数学の単一性と多様性をめぐる試論

村田　全

約二年前、私は本誌に『「数学」の概念と数学史への視点』という小文を寄せ、数学とその歴史との関連をめぐって、いくつかの問題を提起した。今回の試論はその一部を拡大したような形のものだが、もちろん独立の論文で、最終の関心は西欧数学の伝統を、いかにしてよりよく理解するかにある。

一　問題の所在

この論文では、数学とは本質的に単一の学問であるか、それとも本質的に相異る多数の「数学」がありうるか、という型の問題を、主として数学史学の立場から取り扱う。

数学を本質的に単一の学問と見るというのは多分に常識的な見方だが、これは、突きつめて言うと、時と所とを超越した唯一絶対の数学なるものの存在を認め、どの時代のどの民族、どの文化の「数学」も、その単一の数学の一つの様態であると見る立場につながる。言うまでもなく、この立場は特に数学的真理なるものへの絶大な信頼感によって支えられるであろう。またこの場合、数学史とは、大局的に言って、その単一の数学が自己を発現していく或る連続的な流れ、というふうに見ることができる。

これに対して、数学を本質的に多様なものと見るのは、前のような単一者の存在を疑うことだから、文化を異にする「数学」の間や、数学史の多くの時代の間に、本質に触れるような飛躍や断絶のありうることを認めることにつながる。あるいは更に強く、そもそもその断絶や変遷の様相そのものの他に、数学などという実体的対象はないのだという考え方さえ、ありえぬわけではない。

もっとも、数学に関する本質的な多様性というのは、必ずしも考えやすくはないかもしれない。その場合には、しばらく「本質的」という点にこだわらず、古代ギリシアの数学、中世アラビアの数学、近世西欧の数学、現代数学、あるいは中算(中国の数学)、和算(日本の数学)等々を一応別個の数学と見なし、この多様性の中に、本質的と認められるだけの違いがあるかというようなことを、改めて問題にすればよい。

このようにしてみると、単一性に重みをかけた考察は、どちらかといえば、数学の対象、方法、真理などという理論的、哲学的な方面に向いやすく、また、多様性に重みをかけた考察は変遷史的、比較文化論的考察に向いやすいということになろうか。ただしこの区別はあくまで程度の問題で、例えば、全く独立した別個の文化的伝統――そういうものがあるとして――の下でも、然るべき長さの年月を待てば、やがて同一の数学的真理に到達する(あるいは、到達した)だろうか、というような形で問うと、これは哲学にも歴史にも、さらには比較文化の問題にも、それぞれ関連する問題になるであろう。あるいは、仮に人類の文化が何千年か前の状態に戻ったとしても、同じくらいの年月が経てば、また今日のような数学ができているだろうか、というような問いにしても同じである。この種のことはせいぜい思考実験に類することで、そのまま学問の対象にはしにくいかもしれない。しかしいずれにせよ、われわれは数学の単一性と多様性とに共通にまつわる

問題を、ここに一例を示したような視点から取り上げてみたいというわけである。

もっとも、この試論の目的は、右のような純然たる知的好奇心をみたすこと——これも大切なことだ——のみにあるのではない。私は西欧の数学が西欧的思想の一つの重要な——普通に考えられているより遙かに重要な——要素であると思っているので、その数学の、その思想的伝統の中での形成ということには、その伝統外の立場から非常に大きい関心を寄せている。もちろん今日のわれわれを、単純に「西欧的伝統の外」にあるものと決めてかかることは問題だが、必要ならばそのようなことも含めて考えればよい。数学が単一か多様かという問題は、それ自身のむずかしさもさることながら、上のような検討——非西欧の立場からする西欧思想の一要素の形成の検討——のための足場づくり的意味をもつものなのである。

このような問題に関する私の関心は、実は学生時代からのもので、自分ではそれは吉田洋一教授や下村寅太郎教授などの諸先生からの影響であろうと思っている。しかし今回の試論は、直接にはS・ボホナー教授が、著書『科学史における数学』(S. Bochner : *The Role of Mathematics in the Rise of Sciense*, 1966, Princeton) の日本版(拙訳、一九六九年、みすず書房)に寄せられた「日本版へのはしがき」に触発されたものである。そこでまずその「はしがき」について述べる。

二　ボホナー氏の「はしがき」をめぐって

ボホナー氏の「日本版へのはしがき」は大要次の通りである。

《今日、世界中にはただ一つの数学があるのみだが、過去においては、エジプトの数学、バビロニアの数学、

ギリシアの数学、アラビアの数学、中世ヨーロッパの数学、インドの数学、シナの数学、日本の数学など、幾通りかの相異る数学があったと思われる。しかしそれらの数学の差、ないしその差の起源について、満足すべき説明はまだ得られていない。》

《例えばO・シュペングラーはそれらの数学の差を、その起源や性格に関する正真正銘の差とし、文明の構成単位の別と同じ数だけの数学があったと論じたが、反対に、経済主義的な決定論者(特にマルクス主義的傾向の決定論者)などは、数学はつねに一つであり、数学の性質に関する見掛け上の差は、すべて社会的・経済的背景の差から生じたものと論じている。》

《この対立に結着をつけることは、文明や知識の歴史における重要問題の一つだが、それができるためには、特にインド、中国、日本などの、アジアにおける数理思想や科学思想の歴史が、もっと明らかにされねばならない。それらの思想の発生、その地域的移動、あるいはそれらと西欧的数理思想や科学思想との異同の比較、このようなことを根底から明らかにするため、日本の学者はシナや日本の知的伝統の中に深く沈潜すべきだと、私は考える》

これで見ると、ボホナー氏は数学と文化との種々のつながり方について関心をもち、ただしそこから数学の単一性、多様性に関して哲学的に議論を立てるためには、その前にもう少し事実を集めねばならないと考えているらしい。私はこれを公正妥当な線として支持するが、この意見ならびにそれに関連する現実的状況について、自分なりの意見を添えたいことがなお二三あるので、以下そのことについて述べる。

ボホナー氏は今考えている問題に関して、「アジアにおける数理思想や科学思想」などについての具体的史

実の解明、という方向から攻めることを示唆している。しかし私はそうした史実探索の前に、まず数学の単一性と多様性とについて或る程度の理解と見識ができていないと、意味のある探索もまたできないのではないかと考える。これは原理的に言うと、見識と予断とのからみあう厄介な問題であり、また現実の問題としても、後で触れるような難点をもっているが、要するに私の言いたいのは、特に意識してではないにしても、人はしばしば単一性を求めて単一性を支える史実を得たり、多様性を求めて多様性を支える史実を得たりということになりがちだということである。個々の数学史家が数学について考えている内容は、その人の探索の範囲や傾向に影響し、ひいてはそこに見出される「具体的史実」をも限定しうるだろうというわけである。

もちろんこういう言い方にすると、そこまで言うのは杞憂だという意見も出るだろうし、そもそもボホナー氏自身、それらのことを既に勘定に入れているという可能性も出てくるかもしれない。しかし私の側から言えば、一方に同氏の「はしがき」、ないしその書物の本文からの印象をおき、他方に日本でのこの学問の現状をおいて考えると、なお吟味すべきことがありそうに思われるのである。

私がまず取り上げたいのは、一般的に言うと、ボホナー氏が、その用いる西欧的用語によって呼び出しているはずのイメージと、その用語によって狙われている実体——本来、非西欧的な対象——との間に、何か根底的なずれがあるのではないか、というたぐいの問題である。東洋と西洋とか、西欧と非西欧とかいう大まかな分け方自身にも既に疑問の余地があるが、それはしばらくおくとして、それらの用語や考え方の背後にある、いわば伝統の差というようなことが、ここで表面に出てくる。

上で引用した「アジアにおける数理思想や科学思想」という言葉などは、その好例である。恐らく彼の方は、大なり小なり西欧的な「数理思想や科学思想」を踏まえ、その上でアジアにおけるその対応者を考えているのであろう。しかし西欧において「数理思想や科学思想」が形成されたからといって、それにちょうど対応することがアジアにも起こっていたわけではない。むしろそのような対応のつかないところにこそ、西欧とアジアとの真に重大な違いの一つがあるのである。その両者をあえて対応させるためには、それぞれの側に或る種の要素を添加したり削除したりして、お互いを比較可能な状態に移行させる操作がなくてはならない。しかも大ていの場合、より大きな変形を受けるのは比較する主体ではなくて、比較される相手の方だから、そこで削除され、あるいはそこに添加された要素が、事柄の本質をどのように動かすかは由々しい問題になりうる。またボホナー氏は『科学史における数学』の本文で、ついうっかりとであろうか、東洋を一つのものとして捉え、かつそれを《西欧の主流に合流する支流》としているようだが(同書第二章、第七—第八節)、これが客観的な事実かどうかなども吟味すべき事柄の一つである。もちろんこれは、私が東洋人の一人であるということと独立の問題で、特に妙なセンチメンタリズムは介入させないでの話である。「アジア対西欧」というような大まかな対比でなく、例えば西欧の近世数学と日本の和算とを比べるというような、もっと細かい問題の場合でも同様で、それぞれの「数学」を比較するための土台になるような、共通の(できれば単一の)数学概念の存在ということ自身が、まず疑問なのである。

ギリシア神話のダマステースは、客を寝台の長さに合せて伸ばしたり切ったりしたというが、今考えていることは或る程度までこれに似ている。しかしそれと共に、ここでは必ずしも相手が殺され奪われる一方で

ないことも注意しなければならない。というのは、西欧近代の数学と形の上で似ているという理由によって、或る種の非西欧的な学芸技術の中に「数理思想」が期待され、時にはそれが認識されるようなこともあるように思われるからである。私はボホナー氏の「はしがき」に関しても、(その本文での印象が重なっているのかもしれないが、)無意識の中に好意と悪意を併せもったダマステースが潜んでいるような感じを受ける。

以上は西欧人であるボホナー氏に対する考慮であったが、次に日本人であるわれわれの周囲を顧みると、こちらには更に問題が多いように思われる。すなわちわが国の現状においては、そもそも数学史の研究者が少いところへ、西欧数学史に関心のある者と和算史研究家との間に、極めて深い断絶があるからである。実際、前者の中には、和算を数学の本筋からはずれた対象と思って関心の対象にしない人が少くないのに対して、後者の中には、ややもすれば好事家的関心の範囲に止まって、現代数学あるいは西欧数学史への理解の点や、(洋算にせよ和算にせよ)その文化史的視野の点などに欠ける人が見うけられる。この現状のままで、もしボホナー氏の示唆の線で和算が取り上げられるとしたら、その事のできる人は後者以外にないだろうけれども、その場合は西欧的な数学概念――私はこちらを本筋と考えている――が、和製ダマステースの寝台にのせられるのではないかと思う。私がこの節の初めに、《単一性を求めて単一性を得たり、云々》と述べたのは、ボホナー氏の場合と、この和算史家の場合とを一括して、今述べたような事を考えたからである。

