建部賢弘の数学とその思想

村田　全

目次

第１回[1]

1. 建部賢弘『綴術算経』

建部賢弘という人は関孝和の弟子で，17 世紀後半に生まれ (1664)，75 歳で亡くなっています (1739)。関の生年は 1642 年前後のようですから，建部は関より二十歳余り年下になります。やがて話すはずのウォリスの『無限算術』（1656 刊）と，ニュートンの『プリンキピア』（初版，1687 刊）との中間に生まれ，オイラーの『無限解析序説』(1748) の少し前に亡くなったというわけです。

関，建部，そのすぐ後の時代の久留島義太（1705 前後–1757）などは，和算史はいうに及ばず，世界の数学史の中で見ても最も独創的な数学著といってよい人達ですが，特に建部の著した書物『綴術（てつじゅつ）算経』(1722) は，数学的成果の面から見ても，方法論ないし数学思想の面から見ても，和算史全体を通じてきわめて注目すべきものでありましょう。『綴術』というのは 5 世紀のころ，シナの祖沖之が書いた書物で，当時すでに失われていた本ですが，円周率の計算の成果は隋の正史である『隋書』の中に伝えられており，当時のシナ数学の最高峰的書物だったと考えられています。その名に因んだ書名をあえて用いたところにも，建部の壮んな意気のほどが見られるではありませんか。

『綴術算経』は，和算書には「他に類例を見ない」「一つの方法論」の書物だと，藤原松三郎先生なども書いておられますが（『明治前日本数学史』第 II 巻，P.25），方法論という以上に，彼の数理哲学を含む書物といってよいと私は考えています。実際，その「あとがき」である「自質ノ説」の内容は，古今東西にあまり類例を見ない——だから深いとか，あるいは逆におかしいとかいうのではありませんが——建部独特の数学観ないし哲学の提示と思われるのです。少なくとも私はこの本をそのような角度から読みかつ検討しようとしていますので，ここでもその線に沿って，その大づかみな形を紹介してみようと思います。

なお，私が今回，底本として用いたのは，内閣文庫所蔵の『綴術算経』（国会図書館にあります）のコピイです。東京大学所蔵の『不休先生綴術算経』のコピイもやがて利用しますが，建部のその他の著作をはじめ，他の和算家の仕事まで

[1] 本稿は，1981 年 10 月 7 日，（日本数学会秋季総合分科会の機に）山口大学で行なわれた「現代数学史研究会」における講演記録に，同年 7 月 3 日，日本大学理工学部で行なわれた「物理学史研究会」での報告記録と，同じ年度における立教大学理学部での「数学史」の講義ノートを加えてまとめたものである。

はまだ見ておりません。これは私の今回の解説のもつ著しく不備なところですが，さしあたりその方面のことは，主として上記の

日本学士院編『明治前日本数学史』(I〜V)（特にその第II巻）（岩波書店，1954，56，57，59，60）

を参照したにとどまります。

一方，私自身も建部の数学について，拙著

『日本の数学・西洋の数学』（中公新書，1981）

の中で多少述べましたし，その少し前には，『綴術算経』とウォリスの『無限算術』とを比較した論文

Wallis' *Arithmetica Infinitorum* and Takebe's *Tetsujutsu Sankei*——What underlines their similarities and dissimilarities, *Historia Scientiarum*, n° 19, 1980

も発表しています。後者は，1980 年 1 月にドイツで行なわれた数学史研究会議で話した内容を多少敷衍したものですが，今回は，以上の二つであまり深入りしなかった建部の「哲学」にも，いくらか立ち入ってみるつもりです。

一方，建部の数学や思想，ないし和算の性格一般については，杉浦光夫氏が，『東京大学教養学部・教養学科紀要』に，

「和算家の思想について」（第 8 号，1976）

と，また同じ東京大学教養学部の『紀要・比較文化研究』に，

「円理——和算の解析学について」（第 20 集，1982）

という，二篇の注目すべき論文を書いておられます。本稿とは独立に，是非お読みになるとよいと思います。

2. 『綴術算経』の概要

さて，『綴術算経』とは一体どんな書物なのか，その構成全体を眺めながら（第 1 表），まずその内容の概略を紹介しておきましょう。この本はカナ交り文で書かれているので，以下の引用は原則として（振りガナごと）原文のままとし，句読点や送りガナを加えることも必要最小限にとどめます。（原文の振りガナが建部本人によるものか，後人の手になるものかは，私にも分りません。ただし字体は現代流に改めることがあります。）

