以上はあくまで試論の域を出ない粗描であるが，それにしても,「数学」という学問が単なる「数」の学でないばかりでなく，自然科学の一部という世間によくある見方さえ，大いに見当はずれだという事情は，大体これで諒解してもらえよ

[1)] これは 1969 年のことだが，カタストロフィー，カオス，フラクタルなどの理論の現れた 1996 年現在の状況でもある。

う。実際今日において「数学」とはほとんど捉えがたいほどの可能性を秘めたもの，場合によっては「数学」の内容を変えることさえいとわぬほどの学問で，むしろ合理的思考なることの最も単一純粋な側面だといったとしても，決して我田引水とは思えないのであって，ともかく私の理解する意味での現代数学は，かつてデカルトが名付けライプニッツが予想したいわゆる普遍学（マテシス・ウニヴェルサリス）の思想の，20 世紀的実現とでもいいたいものに他ならないのである。

(3) 歴史の中における「数学」の概念

既に述べた通り，前節の考察は，現代的な「数学」の概念をまず頭におき，そこから遡ってその縁につながるものをたぐり出したというようなものであった。けれども例えば私が今もっている関心の一面のように，西欧文化史への志向を根底にもちながら，その中で「数学」と呼ばれたある学問の演じてきた役割などを，できるだけありのままに見ようという場合だと，前のような固定的な「数学」の概念で押しまくってよいか否かが，まず反省されねばならない。

この種の反省には “「数学史」，すなわち「数学」という名の単一の学問の歴史は，本当に存在するのか” というふうな，やかまし過ぎるくらいの疑問から出発する方がよい。実際，本当は人類史の流れを一貫するような「数学」などありもしないのに，或る著者がその時代の「数学」の概念に従って，それに関係のありそうな学問・技術あるいは芸術などを一個の「数学」の中につめ込み，その全体に「数学史」という名を与えるようなことも，考えられぬことではない。もちろん人間の書く「数学史」にその著者の「数学」観がついてまわるのは避けがたいことで，ここまできびしく言う必要もないのかもしれないが，過去に書かれた「数学史」に対しては，これらのことを一応考慮して接してもよいことだと私は考えている。

もとより歴史を貫く共通の「数学」として，例えば例の「数の学」というほどの，かなり低次な概念をもち出して，そこに「数学史」の一貫性を認めることも可能ではあろう。特に，そのような低次の概念が何らかの理由によって自己発展し，次第に今日の「数学」に成ったといえば，万事はまるく収まりそうであるが，そこでいう「何らかの理由」とか「自己発展」ということの具体的内容を知ろうとすると，結局私の言っている問題を含む，より広範な問題になってしまう。むしろ「数学」の歴史を注意深く見ていくと，「数学」の概念そのものがまことに

大幅に揺れているようなのであって，そういうものの変遷を無反省に一個の学問の歴史と見なし，「エジプトの数学」「インドの数学」「シナの数学」「日本の数学和算」などと均一に名づけることは，ちょっと呑気だという気がしないでもない。少なくとも，前節で述べた「現代数学」のひながたが，エジプトやメソポタミアはもとより，ギリシアにせよ 17 世紀にせよ，そこに存在していたと考えては歴史をあやまるであろうし，それと表裏をなして，或る時代の或る「数学」を客観的に描き出すことは，その時代のことを知らず，しかもその時代の知らぬことを知ってしまったわれわれにとって，時には極めて難事だといわねばならない。実際既にその文化的背景もろともに失われてしまった或る過去の「数学」を，その文化的脈絡の中に再現しようということは，前節で触れた歴史などと比べて格段の困難を伴う仕事である。すなわちそれは非常に大きい文化史あるいは社会経済史的視野の下で，「数学」を様々の関連の中で捉えなくてはならない。しかも例えば従来いわば「数学」の邪道として見捨てられてきたようなことの中にも，当時における「数学」の概念を知る手がかりとして，再検討に値するものもあるかもしれない。まっとうな学問芸術等とのつながりと並んで，“mathematics” の中に「占星術」や「まじない」の意味が伴っている事実をはじめ，数に関する迷信や，バッハ，モーツァルト，シューマン達が（C，D，…，H:ほかの）音名やリズムに託して表現した音象徴 (Tonsymbolik) の一つとしての一種の数理論なども，あるいはその例になりうるかもしれない。もちろん私はこれを問題の拡がりうる範囲の示唆として述べているだけで，数学史の本道とも思っていないし，また好奇心の範囲でも手を出そうとは思っていないが，この種のことを御存知の方のお教えは乞いたい。“mathematics” の中に，古くは星占いやまじないの意味があったことは『オクスフォード英語大辞典 (OED)』のその項に詳しい。これについては拙論 “Some remarks on the mathematical vocabulary in Oxford English Dictionaly”（1971，『立教大学数学雑誌』）を参照されたい[1)] 。