ところで、それでは私自身はどうかというと、これももちろん例外ではない。私の関心は数学史一般にあるのだが、その「数学」は、たまたま西欧的伝統を経て今われわれの前にあるものであって、和算との精神的つながりはここにはほとんどない。本音を言えば、和算は数術ではあっても、学問として「数学」と呼べ

るものではないと考えている程なのである。ただ私は、そのような数術が結構高度の成果を収めてきたという事実に対して、それを認めると共に、その事実の底を叩きたいと思っている。さしあたっては和算史家が、より高い視野に立ってこの方面でわれわれの蒙を啓かれることを望むのだが、同時にこの点にこそ、数学の単一性と多様性について、より徹底した吟味が必要だろうと私の考える一つの根拠がある。

さて以上のような事情があるため、私は、ボホナー氏のいう具体的史実の探索に入る前に、まず数学の多様性について一応の心構え位は持っていたいと思う。これは特に同氏をはじめとする西欧の学者に向って言うべきことで、少くともいわゆる叩き台的な数学概念としては、できるだけ幅の広い多様性を具えたものが適当だろうと思うのである。ただしそれと共に、そうした考察の基準として、芯のしっかりした単一性の面の強い数学概念が別に用意されねばならない。もちろんその役割はわれわれの日常の数学概念が果してくれようから、これは特に強調しなくてもよいように見えるかもしれない。しかし大局的に見ると、今試みているような考察を支える数学的見識の深さは、この後の方の数学概念によって決定されると思われる。例えば、数詞のあるところつねに数学あり、という程度の「数学」を、仮にこういう処へ持ち出したりするのでは、深みのある考察は期待できないであろう。

このような眼で見ると、ボホナー氏の「はしがき」の初めにいわゆる、エジプト以下、日本に到る「幾通りかの相異る数学」という言葉なども、十分検討すべきこととなろう。すなわちここには、まずそれらを共通に「数学」の名で呼んでよいかという問題があり、次いでそれを考察する主体における数学概念の問題があ

る。考えてみると、西欧的な近代の数学が歴史の中で獲得してきた多くの要素を、われわれはどうかすると、数学一般なるものがもつ本質的属性であるかのように取り扱いがちであるが、その中には過去の多くの「数学」に全く存在しないものもあるだろうし、またその半面、将来の数学の展開の中で失われていく部分もあるに違いない。上記の「はしがき」に引用されている諸「数学」(という名の学芸技法)の中には、それを「数学」と呼ぶこと自身、或る程度まで、それを西欧的な数学の上に投影していることになるようなものがあるのではないか。われわれは少くとも、事の始めに当っては、このくらいの吟味があってよいものと考える。

ここで注意したいのは、ボホナー氏が上記の「相異る数学」の中に、西欧近世以後の数学を数えていないことである。そしてこれは、彼がこの近世的数学を、「今日、世界中にただ一つあるのみ」の数学として、別格に扱っていることと関係があるのであろう。(実際、彼のその書物の本文では、近世以後の数学は一貫して《近代数学(modern mathematics)》と命名されている。)私が上で用いた言い方をすれば、これは恐らく彼が数学の単一性、多様性を論ずる際の「基準」にする数学なのであろう。更にこの背後には、彼のいわゆる「近代数学」と、コイレ、バタフィールド、クーンなどの諸家のいわゆる科学革命の説との関連もあるのではないかと思うが、この点はまだ定かではない。(科学革命と数学史との関係についての考察は、コイレ氏以後かえって次第に稀薄になるようで、例えばクーン氏の言う「パラダイム」までくる(『科学革命の構造』参照)と、その中にほとんど数学の介在してこないことが気にかかる。これは彼の議論の一つの弱点であると私は見ているが、ここでこのことに深入りすることはできない。)

ただ、いずれにしても「近代科学」ないし現代数学を、(必ずしも西欧的学問と見るのでなく、むしろ世界

に所属するものとして、）一般的考察の基準にするということは、十分妥当な線と思われる。このことについては後で更に論ずるはずだが、ともかく次節以下ではこの線に沿って考察を進めることにする。

私がボホナー氏の「はしがき」に関連して言いたいことは、大体以上の通りだが、現在の話題に関連して、次に大切な論点を一二補足しておく。その第一は、数学の単一性と多様性に関して本当に問題にすべき事柄は、数学自身よりは、もう少し比較文化論などに接近した方面にあるのではないか、ということである。すなわち（必ずしも西欧近代の数学概念に投影されない形での）「数学」という一個の文化現象を介して、その「数学」を所有する文化の様態を見ようとすることが、この方面で、もっと問題にされてよいであろう。一端を人類の文化の普遍的な面に浸し、他端を個々の文化の中に浸しているこの「数学」というものが、それぞれの文化の中でどのような位置を占めたか、それはその文化の展開にどのような役割を演じたか、そしてそのような事が逆にその「数学」にどのような影響を及ぼしたか、これらは今考えている型の問題として重要なものの例であろう。

以上のような問題に対して、ここでウェーバーのいわゆる宗教社会学に対応するようなことを頭に描いても、大きい誤りにはならないと思うが、もとより手軽く手の着けられる問題ではない。ただ、せっかくここまで来たのだから、もう少しこの話を続けると、私にはこういう夢のような問題が思い浮ぶ。すなわち西欧数学の伝統は、もしこれを一つの全体として（すなわち、そこに認められる範囲での単一性の面によって）捉える場合には、西欧精神の一つの重要な要素となりうるものであり、従ってそのような要素の有無によって、ある

いはそれに和算を冷静な態度で対置してみることによって、西欧と日本との思想的伝統の一つの相違――それは私には、かなり基本的な相違だと思えるのだが――を明らかにしうるのではないか。あるいはまた、東洋精神といわれる漠々とした対象はもとより、西欧精神という対象にしても、それらを一つのものとして把えてよいかという疑問を提出して、これを今述べたような方面から攻める道も、あるいはあるのではないか。まともに取り上げるには余りに茫漠とした問題だけれども、ボホナー氏の設問なども、その意図の如何は別として、結局ここまで来なくては嘘だと思うが、どうであろうか。

付け加えておきたいもう一つのことは、以上述べてきたような考え方が、世界史について最近試みられている検討の試み(例えば飯塚浩二氏や泉靖一氏などの遺業)と、或る種の対比のできそうな面をもつのではないか、ということである。というのは、世界史という概念も、従来、西欧中心でありすぎたとして批判されているからである。これとの関連でいえば、われわれの問題は、数学史についても世界史の場合と同じような吟味が必要なのではないか、というふうに言い直してもよい。

しかし少し先走るようだが、ここで私の結論を言ってしまうと、私は数学史と一般世界史との間には、かなり根本的な違いがあるという見方をとる。もちろん数学史について右のような検討を行うことにも、いろいろな意義のあることは確かである。けれども(特に近代以後の)数学史ないし科学史には、独特の累積性――知識や方法が時と共に積み重ねられること――があり、この点でそれは、一般世界史はもとより、他の大抵の文化領域の歴史とも大きく区別されるのである。

私はまたこの事実の背後にあるものとして、科学革命ないし「近代数学」成立ということの重さを思う。あ

るいはそれらの事柄を含んだ意味で、西欧的伝統ないしその数学的伝統の重さを思う。数学史における西欧なり、西欧近代または現代なりの重さは、一般世界史における西欧なり、西欧近代または現代なりの重さと、格段に違うのである。私が先に、考察の対象としての、多様性の強調された数学概念と、考察の基準としての、単一性の強調された数学概念とが、共に必要であるといった裏には、このようなことへの配慮も働いていたのである。

三　西欧数学の伝統と現在のわれわれ

前節ではボホナー氏の「はしがき」の中から、西欧的伝統と非西欧的伝統との差に由来する理解のずれ、という点を手懸りとして話を進めたが、今度は現代数学を含む西欧数学の伝統について、前節と似た一般的議論を試みようと思う。すなわちその伝統は、単一の数学なるものの連続的な展開と見るべきか、それとも或る「数学」から或る「数学」への、時として異質な変貌を経て形成された、不連続的な過程と見るべきか、あるいはまた、視野を逆転して、その間の変遷を貫いて不変な要素は何であり、そこで変貌した要素は何であるか、このようなことを論ずるに当っての一般的問題を考えようとする。

これらの問題についても、前節で述べたような一連の考慮は必要である。すなわちそれぞれの時代の数学を、特に深い反省もなく、「近代数学」の、現代数学の、ないしは単一絶対の「数学」なるものの一段階あるいは一部と決めてかかるようなことは避け、少くとも最初の叩き台的概念としては、それらの数学を、互いに異質な多様者として、突放した形で事を処理すること、一方、「数学」とか「本質」とかということに対し

ても、最初から余り固定的な意味づけを与えることはせず、時にはその背後の思想や文化を考慮し、また時には西欧以外の「数学」をも含む歴史的考察を援用して、それらの概念の内容を適宜修整するという道をとること、ただしその底に、過度には固定化されていない単一的な数学概念をおくことによって、余りに奇妙な要素が「数学」の中に侵入したり、何か重大な要素がそこから脱落したりということを防ぐこと、これらはまず注意したい事柄である。

しかし西欧的伝統の中での数学の単一性、多様性については、前節では注意しなかった新しい考慮が必要になる面がある。それは、同一の歴史的事実を、普通どおりに過去の事として見るか、それとも、いわば過去に身をおいてその事実を将来のこととして想像するかによって、全体の様相が根本的に変ってくる、という問題である。

数学の歴史をこのような点を考慮しつつ考察しようとするについて、私は、仮に未生以前的と既生以後的(または回顧的)と名付ける二つの立場を区別する。

未生以前の立場というのは、一つの数学が生れ出る以前の状態を想定し、そこからその数学が形成されてくる過程を考えようとするもので、この場合、そこに存在する多様性と結びついた一種の偶然性が注目される。言いかえれば、その「数学」の前には多様な可能性があったのに、たまたまそこでその一つが選ばれたとする考え方である。

数学の歴史にはこの種の偶然があちらこちらに現われており、従ってそれは、数学における、おのおのの時

代の歴史的現実の中にも内在していると考えることができる。もっとも、自然数の基本的性質のような基本的数学の範囲では、その偶然性は稀薄になり、むしろ単一必然の客観的真理に接近する様相を呈するが、その反対に最近の高度に専門化された数学では、そのことの生れる必然性は著しく稀薄になり、創意工夫の暗中模索が必要になる。後者の例としては現時点でのすべての「問題」が挙げられるが、比較的よく知られたもので、量子力学へのヒルベルト空間論の適用などは好例であろう。