『綴術算経』は「自序」と「目録」（目次）に続いて，本文である「法則ヲ探ル」「術理ヲ探ル」「員数ヲ探ル」の三部があり，その各部がまた「四条」（四章）に

第１表

『綴術算経』			（ページ数）
自序			3
目録			2
探法則四条			35
乗除第一	（拠理探法）	I	
立元第二	（拠理探法）	II	
約分第三	（拠理探法）	III	
招差第四	（拠理探法）	IV	
探術理四条			20
織工第五	（拠理探術）	V	
直堡第六	（拠理探術）	VI	
算脱第七	（拠理探術）	VII	
球面第八	（拠理探術）	VIII	
探員数四条			49
砕抹第九	（拠理探数）	IX	
開方第十	（拠理探数）	X	
円数第十一	（拠理探数）	XI	
弧数第十二	（拠理探数）	XII	
自質説一条			5
付録			5

分かれていて，本体は合計十二の章からなっています。そのあとに「あとがき」に当る「自質ノ説」と，弟子の中根元圭の仕事を紹介した「付録」がついて一巻をなしています。

最初の「自序」は大切な部分で，そこには「綴術」とは何か，また本文ではそれをどんな方針で説明するかが書かれています。もっとも，必ずしも分りやすい文章だとはいえません。

例えば，劈頭の一節

「綴術ハ綴リテ探リ索メテ術理ヲ会シ得ル者也」

にしても，いろいろの問題が思い浮びます。まず「綴る」とは何か。これは元来，糸を編むような仕事のことですが，単に機械的に算法を綴るのか，創意をもって考えの筋道を綴るのか，この種のことも一応，問題になりえましょう。（本文の内容から推測すると，著者，建部の考えは後者だったのに，建部の後輩たちは「綴術」を一定の枠にはめて，前者のような方向に理解していったような気がします。

これは私の思いすごしかもしれません。）その他，「術理」にせよ「会ス」にせよ，それぞれ「術の理」か「術と理」かとか，真理の理解会得という主体的な「会」か，たまたま真理に巡り会うという受動的な「会」かとか，気懸りの種は少なくありません。（そしてこの後者などでは，建部の「数理哲学」を考えてゆく上で，決して見逃してならない点であることも，そのうちに明らかになるはずです。）

しかしこの辺の穿鑿はあとにまわして先を急ぎますと，

上の一節に続いてこんな文章が目にうつります。

> 「夫(ソレ)，算ハ法則ヲ立テ術理ヲ究メテ員数ヲ計(ハカル)ヲ以テ事トス。其(ソノ)事タルヤ，理ヲ察(アキラカニ)シテ術ヲ施シ術ニ依テ数ヲ得ル者ハ順也。数ニ従テ術ヲ課(ハカ)リ術ニ憑(ヨツ)テ理ヲ索(モトム)ル者ハ逆ナリ。其(ソノ)順逆，皆，綴術ニ貫セリ」
>
> 「法術数ノ三等ヲ立テ，数理ノ拠(ヨリドコロ)ヲ別(ワカ)チ，一十二条ノ術例ヲ挙ゲテ探索ノ大意ヲ述べ，綴術ノ証トス」

「順逆」とか「法術数の三等」とか，いろいろ問題含みの用語が出てきますが，その細かい吟味はあとでするとして，要するに第 1 表のような構成をとって綴術を説こうとする根拠は，こういうところにあるのだという意図がここで提示されているわけです。

(i)「法則ヲ探ル」

本文の第一部に当る「探法則四条」の最初にくる「乗除法　第一」の内容は単純な掛け算・割り算です。示されている例題は，1 斛 27 銭の粟，12 斛では何銭か，という問題と，15.6 斛の粟を 6 人に分けると各人何斛か，という問題の二つですが，そのあとに，“よく考えるとこれらも「理ニ拠テ法ヲ探」っているのだ” ということが注意されています。そして最後にそれらが綴術の線上にあるという事情が示され，併せて綴術の何たるかがまた少し説明されています。