数学の「進歩」ということについても同様の吟味のほしい場合がある。仮に「数学史」なるものを，「数学」という概念の多様性やその変遷までこめて理解するとすれば，一つの「数学」の中での進歩はありえても，多くの「数学」を貫いての進歩がありうるかどうか，或る特定の史観に従って価値の判断をするならばと

1) またこの種の「数学」の比較についての私見は『日本の数学・西洋の数学』（1981，中公新書）を参照。

もかく，このことも一応は考えてよいことであろう。ここで当然考えられるのは，従来解けなかった問題が解けるようになるなど，「数学」における技術面の進歩と，その進歩を支える方法論などの発展とのことである。実際，これは確かに進歩に違いないが，それにしても，一個の定まった意味における「数学」の中での進歩である。他方，学問ないし文化の重要な要素としての「数学」には，かえってそれぞれの時代の社会や文化の背景があり，その時代の価値観が大きくそこに働いていることは否定できない。早い話が20世紀現在の「数学」自身，個々の数学者の考えはどうであろうと，大勢としては結局今日の社会・文化の指し示す価値に従って動いているわけで，数学の社会的な影響力が増すにつれて，この問題の意味なども無視しがたいものとなりつつあるというべきであろう。

ともかく，二つの異質な文化の間に進歩というものが考えにくいのに応じて，このような意味での「数学」に「進歩」があるとは，ちょっと言えないことではあるまいか。繰り返すようだが，例えばわれわれは，ピュタゴラス派の「数論」の中に「四は正義，五は婚姻」などという言葉を見て，その部分を似而非な「数論」と呼んだりすることがあるけれども，本質において原始宗教の一つであったその学派にとって，何が本当に「価値あるもの」であったかは軽々に判定できるものではない。その或る面を真正の「数論」とし，ことによるとそれと一体化していたはずの他の一面を似而非とするのは，あくまで今日のわれわれの価値判断なのである。いずれにせよ，「数学」の概念の中にこのような差別を立てることは，今日の意味での「数学」で事がすむ限りは無用あるいは有害なことであり，従来も余り注意されたことだとは思えないけれども，独立の学としての数学史にとっては，それなりに意味のある課題だと考える。

(4) 「数学」の概念の中にある歴史性について

今度は今日の普通の意味での「数学」概念の中にも認められるような，一種の歴史性について考える。（同じようなことは，過去のある時期におけるいろいろな「数学」の概念についても言えようけれども，それを別に強調する必要はあるまい。）

実をいうと数学の歴史の中には，時として技術的な面での後退が現れることがある。問題がむずかしすぎたり特殊すぎたりして，やる人が少なくなって忘れ去

られたものもあるだろうし，また「数学」そのものの質が変化して，或る問題が意味を失ったものもなかったとは言えまい。いずれにしても，全体的な「進歩」の歴史の中に，時としてある種の知識や技法の失われる「後退」の起こることは記憶に値する。

このことの例として，いわゆるフェルマの大定理[1]が適切かどうかは別としても，当時のデカルトやフェルマの往復書翰の中には，確かに現代人を驚かせるような数論上の知識があり，その知識がいかにして発見されたか等のからくりは残念ながら今日に伝わっていない。それを後から証明するのは簡単だが，発見過程の再現は，前2節で述べた型の「数学史」とは別の，むしろ数学に極めて近い方での「数学史」として最も痛快なことの一つであろう。もちろんここでは一つの問題として掲げるだけであるが。ここで事のついでに付け加えておくと，私は確証なしにではあるが，和算の技法などにもこの種の例があるのではないかと疑っている。御存知の方の教えを乞いたい。（なお上記の数論の記述は，アダン・タンヌリ編『デカルト全集』第2巻 p.427 以下に，523776 や 1476304896 は，その約数（自分自身を除く）の和が自分自身の2倍になることをはじめ，いくつかの “一般的法則” が示されている。イタール（村田全訳）『整数論』（文庫クセジュ）参照。）