他方、既生以後の回顧的な立場で見るというのは、一つの理論を、それができた後の立場で考察することで、これは後知恵の一種といってもよい。

これについて特に注意すべきことは、元来は未生以前的偶然によって生じたものにせよ、一旦、一つの道がついてしまうと、それは後代に対して単一無二の既成事実として働くことである。言うまでもなく、いくら数学史に累積性(上記)があるからといっても、既成事実さえできれば、それが直ちに末永く単一の数学になるわけではない。ある理論が永続的な説得力を持ち続けるとすれば、その底に何らかの客観的根拠があるからに違いない。しかしまた一方、数学史において客観的根拠のある事実と単なる既成事実とを区別することは、数学よりは経験に直結している経験科学の歴史の場合に比べて、ずっと困難であると私には思われる。そして私はこのことの中に、数学の歩みを、その実態以上に単一的なものと思わせる要因が潜んでいるとさえ考えている。

このような考え方に対しては、客観的事実に対する数学的モデルの自由度を強調しすぎるという意味で、規約主義とかマッハ主義などというレッテルが貼られるかもしれない。しかもそれに対して哲学的に答えるだ

けの余裕は、今のところ私にはない。しかし上の考え方の背後には、数学ないし数学史について、私は私なりに、事実を踏まえた知見をもっている。もっともその「知見」の底を叩いてみると、《理論数学の展開とその現実への適用との関係は、全く不思議なものですね》という程度の、一種の、ただし深刻な感想に終るのかもしれないのではあるが。

事のついでに付け加えると、私は結局のところ、数学の多様性とは、現実に対する「数学」という絵の描き方の多様性だと思っている。これは別に特記すべき意見ではなく、例えば現在の数理科学の思想などとも同質のものである。しかし私はもう少し進んで、現実が単一の「数学」によって描き尽されねばならぬという必然性、ないしはそれを裏付ける合理的根拠を、どう承認してよいか、その途が分らないのである。私に言えるのは、少くとも今日までの数学が描いてきた図柄から見る限り、もろもろの数学の描く「現実」の底に、何か或る単一のものが動いているらしいという位のことである。そしてそれと共に、その単一者らしきものに対する絵の描き方には、直接にはその画法の伝統を背負い、間接にはいろいろな意味での(すなわち社会経済史的、精神史的等の)文化的伝統を背負った形で、今までにも多くの型が生れてきたし、今後もなお多くの型の生じる可能性が残されているということを、そこに加えたい。このような意味でいう場合ならば、私はポアンカレ流の規約主義の徒と呼ばれることを辞さない。

前節でも取り上げたことだが、ここで、多様な数学を論ずる際の標準となる数学概念について、少し追加しておく。われわれはその場所で、ボホナー氏のいわゆる「近代数学」あるいは現代数学をその考察の標準にすると述べた。ところが本節の立場でいえば、たとえいろいろな未生以前的考察を試みるにしても、最後

に残るのは回顧的立場としての現在以外にない。これは最終必然の、いわゆる永遠中の今であるが、私はむしろ、この現代という立場に意識的に身を置こうとすることによって、逆にできるだけその立場を対自的なものにしようという行き方を取る。すなわち私は、汎通的な数学概念に達する迄の当座の準則的標準として、積極的に「近代数学」あるいは現代数学を——より正確にいうと、それらの示唆してくれる或る数学概念を——選び、それを自己反省的吟味の対象にも加えていこうと思う。なお私がここで「近代数学」を引用したのは、ボホナー氏の説への追随というよりは、科学革命説とのつながりを考えたためである。またそれと共に現代数学をも引用したのは、「近代数学」の内でも特に現代数学に重点をおいて考えたいことがあるからである。

私が西欧近代ないし現代の数学を考察の暫定基準に選んだ理由は、やや哲学的めかして言えば上記の通りだが、ここにはなおこの議論を底流する一つの意図がからんでいる。それは西欧数学の伝統と、それに対するわれわれの受容との問題である。私はこの伝統的数学が、その他の文化圏に属するいかなる「数学」とも違って、現代の世界に深いところでつながっていると思うと共に、そのような西欧的数学の本質的要素の中に、われわれにはまだ十分的確に掴めていないものがあることを感じている。実をいうと、現在のわれわれはもはや西欧的伝統の外にいるとは言いがたい。特にわれわれの西欧数学への理解は非常に進んでいる。しかしなお私には右のような感が残るのである。この方面での私の最終的な関心は、むずかしい問題だが、この伝統の実体という点にある。

実際、そのような目で見ると、現代数学が社会科学や人文科学の方面に応用の途を求めて模索している現

状などについても、なお考慮の余地がありそうである。このことは、今では世間の常識のようになりつつあるが、一方、「数学」をそのような方面の仕事と結びつけようとする発想自体は、決してわれわれの本来の常識ではない。そもそもそれは、(普通に数学のものと言われるところの)合理的なものではなく、むしろ合理、非合理の彼岸にあるとすべきものであり、さらにまた、《世の中のことは数学のように、二二ンガ四とはいかない》という態の、われわれの周囲に多い発想とも、異質のものである。今日までの西欧的数学を動かしてきた原動力の中には、今なおわれわれに掴めていない何者かが潜在するだろうと私が想像するのは、例えばこうした事実を前においてのことなのである。

それればかりではない。そうした動機がわれわれに掴みにくいのは当然だとして、同時にそれは、それ自身の伝統の中に浸っている西欧の人びとの眼にも、意外に触れにくいものではないかと考えられる。あえて言えば、そこにはボホナー氏を含めて、今日までの西欧の学者の探索の眼をこぼれた要素もあるのではないかという思いである。私が上でいささか執拗なまでに、過去の様々の「数学」の異質性を強調し、ひいては西欧数学の伝統の中にまで、その異質性の痕跡を探ろうとする姿勢を示した動機は、結局このような問題意識に裏付けられたものに他ならない。

いうまでもなく、以上のようなことは初めから、まともな絵の描けるような事柄ではない。しかしこうした考え方の下で、西欧数学の伝統の中にある単一的性格と多様的性格との交錯の様相について、せめて一つの下絵あるいは習作をでも作ってみたい、これが以下の数節を貫く直接の目標である。

四　数学の単一性をめぐって

この節では主として、単純に数学を単一のものと考えている立場に対して、多少の批判をこめた考察を試みる。ただし、さほど系統だった議論ではない。

第一節で既に注意したように、数学の中に本質的な多様性があるということは、事実上かなり考えにくい。その主な理由は、数学上の真理には強力な絶対性があり、いかなる「数学」もその点で変りはないと見られがちだからである。現在、数学的真理の絶対性には以前と違った考慮が必要であるが、数学基礎論や分析哲学などの方面から言う場合でも、また古典的な、すなわちプラトンの昔はともかく、例えばカント以来の数理哲学の系譜に立って言う場合でも、われわれの問題はこの方面に展開すべき十分な理由を持っている。しかし私はここでは初めからの方針によって、歴史的考察の範囲に止まることにする。正直にいうと、右のような哲学的問題に立ち入る仕事は、さしあたり私の手には負えそうにないのである。

問題をこのように限定したときにも、そこには、なおいくらかの哲学史的問題が残る。例えばいわゆる数学的真理が、絶対的真理なるものの範例ないし典型として、西欧哲学の伝統の中で極めて重要な、時としてはその指導的な位置までを占めてきたという事実を取り、その伝統の様相や根拠を問うというのはその例である。そしてここまで来ると、真理性との関連の下で見る場合の数学の単一性の問題は、たとえ事を歴史的側面に限るとしても、もはや数学や数学史の内部における問題ではなくなってしまう。それは西欧文化の伝統における数学の役割に関する或る根本的な問題——例えば、数学の中に、絶対的真理なるものの典型をみる——になり変るのである。あるいはまた、ここで視点を逆転して、西欧哲学の根底には、この種の数学を育てると共に、そこに育てられたものによって、あるいはその育成の過程自身によって、自らを束縛ないし

形成していったという面があると言い直してもよい。われわれは次節でこのことに関連して、(例の茫漠とした言い方ではあるが、)西欧的精神あるいは西欧的思考と、非西欧的な精神あるいは思考との対比について、多少ながら触れるであろう。

まず、こうした深刻な問題に入る前に、やや脇道めいたことだが、一つのいささか皮肉な事実に触れておく。それは、数学の中にあるこの非歴史的な性格が、他ならぬ数学史の研究において少なからぬ役割を演ずるという事実である。

われわれは実例として古代バビロニア数学の再編成という仕事を取る。よく知られているように、この仕事は、楔形文字で書かれた数表の解読から出発して、次第にその全貌を明らかにしたものだが、その間の手続きの中で、人びとは数学的法則性の力を大いに借りているのである。具体的な例でいうと、記号(楔形文字)が規則的に並べられた或る表を仮に倍数表ではないかと推定し、その記号の配列を、われわれの九九の表などと対照することによって、結局、当時の記数法が六十進法による位取り記数法であったことが「解読」される、というたぐいのことである。

これでわかるように、バビロニア数学の巨大な成果は、まさに数学的真理の絶対性を一つの大きな支えにして遂行されたわけだが、もちろんこれはこの数学に限ったことではない。古代ギリシア数学や近世ヨーロッパ数学を論ずる場合でも、あるいは中国数学や和算の歴史を論ずる場合でも、人はこれと同じように、数学的方法を援用するのである。

要するに、それらの「数学」は、単一の数学的真理なるものの相異る表われと見られるか、さもなくても数学的知識の固着性――一旦、道がつくと、それが次々と継承される――を示すものであって、例えば歴史の内で史料不足の部分などは、一般的数学知識によって補ってよいことが諒解されているのである。もちろん新しい知識の読み込みの度が過ぎては困るけれども、その点さえ気をつければ、数学的知識による穴うめのできるのは、むしろ数学史学の特色なのである。この点から言うと、数学の様々の変貌を論ずべき、ほとんど唯一の学問である数学史学自身が、絶対的な数学的真理の力を或る程度まで借り、時によるとそれを最終的な判定者として事を運んでいる、という次第である。

このように、当然のことながら、多くの「数学」に共通な何らかの絶対性は確かに存在する。問題は結局ここにいう絶対性なるものの内容であるが、それを確定しようと試みていくうちに、かえって多くの歴史的「数学」の多様性が意識されるような気がするのは、これまた、いささか皮肉な事実である。上のバビロニア数学の例でも分るように、(西欧的であれ何であれ、)あらゆる数学に共通で最も基本的な対象は「数」である。従って数学の単一性を、それが「数」を扱うという点におき、或はこの事実をそのまま数学の本質と見るとでもするならば、事はまことに簡単である。しかし、もしその「数」が自然数に限られるならば、われわれのもつ「数学」の概念と差がありすぎる。またもしその「数」が有理数、実数、複素数、あるいは現代的な或る種の代数系などと拡大解釈されてよいとするならば、単なる対象の拡大のためという以上に、その底にあるものの考え方の変化のために、数学の多様性について考慮せざるをえなくなる。