次に「立元法　第二」。立元法は別名「天元術」，つまりシナ流の算木代数ですが，これはまた天元術とも呼ばれるので，術と法とはどこが違うのだという疑問が早速出てきます。しかしそれも伏せて先に行きますと，比較的単純な三つの問題，今日の流儀で書くと，

$$(1)\quad xy = 180, \quad x + y = 27$$
$$(2)\quad ax = b$$
$$(3)\quad xy = a, \quad x - y = b$$

となるものが例として挙がっています。そしてここで用いられる立元法が「理ニ拠テ法ヲ探ル」優れた道であり，まさに綴術の一種であるということが主張されます。私は算木の扱い方をよくは知らないので，この章を初め，算木代数に関連ある事柄の中には，私が本当には理解できないでいる部分が多々あると思いますが，それは別として，この章の内容で後に改めて取上げたいことが，なお二三あることを断っておきます。

「約分法　第三」は読んで字のごとく分数の約し方で，$\dfrac{105}{168}$ を既約分数にすることを例にとっています。その探索の仕方は，分母分子を 2 で割ってみる，3 で割ってみるというふうに，除数の値を 1 ずつ増して試算を続けるもので，これから見ると，和算には素因数の考えがなかったのかと思いたくなりますが，これは目下の問題にとって本質的なことではありません。著者としては，“これは数の処理を例として約分法を探っている点で「拠数探法」の精神に適う” といいたいのでしょうが，むしろこの点で気になることがあります。それは，この説明のあと直ちにユークリッド互除法が出てくることで，その間の飛躍がまったく説明されていないため，この章はあまりできのよい章とはいえないように思えます。

「招差法　第四」。招差法とは，現代流にいうと，「$x = x_1, x_2, \cdots, x_n$ に対する $y = a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$ の値，$y = y_1, y_2, \cdots, y_n$ を与えて，係数 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ を定める算法で，西洋の定差法に相当するもの」(『明治前日本数学史』II，p.13）で，ここで用いられている例は，四角尖垜(だ)すなわちピラミッド数 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2$ の公式の探索です。それも，$\displaystyle\sum_{k=1}^{19} k^2$ の値を分析的に求めつつ，一般公式

$$\frac{\{(2n+3)n+1\}n}{6}$$

を導いているのですから，当然，「拠数探法」のよい例といえましょう。(一般公式に当る原文は別記，縦書きの通りです。「底面乗之加一」「底面乗之六而一」の構文は破格に見えますが，$(\times n + 1)$，$(\times n \times \dfrac{1}{6})$ を示す慣用のようです。）

解題本術
倍底面加三底面乗之加一亦底面乗之六而一得積也

この章は，最初の四章の中で彼の方法が最もよく分る部分ですが，それでも探索の過程から「解題本術」に移る肝腎のところには，まだ何となく飛躍があるよ

うな気がします。もっとも,「約分法」の場合と違って,その記述を代数記号に書き直してまとめると確かに一般公式が導かれるので,これは私の読み方の不足,ないしは私が当時の数学的思考法をよく理解していないことのせいなのでしょう。そうであるだけに,この章は,これをさらに突込むことによって和算の思考法の機微に触れうる手懸りとなりそうに思われる場所でもあります。加えてここには,後の「自質説」と呼応する思索の跡も書かれており,『綴術算経』全体の中でもきわめて重要な章だと思われます。

(ii)「術理ヲ探ル」

第二グループ「探術理四条」の最初である「探織工重互換術　第五」は,掛け算と割り算とがともに現われてくる問題で,3 人の織工が 21 日かかって 4 端の錦を織る,それでは 7 人で 45 日なら何端織れるかというのが例題です。問題をバカ正直に,

$$(((4 \div 3) \div 21) \times 45) \times 7$$

とすると,割り切れぬ小数が出て,正しい答にならない(「数不整有者ハ還源ヲ失ス」)。そこで掛け算を先にすまして割り算を後にまわす ($(4 \times 45 \times 7) \div (3 \times 21)$,「先乗後除ノ法式」) というところを,「理ニ拠テ術ヲ探ル」わけです。これは,算木による分数計算の結果が小数で与えられるという事情から来ているのでありましょう。「重互換術」とは,積と商の順序を上のように変える術と解されます。次は「探直堡極積術　第六」です。直堡とは直方体のことで,直方体の縦 [x],横 [y],高さ [z] の関係

$$x - y = 7, \quad y + z = 8$$

を与えて,その体積を最大にせよという極大問題です。これは,和算に現われた極値問題の最初の例といわれています。やはり「拠理探術」の一例となっており,多項式の導関数に当る式が用いられている点,大いに注目すべき章ですが,この「導関数」は極限算法によるというよりも,元来,算木による方程式解法(ホーナーの法式)と関連して得られたもののようです。ただ,私は算木の使い方にくらく,また関を始めとするこの方面のそれまでの結果についてまだ不勉強なので,ここではこれ以上触れられません。