このようなことをやや一般的に解して，「数学」という学問のもつ歴史的性格について考えをめぐらすことも可能である。というのが，数学の対象は本来，非歴史的であるには違いないが，何をいかに調べるかという点で，その局面に到る歴史に支配されることが極めて大きいのではないかということである。もちろん，このくらいのことであれば，例えば物理学の歴史についても言えるのだが，そこでは本来の対象が感覚に基づく経験的現象であるため，その歩みにはかなり必然的なものが感じられる。それに比べて数学は，人間精神の内奥の創造的可能性が大幅にきいていて，しかも話が何段階もの抽象を経ているせいか，もちろん感覚にも精神にも制約されるから，そうそう奇想天外とはならないまでも，その歩みには，物理学などに比べてずっと大きく歴史的偶然の支配している様子が見える。要するに，進歩にせよ単なる変遷にせよ，歴史の中での「数学」の動きには，何らかの必然性があるだろうかということが，ここでいう問題である。

例えばファラディが生まれなくても電磁誘導の現象はいずれは必ず発見された

---

[1] $x^n + y^n = z^n$(n は 3 以上の整数) を満足する整数解は存在しない。これは 1996 年解決した由。

かもしれないが，それと同じ程度に，上記のデカルトの数論の定理も必ず誰かに再発見されるだろうか。一方，数論というテーマが「数学」の中でやや特殊すぎるということであれば，例えばカントル - デデキントの集合論はどうであろうか。数学的無限論としての集合論は，電磁誘導現象と同じように，デデキントやカントルがいなくても，「見出される」ものと言えるかどうか。しかも大切なことは，集合論以後の「数学」において集合論はもはや一つの歴史的既成事実として，大きな影響を後に及ぼしているという事実である。

もっとも，これだけで数学の動きに必然性が乏しいなどといっては，当然行き過ぎである。集合論にしても，それが現代数学に与えている最大の影響がその無限論的側面であるか，それともデデキント流の，数学的存在を集合概念に化するという思想の方であるかは問題であって，後の方ならばカントルやデデキントがいなくても，いずれは生まれるべきものだったと言えるのかもしれない。しかも大抵の抽象的な数学的概念にしても，例えば解析力学から熱力学，量子力学などに到る様々の抽象的な物理的概念と交流して，そこから導き出されたり，そこに対する理論的モデルとして働いたりしているのを見ると，人間の考えることの自由度は，初めに想像されるほど大きくないようだともいえる。こうなれば，「数学」の歴史の足どりには一種の運命必然性が現れかねないわけだが，実際にそうばかりいっていてよいものかどうか。それというのが，アルキメデスの昔から今日に到るまで，数学は巨大な個人の思想によって，しばしば極めて本質的な影響を受けるものであるだけに，歴史的偶然の働く余地は十分あると思われるからである。

以上は歴史の問題であるとともに，数学的存在なるものの基本的性質（必然的・普遍的・実在論的・イデア論的等の問題）にもつながる問題である。もちろんここまで来れば既に歴史の問題ではなくなっているが，数学史がこのようなことと関連しうる面をもつことは，注意してよいことだと思われる。

(5) 数学史のもつ歴史性について

前節では「数学」の概念の中にある歴史性について述べたが，他方，数学史自身がまたそれ自身歴史をもっていることも注意すべきである。私は最後にこのことをめぐって，最近の数学史の方面の動向を簡単に紹介して，全体のまとめにか

えたいと思う。

考えてみると数学史が本当に学問らしくなるのは，ようやく1758年のモンテュクラ (Montucla) の著書『数学史』以後のことだが，それでいて数学史は数千年の昔から今日までのことを論ずるのである！ してみれば特に古代史の方面においては，極めて少数の資料を仮定と推測の網によってつなぐ以外に，ちょっと手のつけようはないわけである。実際，ギリシア数学の年代表の骨子になる資料としては，日本でいうと倭の五王の頃に当たる紀元5世紀のプロクロスの書物の伝承がほとんどすべてであり，しかもその述べるところは当時から更に七，八百年以上の昔のことだといえば，思い半ばに過ぎるものがあろう。（拙著『数学史散策』参照）