実際、歴史の教えるところによると、ギリシア人は自然数に関する知識を幾何学の形に拡大して理論化し、他方、インド人は同じ知識を負数や有理数へと形式的に拡張した。理論化も形式性も共に現代の数学の重要な要素であるが、明確な論証法を伴った理論化の道は、インドの数学をはじめ、ほとんどどの「数学」でも取られなかったらしい。してみると、そういう「数学」は、理論化されることが既に異質な「学問」への転化を意味すると言えるような面をもつのであろう。その反面、形式的拡大という融通流用の道は、どちらかといえば、あちらこちらに例のあるやり方だが、ギリシアでは理論的純粋性に妨げられてか、かえって現実には勢いを得ずに終った。既にその段階を超越し去った今日の時点で回顧的に見るならばともかく、例の末生以前の立場に戻って言うならば、「数」が今日あるような道を辿らねばならなかった必然性は、私には必ずしも認められないのである。

例えば複素数という「数」は、その当初においては(実根の不存在を補う意味での)規約の形で導入されたもので、これを導入する以外の考え方はできないという程の必然性は、ここには見当らない。エレア学派ではないが、「有らぬものは有らぬ」でもよかったはずなのである。ところが、それにもかかわらず、代数学の基本定理(複素数を係数とする代数方程式は、複素数の範囲で必ず根をもつ)や、解析関数の理論(複素数の関数の内、解析関数と呼ばれるものは、微分法、積分法、その他種々の事柄について極めて単純透明な性質を示し、実数の関数に関する微分積分学はこの理論によって極めて統一的な形に整理される)などの中で、理論数学の世界の調和に満ちた姿を明らかにしてくれる。しかもそれらの理論は物理学その他に対しても有力な武器を提供してくれる。そして今ではもはや、複素数は、この他に考え方はないと言わんばかりの、固定さ

れた数学的存在になっている。未生以前的に見たときの歴史的偶然性と、回顧的に見たときの、こうした理論的必然性との対照は、理窟をどうつけようとも、私には不思議というほかに言いようのない底のものである。そしてこれは、数学的存在なるものの所在について、手近な処で最も物思わせる例の一つである。(なお、この件についてやや詳しくは、通俗的な解説ながら、雑誌『現代数学』第5巻第2号(一九七一年)所載の拙論「数学における存在」を参照されたい。)

「数」という一見、単一な数学的存在にまつわる多様性の問題はこの辺で打切り、次には数学の単一性に関する別の考え方について、また同じような主旨の吟味を試みる。今度の相手は、ボホナー氏の「はしがき」にいわゆる「経済主義的な決定論者(特にマルクス主義的決定論者)」の立場である。この立場では、大局的に見て、物質的世界の客観的法則性が認識の基礎になっているから、数学の単一性もその反映として主張されるわけである。今この例として、『ソビエト大百科辞典』(第二版)の中から、ソ連の優れた数学者であるコルモゴロフ教授の筆になる「数学」の項を取ってみる。これは

《数学は、現実世界の量的関係および空間の形態についての科学である》

という定義で始められている由で、かつそれは、エンゲルスの『反デューリング論』からの引用によって裏付けられた形になっているという。(川尻信夫氏の解説による。『数学セミナー』一九七二年一月号参照。)川尻氏も指摘しておられることだが、この定義が、現代数学を含む形での「数学」の定義として適当か否かは問題である。むしろ私などの眼には、同教授の現代数学上の業績自身、そのような「数学」の埒内で得られ

たものではないようにさえ見える。

この定義には歴史的、哲学的、その他いろいろの立場から議論ができると思うが、ここでは特にそれの古さについて触れておく。私の側から言えば、上の定義はあくまで十九世紀的な定義である。第七節で少し説明するように、現代数学においては、まず集合論的無限論に支えられた存在概念が純粋数学の世界の基礎を形づくり、次に仮定法的な公理的方法がその存在の数学的構造を、必ずしも「量的関係」や「空間の形態」に限定されることなく、縦横に解明しつつある。また更に、それらの理論的世界を、現実に対する一個の理想化モデルと見る考え方(仮定法的な公理論の一種)が、数学の応用に関する新しい原理(数理科学)として自覚され、数学の応用範囲を飛躍的に拡大しつつある。すなわち数理科学の対象は、もはや自然科学の方面に限られるのでなく、社会科学や人文科学の方面にまで拡大されつつあるのである。

このような状況を前にすると、先のコルモゴロフ氏の定義が必ずしも的確妥当とは思えないと言っても、それはむしろ自然なことではあるまいか。もちろん文面だけの問題であれば、上の定義に何らかの解釈を施して、つじつまを合せることもできるとは思う。また上の川尻氏の記事も、目下進行中のものなので、後では少し様子が変るかもしれない。しかしそういうことよりも、数学の概念の上に、本質的といってよいだけの深い変化が現に現われていることを認める方が、早道でもあり、本筋でもあると私には思われる。あるいはむしろ、この西欧数学の伝統の中で、例えば、数学を数・量・空間の学とするのでは重大な欠陥が認められるほどの、極めて「本質的」な変貌が生じているとの考えを先立てた上で、その「本質」とは何かということを、改めて問題にする道を私はとりたい。こういう意味の変貌が数学の中に起りうる処にこそ、将来の「数

学」への夢もまた託せるのである。

数学の単一性について論ずる場合、もう一つ忘れてならないのは、今しがた注意した現代数学からの見方、特にブルバキ(二十世紀フランスの数学者集団)のいわゆる、構造の概念による見方である。この見方によると、数学の古典的対象である図形、数、関数、空間などのすべては、「構造をもつ集合」として一括されるばかりでなく、従来、数学の直接の対象とはされなかった、より抽象的なものまでが、同じく構造をもつ集合の仲間として捉えられる。このようにして、数学はその範囲を一挙に拡大すると共に、その全体が統一的に捉えられることになるのである。

構造をもつ集合というのは、抽象的な集合概念を素材にして、その上に組立てられた種々の数学的概念である。実例として「実数」というイメージを取り、これを構造をもつ集合としてどのように捉えるかを考えてみる。その手続きは公理的な形で進められる。まず一つの集合をとり、次にこの集合のメンバーの間に、四則算法を公理の形で与えてやる。もちろんこれだけでは、実数、有理数、複素数などの区別はつかないが、ともかくこれで初めの集合に一つの構造が与えられたことになる。四則算法の定義された構造を体(たい)と呼ぶが、体の上に、更に大小の順序という関係や、極限算(lim)などの算法を導入して、新しい構造を添加していくと、初めのイメージである実数の様相は次第に明確に組立てられていく。もちろんそこで注目される構造は、従来知られている観点からのものに限るわけではなく、むしろどんな構造に着目するかに、数学的創意工夫の余地があるのである。

実数の概念がはっきりすると、これを座標軸の目盛りとして平面や空間に関する構造がきめられ、またそこにおける一種の図形として関数の概念も定めうる。さらに、必ずしも実数座標をもつ空間のみでなく、例えば実数概念の探索の途上で出会った種々の抽象概念を基にして、多くの抽象的空間が導入され、それらの間の関係なども探究される。これが数学的構造の世界であって、それは一見まことに抽象的な世界だが、そこには今述べたような意味での、しっかりした具体論の裏付けがあるわけである。

このような考え方が可能になったのは、上で触れた公理的方法もさることながら、数学的存在の基本的素材である集合の概念が、いわばそのような酷使に耐えるだけのものになっていたためである。この集合概念の新しさについては第七節で触れるが、それは有史以来という程の革新的な無限概念を踏まえたもので、現代数学を、過去のどの数学からも切り離す要因として第一に挙げねばならぬものである。

さてこの構造の考えは、数学の歴史を論ずる際の立脚地あるいは見識ある標準として、十分採用できるものである。前に、ボホナー氏が「近代数学」を歴史的考察の際の標準と見ているらしいと述べたとき、私がそこに現代数学をつねに並置したのはこのためである。というよりも、ブルバキの『数学史』(*Éléments d'Histoire des Mathématiques*, 2 éd., 1969 (日本版、清水達雄氏と筆者との共訳、東京図書、一九七〇))は、まさにその考えに貫かれたものに他ならない。念のため一言すると、この本は学問的な数学史として現在期待しうる最高のものの一つと認められており、構造の考えがその歴史のための哲学として働いていること自身も、この書の一つの見識と見られている。(なお、右の日本版所載の、筆者による「訳者覚えがき」を参照されたい。)

ところがこうしたことの反面で、上のような数学的構造あるいは集合一元論の考え方に対して、何か、あき

たらぬものを感じている数学者がいることも事実である。それにはいろいろな理由があると思うが、例えば数学的構造は数学の真の対象ではなく、その思考は、なお真の数学的思考とは違っているというような、漠然としてはいるが深刻な印象によるものもあるように思う。

実をいうと、構造の考え方の最も優れたところは、(これも結局は集合概念の新しさのせいなのだが、)論理と存在との一体化と、それに伴う数学的存在の構成能力の拡大という点にあると思われる。論理と存在の一致する状態は、いわば学問の理想郷であって、このことを考える限り、構造主義以外に、あるいは少くとも構造主義の指し示す方向以外に、数学の進む途はないような気もする。そればかりではない。今世紀の初頭以来、集合一元論的な考え方に対する反逆の試みは一度ならず企てられたのだが、その何れもが今では振わなくなっている。私はかなりの期間、その間の状況を研究テーマとして来たので、その辺の事情はかなり分るのである(例えば『科学基礎論研究』第八巻二号及び三号参照)。してみると、構造主義への信頼は更に一段と増してよいはずだが、それにもかかわらず、この考え方への疑義あるいは違和感は、確かに残っているのであって、そこには数学の歴史と共に古い面があるとさえ考えられる。その或るものは、実にゼノンの逆理以来、十七世紀にも十九世紀にも二十世紀にも生きているのであって、現に、集合と測度の関係(大きさのない「点」の集合が、いかにして長さや面積などの測度(量)を持ちうるか)とか、運動の概念(運動とは無数の点を数えていく過程であるか)とかは、その(構造主義の考えが、数学の進路として唯一のものだという考え方に対する)違和感の源の一例として、恐らく永久に有効なものであろう。