今日われわれが「数学史」と呼んでいるものは，決して遠い過去から連綿として伝えられた伝承そのものではなく，やや強くいえば19世紀後半以後の古典学者と数学者，数学史家の共同作業の成果だといってよい。その精力的な努力にはわれわれも脱帽せざるをえないが，同時にその歴史を書いた著者達の眼が，当時の，従って今とはかなり違うところの或る「数学」観によって支配されていたことも忘れてはならない。前に触れたO. E. Dの例にしても，まさにその線上にある。

この19世紀歴史学の大きな成果への批判の動きは，20世紀も半ばを過ぎた現在，極めて活発に行われつつあると思われる。しかも幸か不幸か，わが国の過去の「歴史」は，前の大戦の経験と手をたずさえて，「歴史」とは批判すべきものという少なくとも一つの貴重な教訓を，われわれに与えてくれたようである。「数学史」が少々激しく動揺しても，もはや驚くほどのことではないわけだが，そう思ってみると「数学史」の変動は今までのところむしろ穏やかだとさえいえるのかもしれない。試みにこの数年間に私の経験したところを新しい方から列挙しておく。

1. 近世数学史——ニュートンの秘められていた遺稿，ポツダム文書の整理が始まったので，今後は大いに動くであろう。
2. 中世・アラビアの数学史——ソ連で特に研究が進んでいるらしい。この動きの最大の意義は，従来の「世界史」が実は西欧近代を中心とした歴史であったという「偏り」を示し，それに対する警鐘となりつつあるところにあろう。

これは長い眼で見て極めて重大なことである。

3. 古代数学史——ハンガリーのサボーの研究が大きい。

この他にも例えばシナにおける（西欧とはかなり異質な）「数学」の歴史や，従来の，何となく既成の西欧数学史の向こうを張って，その「数学」の概念を過去の日本の文化の中に投影して作られたという感じのものを超克した，新しい「和算」の歴史なども，それぞれほしいところであろう。前者では武田楠雄氏が「中国の数学——世界史的視野に立って」（『数学史研究』第5巻第2号，1967）などに示された構想を実現されずに亡くなられたのが残念である。また和算については，その興廃のあとを冷静につき放した形で外国に紹介されるようなことは，期待できないものであろうか。

いずれにせよ，以上述べてきたような問題は，過去の多くの「数学史」に対する比較校訂編集のいわゆる修史という大事業を，いずれ20世紀に対して課してくることを予想させる。言うまでもなく，これは眼もくらむばかりの彪大な事業である……。

* * *

正直に言うと，現在の私は，第2節，及び第4節で述べたような立場で，長い「数学」の歴史の一隈をあげつらうのに精一杯の有様である。しかしそれにもかかわらず，私があえて第3節で述べたような西欧文化史への関心を口にするのは，それが人間の文化一般に大きい影響をもつ点もさることながら，そのような学問がついにわれわれの国土からは生まれなかったというところに，なお一つの理由をもっている。すなわち私の西欧文化史へのささやかな関心は，実は自分自身のよって立つ基盤への関心に直結するのである。ただ私はこのごろ密かに考えるのであるが，今では「数学」の本家のように見える西欧にしても，その発端においてはギリシアあるいはアラビアからの「異質」な文化を継承し，やがてそれを克服していったのではなかったか。われわれもいつまでも「西欧の」数学という修飾語にこだわるばかりが能ではないのではあるまいか——いささか甘い話だが，道の遠さに変わりはないと思いつつ，この考えは私の気持をいくらか明るくする。