私はこうした意味で、数学における構造の考え方を、最終唯一のものと見るのに躊躇を感じる。またそれ

に応じて、その数学史の哲学についても、それを決定的な視点というふうには考えない。もちろん私といえども、上記のように論理と存在との対応のついたところで、数学とはこうした抽象的世界の文法だといって腰を落ちつけるのが、本当は「数学」なるものの分を守った振舞いではないかとは思う。しかし、やや浪曼的に過ぎるとしても、コルモゴロフ氏に対したと同じように、構造主義や集合一元論の後においても、より根底的な数学的創造の可能性を、私はやはり残しておきたいのである。

以上、私は数学の単一性について考えられる二三の視点について、ことごとく何らかの異議を唱えてきた。特に最後の異議などは我ながら大分苦しかったが、その一方で、西欧数学の伝統の底に、上来述べたものとは少し違った局面において、或る契機的なもののあることを感じている。あえて漠然とした言い方をすれば、それは、数学を以て世界を理解する鍵たる学問と見る、とでもいうような方向のことで、元来は下村寅太郎氏の指摘されたことである。(例えば同氏の『科学史の哲学』を参照。)

もちろん、われわれはこの一事だけを、西欧数学の共通の特質とするわけにはいかないが、構造の考え、あるいはそれと深くつながっている今日の数理科学の思想などを、この精神史的契機と関連させて考えるとき、和算その他と異質な西欧数学の特質は、より明確に捉えられるように思われる。というよりも、正直に言うと、現代に生きるわれわれとしては、この辺に数学の単一性の所在を認める、あるいは逆に、この辺のところを「数学」の本質的な要素と考える、というようにしてよいだろうと、私は考えているのである。ただ上記の「世界を理解する鍵としての数学」というような考え方は、ここで、いささか唐突に持ち出されたもの

だから、そのことを含めて、今度は西欧数学史の変貌の方に眼を移していこうと思う。もっとも、今のべたような事情があるので、その変貌を見るといいながら、今度はその底を一貫して流れるものの方にも、かなり目をむけることになる。

五　ギリシア数学について

西欧数学の伝統の中で、古代ギリシア数学、十七世紀数学、現代数学の三者は、それぞれ最も顕著な性格を具えた数学であり、従ってまた、それらはいずれも数学史の上で最も重大な転換期に当っている。そこで今度はこれらの転換期について、特にその変貌の様相を検討する。

古代ギリシアの数学が数学史あるいは学問一般の歴史の中で持つ意義として、ここでは

1. 論証法的な理論数学の成立
2. 世界の内的構造を示すものとしての数学

という二つの点について注目する。

この第一の点は、ギリシア数学の残した最大の業績であって、経験的段階を超えて真に数学的と呼べるだけの知識がこの時代に生れたことは広く知られている。従って今更改まって述べるほどのことではないかもしれないが、念のため、次にそれに対する私なりの評価を、数学と論証法との関係、数学的存在の性格という二点にしぼって示してみたい。

元来、数学と論理学とは、ほとんど先天的につながったもののように考えられがちである。しかし私はその関係の歴史的必然性に疑問をもつ。すなわち論証法というものを、普通どおり、いくつかの前提——定義及び公理——から、論理的推論によって結論を導く手続きとして理解する限り、それと数学とのつながりは、古代ギリシアにおいて一つの歴史的偶然として生じたものではないか。これが私の疑問である。というのは、この伝統を経過しないところでは、論証法と数学とのつながりが必ずしも明確ではないからである。実は私はインド、中国、日本などの非ギリシア的「数学」のことをあまりよく知らないので、十分自信のあることは言えない。しかし例えばインド(主として東方)の因明(仏教系論理学)が、同じくインドの数学(中心は西方)とは、ことによると或る時代まで、あまり関係をもっておらず、前者はむしろ宗教論争のためのものだったということなどは、事実とすれば、上の推測に対する一つの証拠になるであろう。あるいはまた、和算家がずっと後代になっても、ユークリッドの『原論』に現われている論証の精神を理解しえなかったということなども、同様である。

ここで注意しておくが、私は以上のことによって、それらの非西欧的数学には何らの論証的手段もなかった、と言おうとしているのではない。それらの数学にも、未知の事実の発見があり、それに対する確認あるいは説明の要があったとすれば、それに応ずる手段もまたあったには違いない。現に例えばピラゴラスの定理などの場合には、古い中国やインドでも、図形の分割や組合せによる「証明」のあったことが知られている。問題は、それらの手段が何らかの意味で意識的かつ具体的に定式化されていたかというようなことである。この種の「証明」の適用範囲や、それに対する自覚の度合いなどについて、具体的な事実が何とか分ら

ないものであろうか。私は特に、和算の場合におけるそうした手段の性質について、専門家の教示を得たいと思う。

次に取り上げる数学的存在――数学の対象となる「もの」――の性格という問題は、私見によれば、ギリシアにおける数学と論証的学問との関係を支える要め石のようなことである。

元来、ギリシアの理論的数学――幾何学――は、(自然数という不連続的対象と、図形という連続的対象とを止揚したところの)理想化された図形を対象として、その上に一つの理論的世界を築いたという形をとっている。理論的構築物というだけのことなら、自然数――多少とも抽象化された理論的対象――も、その一例には違いないが、この幾何学の場合のように、広い範囲の対象を統御すべく巧妙に理想化された対象は、恐らく他のいかなる古代数学にも見出しえないであろう。このことを、もう少し詳しく説明してみよう。

私がこの理論的存在を、理想化された独特の対象と呼ぶのは、それが単なる現実の影像だとばかりは言えないためである。それは一方においては、経験的現実を理想化したものとして、現実に対応する影像の役目を負っている。実際、われわれがそこから押しつけられるのは「大きさのない点」や「幅のない線」などという、せいぜい心の眼でしか見ることのできない観念的存在である。しかも大きさのない点がいかに集まれば、あるいはいかに運動すれば、長さや面積や体積が生ずるかというようなことを考えると、そこには深刻な矛盾が内蔵されていると思われる程である。

してみると、現実をこれほどまでに「理想化」することが、いかなる数学にとっても「必然的」であった

かと疑うのは、むしろ当然のことではないか。あるいはまた、仮にそのような理想化が、(他に考えようがないという意味で)必然的な道だったと考える場合でも、その道は本当にあらゆる「数学」の眼の前に存在しており、或る場合に偶然に(!)見過ごされただけと言ってよいものかどうか。私にはとてもそうは思えない。一旦その道のついてしまった今となっては格別、例の未生以前の立場でいえば、これは他に類例のない大きい変化だとすべきであろう。

このような独特の対象設定が、論証法の成立と深い関係にあることは、次のように説明される。そもそも論理というもの自身、元来は経験を介して自覚されたにせよ、結局は経験を超越するものだが、論理を貫くためには、対象の方も超経験的な「もの」にしておかないと、なかなかうまくいかない。例えば、実際の作図を念頭において、ある小さい図形を「点」と呼ぶことにすると、二つの「点」の相等という程度のことですら、(二点が全体として重なるのか――それなら全体とは何か――とか、部分的に重なるのか――それなら点の部分とは何か――等々と、)種々の面倒が生じてくる。しかし今述べた理想化された「点」であれば、そのような問題は起らず、いわゆる相等性に関する三つの基本的性質(自同律、反射律、推移律)なども、正しく成立してくれる。これは非常に具合のよいことだが、実はそれ以上に、こうした概念領域をうまく創り上げたところにこそ、ギリシアの論証的学問の成功した一つの原因があったとすべきところである。そのことを見るのには、例えば、宗教的概念をうまく「理想化」して、その上に論証的学問――その時まで未生の状態だったもの――を開拓するという仕事を想像するとよい。これと対比すれば、数学的存在を通じてその仕事を進める方が、まだしもやりやすかったかもしれぬということは、容易に推測できるであろう。

ただそれにしても、現実にその道を取ったのが、どうやらギリシアの数学だけであったという事実は、そのような非偶然の進路の底にある原初的偶然性の大きさを示すものだと、私は思う。しかもギリシア数学が数学史、あるいは時として哲学史などの上で大切なのは、その発生の偶然性のためでないことも注意すべきである。すなわちそれは、この数学が後代の多くの数学の手本となって、対象はもとより、方法や精神にも影響し、ひいては今日の数学の命運にまで係わりをもってきたからである。近世から現代にかけての数学史において生じた多くの概念は、その芽をギリシアにもっている場合が多いが、それは実在に所属する必然性によるとのみ言ってよいのかどうか。数学史の中には、偶然性が必然性に転化する場合がしばしばあるらしいと私が言うのは、例えばこうしたことによる。

ギリシア数学でいう通約不能量、あるいは今日の無理数という数学的存在が、実は、右のような理想化の上に成立している対象——幅のない目盛！——であることも注意すべきことの一つである。例えば方程式の根という「もの」にしても、今日では一般にはこのような意味での無理数(あるいはこれも同じような理想化された存在者である複素数)の存在の前提の下で考えられている。そこで、たとえその根を近似的に計算する場合でも、それは理論的世界における「正確」な対象の存在を頭においた上で、これに対する近似になっている。以上に対して、もしそのような理論的存在者の考えられていない場合、そこで行なわれる近似計算は、「近似」すべき「正確」な本体を欠くという意味で、右の近似計算と相当程度、質の違ったものである。円周率の場合も同様である。インドや中国や日本の数学に「方程式論」があったというような言い方は、この点でかなり注意して聞かねばならぬことだと私は思う。なおギリシア的な通約不能量の理論は、近世以後現代

に到る実数論の原型となったものである。

さて第二の論点としてあげた「世界の構造を示すものとしての数学」というのは、標語的にいえば、ピタゴラス派のものとして有名な格率「万物は数である」の解釈に関連する。すなわち数学を世界の原理と見るとする考え方――しばしばプラトン哲学の大きな契機とされるもの――は、実際に古代ギリシアに存在したのか、また存在したとして、それはおよそいつの時代のいかなる「数学」にも必然的に潜在することであるか、それともギリシア数学あるいはその伝統下にある数学に独特固有のものであるか。以上のようなことが、われわれの問題である。

このような問題には、数学と技術あるいは自然との交渉という面がある。もちろん後代における或る数学が、近世的自然――生命的なものを剥奪され、延長のみが残されたデカルト的自然――との間に新しい交渉を開くのは、十七世紀以後のことであり、そこに到るまでの間には数学自体に本質的な変貌があったと考えられるのだが、それはそれとして、より古典的なユークリッドの数学をもって「世界の幾何学的構造を示す理論モデル」とするのも、また一つの数学と自然との交渉の例ではある。

しかし言うまでもなく、ここで「世界の原理」というのはこの程度のことではなく、もっと哲学的、思想的な意味を担ったものである。実際、(アリストテレスの『形而上学』などによれば、)ギリシアの数学者の中には、ピタゴラス学派やプラトン学派などのように、理論的数学を世界の原型、あるいは世界に対する範例と見なし、世界を真に理解する道は数学の研究に始まるとした人達がいたと言われる。歴史的にこまかく見

れば、その実態にはかなり不明なところもあるけれども、このあたりに、数学に対して極めて特殊な重い地位を与えている一つの思想が生じていることにまちがいはないであろう。もちろんこの思想の周辺には、一種の数の神秘主義のようなものが共存していたかもしれない。またそうでなくても、世界の底に数学的合理性が存在するという見方そのものは、合理的思考の結果生じたものというよりも、合理 - 非合理の彼岸にある信念のようなものとすべきかもしれない。ただそれにしても、この種の数理思想が、恐らくギリシア以外のどこにも生じなかったということだけは、どうやら一つの歴史的事実のようである。

もっとも、これに対比して、例えば古代中国に周易という一種の数理的世界観があったということなども、一応は考えてみてよいかもしれない。しかし少くとも私などに分る範囲では、周易はせいぜい自然や人事の諸現象の整理分類の仕事でこそありえても、その底に合理的な理論数学を宿し、それを世界の原型あるいは範例とするようなものとは言えないであろう。結局、よく言われることだが、右のようなギリシア的思考形態は、西欧精神史の一つの根本的契機であると共に、いわゆる東洋科学史が、よって以て対照すべき論点の一つであろうと思われる。

ついでに一言すると、私は藪内清教授の『中国の科学文明』(岩波新書、一九七〇年)を、極めて教えられるところの多い有益な書物として読んだが、その数学に関する取扱いについてだけは、こうした点にある種のあきたりなさを感じないわけではなかった。また『思想』第五七一号のニーダム教授の論文「東洋と西洋との連続——アルケミーと化学にみる——」の場合も、直接の対象が数学でないとはいうものの、同じようなあきたりなさを感じたことだった。さらにまた和算が「日本の数学」と呼ばれるのを聞いて、それは上記のよ

うな思想的背景をもつ「数学」と明確に区別されないと誤解を招くだろうと思ったことも何回かあった。私が前に第二節で「好意的ダマステース」ということを述べたうらには、大なり小なりこうした経験があったのである。

なお、ギリシアの学問における数学の特殊な地位に着目して、経験的自然学と理念的形而上学との二つの世界を、その両者にかかわりをもつところの、数学という第三の世界を媒介として結びつけ、そのような三者一体的な形で世界を構想することこそ、西欧精神史の重大な契機であると論じたのは、『科学史の哲学』(一九四一年)などにおける下村寅太郎教授である。私が同教授のこの考えに大いに影響を受けていることは既に断っておいた。

六　近世数学について

十七世紀前後の西欧数学にも、ギリシア数学の場合と同じような規模の特筆すべき変貌が起っている。ここではそれを

1. 記号的方法の形成
2. 数理的自然科学の形成

の二点について吟味していこうと思う。

第一の記号的方法の形成というのは、ギリシア数学における論証法の形成に対比される重要なことだが、前

者は後者に比較して従来ややもすれば軽視されがちだったと思われる。(参考書としては、中村幸四郎『数学史』(啓林館)、ボホナー(拙訳)『科学史における数学』(みすず書房)、茂木勇氏と著者との共著『数学の思想』(ＮＨＫブックス)などの然るべき章を参照されたい。)

近世的な記号的方法の直接の源は、十五、十六世紀における三次、四次方程式解法の研究で、近世西欧が、ギリシア数学の解けなかった問題を始めて克服したのは、この問題においてである。ところが初めの内は、それは方程式の根を見付けるための覚え書的略記法であって、(記号言語としての)その表現能力や計算能力には、今日の記号法と違って多くの制約があった。例えばそれは方程式の根を見出すのには使えても、得られたものが求める根であることの証明はできなかった。当時その目的に使える論証的学問体系はユークリッド幾何学だけだったのである。

これに対して現代数学における記号的方法は、方法の面と数学的存在への関与の面とのどちらでも、極めて大きな変化を見せている。すなわちまず方法の面では、それは単なる機能的な計算法であるという以上に、時には(例えば解を求めるというような)或る程度の発見的方法にもなり、また時には(それが解であることを確かめるというような)論証的方法にもなる。また存在への関与の面では、それは(ユークリッド幾何学における模写あるいは類似という形をとるのではなく、)指示あるいは象徴という仕方によって、対象を指定し、かつそれを固定するという働きをする。しかもその対象は、記号のもつ象徴性によって、容易に或る一般性をもったものになりうるから、ひいてはこの方法自身が一般論の性格をもったものになりうる。また同じ象徴性によって、図形その他による直接的表現では捉え難い抽象的対象までを、その名前である記号を当面直接

の相手とする形で、固定して処理することができるようになる。あるいはまた、それらをあたかも具体的な素材であるかのようにして、なお一段複雑な対象の構成に進むことも可能になる。第四節の終りに触れた数学的構造というのは、そのことの一例であるが、ともかくこうした方法は、西欧以外の数学はもとより、ギリシア数学の中にも見出せないものである。

このように機能的であり、一般性をもち、しかも存在への対処の点で独特の仕方を兼ね備えた方法が、どのような思想史的背景の下で、学問――あえて単に数学とは言わない――の中に登場したか、これは学問の歴史の上で一つの重要な問題である。しかもこの件については必ずしも東洋が遅れているというわけでなさそうなだけに――例えば漢字、漢文法などがここで思い浮ぶ――、この問題の処理はなかなかむずかしい。ただしこの場合でも、ギリシア的論証法を経過しているか否かとか、例の「万物は数である」というような思想的契機があったか否かなどのことは、事態の推移の上にかなり致命的な影響を与えるものと思われる。もちろんこの状況を明確に示すことはむずかしいが、いずれにせよ、問題を西欧における記号法の歴史に限定したときには、デカルトにおける方法論の自覚と、ライプニッツにおける象徴記号的哲学の原理の自覚とは、その最も重要な二つの事件として忘れることのできないものである。

デカルトの幾何学は、ギリシアの幾何学を代数化したという程度のことではなく、上記のように未だ学問的方法と呼べる状態になかった代数的技法を学問として自立させ、幾何学に対する一般的方法の筋道を生み出した処に、その最大の意義があるのである。すなわちそれは特にその指導精神において、ギリシア的幾何学と同じ地平の上で何事かを改良したのではなく、後者に対して、いわば鳥瞰図的な一般的方法を提供した

ものである。ギリシア幾何学が、自らの地平の上では、(例えば近代の場合の文字記号の使用による一般公式に対応するような)一般的議論の展開ができず、また統一的な発見的方法も持たないでいたというような事実を考慮すると、このデカルトの仕事を数学の歴史における一個の根底的な変革であったとすることは、決して無理な解釈ではないであろう。(このような評価と別に、クーリッジ教授(J. L. Coolidge: *A Histry of the Conic Sections, and Quadric Surfaces*, 1945)や、ボイヤ教授(C. B. Boyer: *Histry of Analytic Geometry* 1956)などは、デカルトの解析幾何学をただのテクニックとしてのみ捉えている。特に後者の序文などには、解析幾何学の歴史には全く思想性はないとまで書かれているが、私はこの種の考えを取らない。デカルトの数学については、中村幸四郎教授の研究の方が、この人たちよりずっと深いと、私は思う。)

より一般的にいうと、デカルトは学問を、方法という視点によって新たに統一的に把握しようとし、かつその方法論を、数学の持つ明証性を手本として組立てようとした。彼がマテシス・ウニウェルサリス(普遍学)と名付けた学問は、当時、数学的学問と呼ばれていた或る範囲の学科——土木技術や光学などを含む——の中から、「秩序と計量的関係」に関連する統一的な学問的方法として抽出された一個の新しい「数学」であり、その解析幾何学は、この新しい学問の一つの例に他ならない。

ここで注意しておくと、デカルトに少しおくれた時代に、日本の和算でも、中国伝来の算木による「代数」を改良したものとして、傍書法と呼ばれる記号法が考案されていた。これは関孝和の大きな功績の一つで、和算はこれによって、以後急速に中国の数学を凌駕していくことになる。すなわちこの記号的手法の誕生の意義は、ここでも大いに評価されねばならぬわけだが、一方このことによって、デカルトの記号法、ないしは

(この後すぐ述べる)ライプニッツの記号的数学などと傍書法とを比べるのは、いわばひいきの引倒しのようなことになるであろう。実際、デカルトやライプニッツの思想と比べると、和算の記号法はせいぜい西欧十五、十六世紀の略記法的代数に対比されるものであり、しかもそこには明確な論証形式の完備ということすらできていなかったことを認めねばならない。もちろんこの点を割引いた上では、和算におけるその役割、あるいはむしろ数学一般における記号の取扱いの重要な役割——文法における文字の役割りに対応すべきものか——を認めるのが公平な見方だと思われるけれども。

さてデカルトにおいて企画であったマテシス・ウニウェルサリスの建設に、彼の場合といくらか違った構想の下ではあるが、実際に手を下したのはライプニッツである。ライプニッツの考え方の基調は、人間の思想の対象を基本的要素に分解し、各要素を記号によって指示あるいは象徴し、思惟作用を記号法的演算——彼のいわゆる結合法 (Ars Combinatoria)——によっておきかえるところにあった。

ライプニッツの結合法の考えは、今日、記号論理学や電子計算機の理論などの一つの源泉として、しばしば引用される。しかしわれわれはその他になお、上で現代数学に関して述べた記号法と数学的存在との関連の問題が、ライプニッツにおいて既に自覚され推進されていたことを知るべきである。すなわち古典ギリシアでは、それらの存在は(理想化されたものにせよ)図形という形を取っていたのが、このたびはそれを超えて、より抽象的な存在者を、記号によって表現ないし象徴する、あるいはむしろ記号を対応させることによって現前させるというやり方がとられているのである。

ところでここで古典的数学の対象を超えた数学的存在というのは、当時においては、(以前には図形で表現

されていたところの)自然数及び幾何学的量であった。これらは近代的な「数」概念の中に包摂されるもので、その中にはギリシア的な数——自然数——の他に、実数が、そしてやがて複素数などが、この表現の仕方の下で「数」の中に包みこまれていく。それればかりではない。やがてそこには、それらの諸量間の比の概念を介して生れた関数の概念が加わり、ついに現代になると、第四節で説明したような、集合論的無限論を許容した存在論を踏まえて質的に変化したところの、もろもろの数学的構造がそこに加わってくる。これら一連の動きは、未生以前的にみて、およそありうべき単一のものとは思えないのである。