（原型「思想」第538号，岩波書店，1969）

(補説) 科学革命について

「科学革命」という言葉を最初に使ったのは，パリのコイレ研究所の初代所長だったコイレ (A. Koyré，1892–1964) である。彼の仕事は『ガリレオ研究』（1939, 菅谷暁訳，法政大学出版局，1988）に始まる彪大なもので，『閉じた宇宙から無限宇宙へ』（1957，横山雅彦訳，みすず書房，1993）はその一例である。コイレ研究所は科学史・科学哲学研究センターで，19 世紀の実証主義哲学者 - 社会学者で総合科学史の重要性を説いたコント (A. Comte, 1798–1857)，それを継承した大数学史家タンヌリ (P. Tannery，1843–1904) 達の仕事に基づいて設立された。（私も 1972 年から二年余り所属した。）またコイレの直接の後継者としてこの言葉を定着させたのは英国の科学史家バタフィールド (H. Butterfield, 1900–1979) で『近代科学の誕生』（1949，渡辺正雄訳，講談社，1978）の他，論文集『近代科学の歩み』（1951，菅井準一訳，岩波新書，1956）にも彼の論文がある。このような基礎の上に「パラダイム」という印象的な言葉を案出して，「科学革命」に新たにより一般的な意味を持ち込んだのは，物理学出身で多くの学際的分野を学んだ米国のクーン (T. Kuhn, 1922–1996) で，その『科学革命の構造』（1963; 中山茂訳，みすず書房，1971）は今日の科学史，科学哲学の研究者に賛否ともに強い影響を及ぼしている。先ずコイレ，バタフィールドの 17 世紀科学革命から始める。

この革命は確かに人類史上の一大文化革命であり，クーンもこれを他の科学革命から区別して，定冠詞付の大文字で ‘the Scientific Revolution’ と書いている。事実，中世西欧の知識人を支配していたのは，キリスト教思想にアリストテレス以来のギリシア思想を肉付けしたスコラ学であり，一般大衆は ‘ダンテの「神曲」に描かれた天国，煉獄，地獄の存在を信じていた’（『近代科学の歩み』所収のバタフィールドの論文参照)。神の子たる人間の棲む地球中心の天動説はその一例である。古代・中世の自然哲学では「物」も「運動」も天上と地上とでは全く違っている。地上の「物」は地水風火の「四大」からなる変転つねない非恒常的存在で，「四大」の本性としての「力」（地が下等で最低に位置し，火が最高の天を目指し，地上の万物があるべき位置を求めて運動する力）が働く間は変化・運動し，働かなくなると静止する。「静止」と「運動」の区別は近代の量的考察でなく，両者は質的に別の存在様式（カテゴリイ）に属するとされる。他方，天上の「物」である星辰は第五の元素からなる恒常的存在で，完全な図形である円軌道に沿って

永久に運動を続ける。しかも万物は各個物に，個物は万物に互いに影響し合う統一的・有機的な関係にあり，占星術もその社会では正真正銘の「科学」であった。

アリストテレスの自然学のほころびは古代末期に既に現れていた。「力」を離れて飛ぶ放物体の運動がその例である。しかしこの問題一つが事態を決定的に変えたのではなく，13 世紀以後もこの世界観はキリスト教の権威に支えられていた。それが自然学の範囲で変わったのは，天動説を地動説に置き換えたコペルニクス，円運動を楕円軌道に置き換えたケプラー，慣性運動の直線性を発見したガリレイの上に，天地の峻別を天地一貫の万有引力法則に替えたニュートンを頂点とする 16–17 世紀である。この思想革命こそ「革命」の名にふさわしい。更に私はその一連の動き未だ収まらずと考えている。私見の意味はこうである。20 世紀は相対性理論や量子論を生み，飛行機，電話からテレビ，コンピューターを生み，そしてあの原爆を生んだが，それればかりでなく，これらによって学問や技術の性格まで根底的に変えつつある。学問は大衆化したが，従来，学問の中核だった書物は変質し，読書の習慣も失われかけている。何事にも功罪は伴うものだが，テレビやコンピューターは多くの効用とともに，この変革にも大きな役割を果たしている。実際，それを駆使するマスコミが強力に社会を動かすとともに，「科学のための科学」（ボアンカレ）のような自称‘自由な科学’は，政治，軍事，経済などの支配を受ける不自由な仕事に変貌しつつある。より狭い範囲でも，コンピューター科学の進歩はもとより，従来の非線形モデルを線形モデルで置き換える態の新しい数理科学の試み（カオスやフラクタル）も始まっている。加えて深刻な環境問題がある。……このような混沌が今日の人類文化の大局なのである。数百年から千年を一単位 (millénaire) とする長い目で見れば，これは 17 世紀科学革命からの一連の発展形態延長上にあり，文字や道具の発明にも比すべき文化革命の前夜なのかもしれない。もっともこれは人類が近い将来に絶滅することはないという条件での話である。

そこでクーンの「パラダイム」だが，彼はこれをギリシア語（paradeigma;‘様式’‘範例’など）から採り，“或る専門家の共同体の中で広く認められた科学的業績で，或る期間その分野の専門家に対して問い方や答え方のモデルを与えるもの”と規定した。（この概念の曖昧さについては多くの論議があり，クーンも後では