ここで一つ茫漠たる問いを投げておく。ライプニッツの考えは、今迄述べてきた範囲では、数学的構造の考えとよく調和する。また実際、構造の考えに基づくところのブルバキの『数学史』では、ライプニッツの仕事の意義は明確に浮き彫りにされている。ところで、第四節に述べたブルバキ主義への疑義ないし違和感は、またライプニッツの結合法の考えに対する疑義ないし違和感にもつながるものなのであろう。すなわち、人間の思想を要素に分解——分析——し、それを記号的に表現して、以後は記号の再結合——総合——を介して思想の展開の代行をするという考え方は、確かに合理的かつ精密な思考というものの精髄であるかもしれない。しかしそれと同時に、およそ思考——合理的思考の範囲に限定してよい——とは、そのようなことに尽きるものかという疑問もまた、おそらく避けることはできないであろう。例えば生命現象や社会現象を論ずる場合、今考えているような形の分析と総合の方法は、いったいどこまで有効なものなのであろうか。

少し細かい話になるが、物理学に重ね合わせの原理(重畳原理)と呼ばれるものの支配する領域がある。例えば、いかに複雑な形の波でも、幾通りかの単純な波(正弦波)の和の形に分解され、逆にそれらの正弦波を

合成すると元の波形が得られるが、これなどは重ね合わせの原理の一例である。また力の分解、合成もその一例である。このような現象は、数学的にいうと、すべて「線型性」という構造を共有する現象として一括され、これらに関する限り、上記の分析と総合の方法は当然最も有効である。自然現象の中に、この構造によって捉えられる部分が少くなかったことと、この構造の数学的性格が比較的解明しやすかったこととは、近世の数理的自然科学、ならびにそれを支える数学解析(微分積分学その他)の成立について、極めて決定的な意義をもったものと思われる。そしてこの点からの類推によって考えると、生命現象や社会現象について右で示唆したことは、まず第一に、これらの現象の中に現われる「非線型的」な部分に対して、(或る範囲の自然現象における線型性に対応するような、)適切でしかも比較的扱いやすい構造を、いかに見出すかということだといってよい。しかしこの問いはやがて、そのような試みがそもそも原理的に可能かどうか、という疑問につながらざるをえないであろう。

実は私は、「結合法」的な考え方にせよ、構造主義的な考え方にせよ、それが人間の思考活動の全体を覆いえないのは、むしろ当然のことだと思っている。この方向で考える場合、その覆いえぬ部分の上に、質的に新しい何らかの「数学」(いわば非ライプニッツ的考え方による「数学」)が創れるかどうか、これは未来に向って開かれた大きな問題の一つかもしれない。あるいはこれを、そこで覆われずに残る或る知識領域は、およそ「数学」的と呼ばれうる知識領域と、全く対立するようなものであるか、と問い直してもよい。例えば生命現象などに見られる或る種の全体性のようなものは、「数学」の拡大(例えばサイバネティクスのような)と共に次第に(ライプニッツ - ブルバキ的な意味での)「数学」に化されうるものなのか、それともそこには、そ

のような「数学」化を原理的に拒否する要素がつねに残っていくものなのか、こういうことが今考えている問題である。

このような問題に対しては、とかくの議論よりも、何事かをまず実際にやってみることが必要なのかもしれない。しかしここで改めて考えてみると、ライプニッツ - ブルバキの線上に「数学」が現にできていて、それがともかくも――というより、極めて有効に――働いていることは意味深長である。多少の違和感があろうと、適用範囲に制約があろうと、そこには現に「数学」があり、実際に多くの成果を収めているという事実は、何といっても重い。今ではこの「数学」の「超克」ですらも、この「数学」の進行線上で行なわれるのが、おそらくは本筋なのである。私は第四節の途中で、構造主義を唯一絶対のものと思わぬと述べた。その際考えていたことが、まさに今述べているような方向のことだというわけではないが、ともかくそれは、一つまちがうと、例えば神秘主義的全機論を「数学」化しようというふうなドン・キホーテ式行動になり、結局「数学」からの逸脱をも招くおそれのあることである。私が第四節のその場所でほのめかした構造主義への批判的感想や、将来の「数学」に対する「浪曼的」な夢の背後には、こういう型の危険があるのだが、一方、例の違和感のようなものは、それでもやはり残るのである。

第一の論点についての議論がつい長くなったが、この辺でこの節の第二の論点である「数理的自然科学の形成」ということに移る。議論の焦点は、今日あるような形で数学を自然科学に使うという仕事は、数学の概念の変化を前提として、西欧近世において始めて実現されたものだという点にある。

言うまでもなく、回顧的立場から見る限り、数理的自然科学を虚構のものとして退けることは誰にもできない。しかしこれを未生以前の立場から見た場合には、そこに到る道は必ずしも必然単一のものではない。従ってまた、数学のこのような進展の方向は、過去のどの「数学」にとっても、必ず期待しうる性質のものだったと考えてはならないであろう。

実際、ギリシア幾何学の本来の傾向からいえば、「数学」が運動を扱うこと自体、或る種の矛盾を内蔵する仕業だと言えなくもない。またその点は別としても、例えばそこでは比というものが、まだ独立した数学的存在——要するに「もの」——として対象化されてはいなかったのだから、まして関数という概念などの形成される道理はなかったのである。一方、和算には、この関数概念は最後まで自覚されなかったと言われる上、ともかくも高度の数学(数術)であった和算と、実験的自然研究や形而上的自然哲学などの数学外の学問とは、最後まで関連を持った形跡はない。

こうして考えてみると、これは東西の差とか、古代近世の差などという以上に、近世西欧のかち得たところの世界史的な学問上の変革だと言う方がよいと思われる。そしてそれはもちろんその背後に大きな思想的変革を背負い、かつその思想へも逆に力を及ぼしつつ進行したものであって、少くとも私は、コイレ、バタフィールド、クーンなどの諸氏のいう科学革命論の大綱を、このように解釈して諒解している。

前節でピタゴラス学派の思想ないし信念として引用した「万物は数である」という格率は、この近世の科学革命の中で、本当に大きい意味を獲得したと言えるのではないか。実際、ガリレイの有名な一節(『黄金計量者』所収)

「この大きい書物、われわれの目の前に拡がっている宇宙には哲学が書かれている。しかしその書物を構成している言葉を会得し、その文字を読むことを初めに学ばなければ、その書物を理解することはできない。それは数学の言葉で書かれており、その記号は三角形や円や、その他いろいろな幾何学的図形である……」

は、先のピタゴラスの格率の近世的解説だといってもよい。むしろピタゴラス派のこの思想あるいは信念は、この時代以後、初めて一個の永続的影響力をもつ思想として確立したと見る方がよいのかもしれない。いずれにせよ、数理的自然科学の成立という事件は、このガリレイの考えの実現という形で、デカルト、カッサンジイ、ホイヘンスなどの自然学、デカルト、カヴァリエリ、トリチェリ、ウォリスなどの数学等を経て、ニュートンの『プリンキピア』において初めて本当に確固たるものになる。しかもそれは、言うまでもなく、今日の演習問題のように、やれば必ずできるという状況で進められたものではなかったことを思うべきである。

もちろんこのような動きの背後には、よく言われるようにギリシア的伝統に加えて、東方の諸文化からの刺戟があり、特に近世初頭以来の物質文明の進歩——火薬、羅針盤、紙がその象徴——があった。しかしそれにしても、そのような外的要因の他に、新しい事態に対する新しい対処の仕方とでもいうか、従来のものと原理的に違った「数学」の生れつつあったことを忘れてはならない。ガリレイの場合の「数学」は、先の引用からも察せられるように、なお幾何学の段階に止まっている。しかし十七世紀後半以後、特に十八世紀以後において、数理的自然科学が本当に動き出す頃には、記号法的数学、解析幾何学、微分積分学、微分方

程式論、変分学、関数論等々と、「数学」もまた大きな変貌を遂げているのである。

同じことを繰返すようだが、この近世的な数理的自然科学の成果の客観性に目を奪われて、これを、人間が必ず到達しうる知識体系と考えることは、余りに後知恵の尊重であるように、私には思えてならない。二十一、二世紀の人達の後知恵によって今日を見たらどうなることであろうか。

こうしたことに無理にかこつけて言うわけではないが、ピタゴラス学派のものと想定された考え方は、この新しい「数学」を介して、《自然的世界の根底には「数学」的法則が支配している》という形に限定凝結した感がある。しかし見方をかえれば、これは、この時代に創られた数学がそのような目的をもち、それにあうような性格のものだったためであって、同じ考え方の下で「数学」が更に脱皮変態し、自然的世界の他にその支配領域を拡大する可能性は、十分あると言ってよい。二十世紀のいわゆる数理科学が、直ちにそのことの実現であるとは言えないにせよ、ここでもまた「数学」の根本的な変貌が生じていることは、注目に値する。

七　現代数学について

議論がここまで来たからには、現代数学についても是非一言すべき処であろう。しかしこれは独立して論ずるだけの内容をもった主題である上、現在、私自身別に企画を進めているので、ここでは極めて概括的なことを述べるに止めておく。

まず言うべきことは、私が何を以て現代数学を、ギリシア数学や近世数学とはもちろん、十九世紀数学な

どとさえも、質的に違ったものと見るかという問題である。私はこれに対して

1. 無限者への対処の仕方の変化、
2. 仮言的な公理論の自覚的形成、
3. 数理科学の成立

という三つの項目を挙げる。

第一の点は、現代数学の存在論の基礎をなす無限論たる集合論の成立という事柄に関連する。今日この理論は、(十九世紀の末にカントルの革新的な思想の中で生じたところの)実無限の数学化とでも言うような事と、この集合概念を縦横に用いて種々の数学的存在を構築していくという、デデキントの考え方との結びついた形で理解されている。第四節で触れた数学的構造の思想などは、まさにこのカントル - デデキント(特に後者)の思想の線上にある。更にそうしたことの背景には、無限者を捉えたとするに当っての意志的な立場とか、そのような存在者を処理するに当っての主体性の強調とかというような、近代の思想的要素も考慮に加えられてよい。(これらの問題については、下村寅太郎『無限論の形成と構造』、沢口昭章「空間と運動」(一)(二)(三)(東海大学紀要、第10、12、14輯)、および拙論「数学基礎論の歴史」の末尾(富士短大編『数学史講座第一輯』所載)、などを参照されたい。)

無限集合が自由に使えるということからの重大な影響の一つとして、述語の対象化あるいは用言の体言化というようなことを挙げてみる。これは、或る対象(例えば自然数)についての或る性質(例えばmはnを割り

切るという整除性)を、その性質を持つ対象の集合(この例では、約数、倍数の関係にあるm、nの順序ある対(m, n)をことごとく集めた無限集合)で置きかえるというたぐいのことである。ところが現代数学では、初めの対象も、その集合も、また順序対——これも一種の集合も、すべて一様に「対象」として取り扱うため、性質を集合で置き換えたということは、とりも直さず用言を体言化したことになっているのである。従ってまた、「整除性」という性質のもつはずの一段高い性質(例えば整除性は交換可能ではない——mがnで割り切れても、nは必ずしもmでは割り切れない——など)にしても、つねに上のような対象化、体言化が可能になる。前に数学的構造の考え方を説明したとき、新しい集合概念がこの考え方の能力に対して大きな支えになっていると述べたのは、このようなことである。

このことがどの位大きい影響をもつ出来事であるかは、アリストテレスの論理学(カテゴリー論を含む)と、これとを比較すればよく分る。もちろんこの二つの間には、アリストテレスの実無限の回避とカントルのこれに対する反対という対立があり、更にその背後には無限者に対する根本的な姿勢の違い——例えば近代の積極性と古代の消極性——がある。私が現代数学の変貌の大きさを言う背後には、まずこのような奥深い事実があるわけである。

上にあげた第二の点は、現代数学の公理が、以前と違って仮定法的な性格のものであることに関連している。既によく知られていることと思うが、数学的真理ということの意味は近年大幅に変化している。すなわち、かつては数学上の公理は絶対的真理と認められ、世界あるいは精神の奥深くにその真理性の根拠が求め

られたのであったが、十九世紀半ばの非ユークリッド幾何学――従来の幾何学の一、二の公理を、それと両立しえない公理でおきかえた上で理論的に矛盾なく成立した幾何学――の誕生などをきっかけとして、上記の考え方は大幅に後退した。

しかしこの後退は、決して数学そのものの後退にはつながらなかった。新しい数学は、公理を、一つの理論的構築物の前提条件というふうに考え直し、数学自身の姿勢を、《もしここにそのような性質(公理)を満たす対象があるとすると、それについてどんな結論が出るかを論ずる》というふうに転換した。数学的真理は、《これこれの条件の下でこれこれの結論が出る》という仮定法的な形に変貌していったわけである。

ところがこの変貌は、実は、より大きな成功を生むことになった。というのは、この仮定法的な理論では、公理の表現している内容を満たすようなどんな解釈に対しても、初めの仮定法的結論はすべて保証されることになるからである。実際、この点を積極的に生かすと、この数学の適用範囲は飛躍的に拡がりうる。このことは、次の第三の問題に関係してくる問題である。

現代数学の特色の第三として述べた数理科学というのは、新しい存在論――集合論――と、新しい方法論――仮言的公理論――とを備えた現代数学が、自らの思想の圏内で開拓しつつある新しい型の応用数学のことである。前に第四節で数学的構造の考え方について述べたが(二五ページ)、数理科学においても、その場合と同じような態度によって、未だ数学化されていない様々の現実を、数学化することが試みられる。そこに用いうる数学自体が、上記のように広範な対象を素材として用意している上、公理的方法は容易に想像さ

れるように、まさにその目的にふさわしいものである。上では略したが、公理的方法の形成と普及には、非ユークリッド幾何学の誕生と並んで、解析力学という抽象化された力学の建設が、あずかって力あったと言われる。してみると、今日の公理的方法は、そもそもの発端から、一つの数理科学的方法だったわけなのである。

実をいうと、今日の数理科学を論ずる場合には、以上のことと並んで、確率論ないし確率論的世界観について是非触れねばならない。しかしそれはかなりの紙数を要することであり、一方、私の側には現在或る時間的制約があるので、残念ながら今回はこの問題には立ち入らない。

ともかく、このような状況であるため、今やこの新しい応用数学は、自然科学や経済学などの古典的応用分野ばかりでなく、人文科学や社会科学その他、人間文化の到るところに影響を及ぼしつつある。今までしばしば引用したボホナー氏の『科学史における数学』をはじめ、最近では、一つの学問の理論化とはその学問の(現代的な意味での)数学化のことだという意見すら、唱えられている程なのである。私自身は、第六節の途中で(四〇ページ)《茫漠たる問い》の形で示唆したように、必ずしもこの意見を全面的に肯定しているわけではない。しかしそれでも、この考え方の有効に使える範囲がまだまだ拡がるだろうということは、私にも十分考えられるのである。

さて、以上のような現代数学の特色を通覧した上で、ここに改めて注意したいのは、今述べたような数理科学の行き方が、大局的に見ると、決して二十世紀に初めて現われたものでないという事実である。という

のは、(もちろん回顧的な見方をとっているという、一種の制約の下ではあるが、)かつてのユークリッド幾何学にしても、また近世の数理的自然科学にしても、それぞれ一種の数理科学的な面をもっているからである。実際、ユークリッド幾何学が、物の形に関する或る理想化された抽象的対象に関する理論であり、従って現実に対する一つの「絵」であることは、既に第五節で述べた。同じようなことは近世の数理的自然科学についても言える。すなわち例えばニュートン力学の世界は、極限的無限算法である lim の使われる「絵」として描かれたものであるが、仮にこれを流体力学の形で水の流れについて使う場合、水が無限分割の許されない分子から成るという、もう一つの「絵」の方は、むしろ意識して無視されている。言いかえれば、ニュートン力学は決して現実ぴったりの「絵」ではないのであって、今日流に言えば、これこそ数理科学的な一つの仮定的体系に他ならない。あるいは見方を逆にすれば、今日、電子計算機で行なわれる、いろいろなシミュレーション的あるいはモデル的な考察はもとより、例えば確率論のような理論にしても、それぞれ一種の「ユークリッド的理論」であり、「ニュートン的理論」だとも言えるのである。というのは、確率論の場合で言えば、半々とか万一とかということにまつわるイメージを対象化して、そこに一つの理想化された理論的世界を構築している点で、幾何学や数理的自然科学などと著しく似た面をもっているからである。

あるいはまた、量子論において悪名の高かった「粒子と波動」の問題にしても、外的に実在する数学的真理への信頼のまにまに、数学を遮二無二駆使して描いた一つの特異な「絵」(ピカソばりか!)だと思えば、私などにも一応の納得がいく。広重徹氏などの専門家の話によると、物理学のこうした傾向は、十九世紀半ばのマクスウェルあたりからのことであるらしい。してみると、これはむしろ、今日の数理科学への直接の源

のひとつとすべきものかもしれない。
私は第四節の終りに、西欧数学の単一性を示すべき重大な要素として、数学的構造に関する考え方と、世界を理解するための数学という思想との契合ということに触れた。ところで私が現代数学について今まで考えてきた一連の事柄は、「数学」が世界を知る鍵であるとする見方の最も具体的な現われという意味で、この種の契合の顕著な形と見ることができる。少くとも私はそう考える。そしてこのことは、私が西欧数学の伝統を、多くの数学の中の一つでありながら、他の数学についての考察における標準として、それを取り上げる理由にもつながることなのである。

おわりに

数学を単一のものと見るか、多様のものと見るか、この問題をめぐって、私はここまで長々と議論を進めてきたが、結局これについては何の結論も出せなかった。これは私の不敏のせいと言う他ないことだが、一方、私の重点がもう少し別のところにあったことだけは、認めて頂きたいと思う。すなわち私は、西欧的伝統の中の数学が古来の多くの「数学」の中の一つとして、しかも自らの中に多くの根本的な変革を経験しつつ、ついに今では世界における唯一の数学——ただし将来に向っての多様な変貌の可能性は含む——になっているという事実、ならびにその事実にまつわる意義などに、主として注目してきたのであった。
周知の通り、この数学は現代の社会の中で、過去にその類を見ないような隠然とした力を示し始めている。ところがその力の本性——その能力と限界——は、文科系の学問をしてきた人びとには掴みにくい所があり、

他方、その力の社会的意義――その活動範囲や影響力――は、理科系の学問をしてきた人びとには掴みにくい所があるように見える。しかもそれは今や現代社会の重大な要素になりつつあるわけだから、ここには、できるだけ早期に埋めるべき文化的空白地帯があるといってよいであろう。

この空白が、どこ迄やれば埋められるかは問題である。というのは、考え方如何によっては、これは現代の問題だけではすまず、しかもこれを遡るとなると、ほとんど止まるところを知らないからである。実際、今日の数学はすでに世界の数学であるとはいえ、やはり結局は西欧的伝統――もっとも、古代以来、中世、近世に到る東方諸文化の影響も含まれる――の中に根づいているのである。しかもしばしば触れた通り、その伝統の中には、合理的な学問である数学を推進し、時にはそこに根本的な変貌をもたらしてきた、一種の非合理的要素が働いていると思われる節があり、かつそれは、西欧的数学を、多の中の一の地位から、世界の数学として唯一のものにまで高めてきた一つの大きな要因であるとさえ考えられる。してみると、現代数学ないしその現代社会的意義の問題は、何れはこの伝統の問題につながってこざるをえない。われわれが何とかして西欧の数学的伝統の底を叩こうとするのは、まさにこのような意味においてである。そしてそこには、われわれが立ち向かわねばならぬ一群の彪大な課題がある。

もっとも、このような課題と、現代数学の知識や技法を学ぶこととは切り離して考えねばならない。特に後者の場合、無暗に歴史の深淵に踏み込むことは危険である。しかしその半面、後者だけが西欧数学を識り、かつそれを超える道でないことも銘記せねばならない。既に何度も言ったことだが、この西欧数学の伝統に立ち入る道こそ、真にその数学の何たるかを知らしめてくれる一つの道であると共に、ひいては西欧的精神

の精髄に迫るべき重要な通路でもあることを識るべきである。（一九七二・三・一一）

（付記）　前に『「数学」の概念と数学史の立場』の中で、デカルトの数学についての小論文と、"*Oxford English Dictionary*"における数学関係の用語の説明についての小論文とを、その内に発表すると書いた。後者は、ほんの一部分だが、昨年、ようやく発表した（"Some Remarks on the mathematical vocabulary in the Oxford English Dictionary," 立教大学数学雑誌(欧文)第一九巻、一九七一年)。しかし前者は、前論文当時すでに一応できていた形のままで、なお発表する迄に到らない。今回の試論は元来はそのデカルトの数学に関する小論文への序章のつもりで着手したのだったが、この通り、いささか発癌症状のような有様になったのである。デカルトの方は、まだ当分'cogito'のままでおきたい、われわれの学問は'cogito'だからといって、なかなか'ergo sum'とはいかないのである。

- 『思想』（岩波書店、一九七二年四月号）所収。
- PDF 化には LaTeX でタイプセッティングを行い、dvipdfmx を使用した。

村田全氏のその他の著作については、
科学の古典文献の電子図書館「科学図書館」
http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html
に収録してあります。
「科学図書館」に新しく収録した文献の案内、その他「科学図書館」に関する意見などは、
「科学図書館掲示板」
http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs
を御覧いただくか、書き込みください。