この言葉を使わなくなった由である。）もっとも私はクーンをあまり読んでいないので誤解があるかもしれないが，彼の説を『科学革命の構造』（中山訳）で知ったときから，“これは当たり前の話ではないか” との印象が拭えなかった。また私ならパラダイムの重要な要素として取り上げるはずの数学の質的変化を強調しないのも片手落ちに見えた。実際，19 世紀以後の量子論の受容をパラダイムの変化とするのは，（粒子と波動，不確定性原理等々から）妥当と思ったが，そこにも働いたと思われる当時の数学の質的変化（群論，線形代数，抽象空間論など）は無視されていたからである。

数学の変化について言えば，「数学史に革命はない」とか「あったとしてもギリシアの通約不能量論だけだ」というような意見が折々聞かれる。クーンもそのようなことを言っているし，フランスの数学者で数学史の著書もあるデュドンネ (J. Dieudonné, 1906–1992) は或る機会に私をそう言って批判した。しかし私は，対象を理念的な図形で表現する古典数学の誕生，象徴的記号を導入して数学の範囲を拡大した近代数学の誕生（デカルト，ライプニッツ），無限集合の導入によって数学の舞台を飛躍的に広げた現代数学の誕生（カントル，デデキント），更にその中で，証明などの文言そのものを対象として，従来は真偽をいわば神に預けて論じた数学の真理性を，人間が構成し人間が証明するという思考の世界で作られたメタ数学の誕生（ゲーデルなど）の三ないし四段階の変化は，数学におけるパラダイムの変化と言ってよいものである。しかもメタ数学は最も現代的なコンピューター科学にも寄与しており，ここには将来の問題ながら論理や言語への問題が伴っている。数学をその時代の学問における「言葉」と見れば，これらの変化はそれぞれの時代の科学革命のパラダイムに根底的な意味を持つものではないか。

それとは別に，クーンが専門家の小集団における比較的小さな事件にまでパラダイムを持ち出すのは，いささか過剰な感じがした。科学革命の「構造」を彼の言うパラダイムにおいたのでは，上記の 20 世紀の現状はもとより，17 世紀科学革命までがその処理の枠からはみ出すようにも思われるが，これは私の読みの不足かもしれない。

断っておくが，私にはクーンの主張にけちを付けるような気持ちは全くない。彼が「パラダイムの変化」に注目したのは卓見と思い，その仕事に敬意を払うにやぶ

さかでないが，こうした次第で私は彼の説を必ずしも大きく評価していない。繰り返すようだが，私なら17世紀科学革命においても，古来の自然哲学や経験的な技術の変化の底に象徴記号による数学の自立や小数の発明のあったことを重視する。勿論，そこには思想史と現世との両面でキリスト教という要素があり，その基礎の上にデカルトの物心二元論の思想なども生まれているのだが，数学はそのために適切な「言葉」を提供し，その革命の核心をなしたと考える。ニュートンにピークを持つ自然科学の誕生はその「言葉」を得て初めて成立したことなのである。標語的に言えば，新しい自然科学は思弁的な自然学に替わって，実験という「経験」的要素と数学という観念的・合理的な「言葉」の二本の足に立つものなのである。

こんなことは独りクーンのとは言わず，今日の科学論の中で既に十分論じられていることかもしれない。また本書（『数学と哲学との間』，玉川大学出版部，1998）の「数学における無限と有限の弁証法」などは粗雑な大風呂敷だから，私がクーンにこんなことを言うのは目くそ鼻くそを笑うの類かもしれないが，自分の「科学革命」観を図々しく書いてみた。ご批判を得られれば幸いである。

これを書くに当たっては，野家啓一氏の『クーン　パラダイム』（講談社，1998）に教えられることが多かった。記録して謝意を表する。

（1998年4月）

PDF 化にあたって

本 PDF は，

村田　全『数学と哲学との間』（1998 年 2 月，玉川大学出版部）

を元に作成したものである。

村田全先生のその他の著述は

科学の古典文献を電子図書館「科学図書館」

http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html

に収録してあります。

「科学図書館」に新しく収録した文献の案内，その他「科学図書館」に関する意見などは，

「科学図書館掲示板」

http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs

を御覧いただくか，書き込みください。