次の二章は「数ニ拠テ術ヲ探ル」部分で,最初の章は「探算脱術　第七」です。算脱術とは,いわゆる「継子(ママコ)立て」の問題のことです。すなわち,(継子と実子

の代りに）黒白15個ずつ，計30個の碁石を或る順番で環状に並べ，或る石から数え始めて右回りに10個目ごとの石を取り除いたら，黒石ばかりが14個除かれた。そこで残る1個の黒石から出発し直して逆回りに同じことをしたら，最後に残ったのはその黒石だったが，さてその間の法則を知りたい。これがその問題です。建部の兄，賢明は問題を簡易化し，黒1，白 n の場合について，2個目ごとの石を除くとしてうまくゆく n の値，3個目ごととしてうまくゆく n の値，……と実験を重ね，最終的な結果に到達したもののようです。（その理論は関孝和の『七部集』にありますが，『綴術算経』によると，「兄賢明ガ探リ会スル所」と明記されています。建部兄弟は関の弟子であるとともに，やがて共同研究者だった人達です。）

ともかく，賢弘にいわせると，この問題は “そこに理はあるはずだが，それを察知するのはなかなかむずかしいから，上のような実験を積み重ね，数の示すところに導かれて答を出すのが最善の道だ” ということになります。（原文は，

> 「元来其理ヲ(モトヨリソノ)備(ソナフ)ルコト有(アリ)ト雖(イヘトモ)敢(アヘテ)理ヲ察シテ得(ウ)ヘカラス。唯其(タヽソノ)数ノ成処(ナルトコロ)ニシテ数(カス)ヨリ自心(シシン)ヲ導(ミチビク)コトヲ得(エ)テ是ヲ会(クワイ)スルナリ」）

これを「拠数探術」の例とするのは，もっともだと思います。

「探求球面積術　第八」は，球の体積を知っているとの前提に立って，球の表面積を求める問題です。建部の方法は，薄皮饅頭(まんじゅう)論法とでも呼ぶべきもので，あんこの部分の直径 R を（1尺＝）10寸とし，皮を含めた全体の直径を

$$a_1 = 10.01\text{寸},\quad a_2 = 10.0001\text{寸},\quad a_3 = 10.000001\text{寸}$$

として，全体の体積 V_1, V_2, V_3 からあんこの体積 V_0 を引き，さらに皮の厚み（a_1 では0.005寸，a_2 では0.00005寸，a_3 では0.0000005寸）で割るのです。その結果たる値（単位は寸^2）

$$\begin{aligned} &a_1\text{に対して}\quad 314.473529344\text{強}\\ &a_2\text{に対して}\quad 314.162406962\text{強}\\ &a_3\text{に対して}\quad 314.159296775\text{弱}\end{aligned}$$

が，円周率の 10^2 倍を指向しているところから，球の表面積が πR^2 であることを「探リ会ス」という次第で，探索の段階はよく分りますが，証明に当る推論はあ

りません，もっとも，この証明の欠除ということは，この本のみでなく和算全体を通じて現われていることであり，改めて断るまでもないかもしれません。

ただ，私としては，それにしても，そこに何らかの「証明」――説得の術――があったのではないか，あるいはむしろ，教育や論争の場ではどんな説得法が用いられていたのだろうか，というようなことが考えたくなります。これは今後，大いに検討すべき論点の一つであろうと思います。

ところでここになお，建部の数学の性格を知る上でおもしろい記述があります。それは彼の「自質説」とも関連することなので，少しだけ触れておきましょう。大づかみにいって，建部の綴術とは探索の方法です。そしてその探索法には，数値による道もあれば理で攻める道もあり，しかもそのどちらか一方のみが好結果をもたらす場合もあるが，どちらの道をとってもうまくゆく場合もあって，球面積の問題は後者であることが注意されています。上記の数に拠る探索は礒村吉徳 (1684) あたりに始まったもののようですが，一方，理に拠る探索として建部が挙げているのは関孝和の方法です。そして両者の比較に関する建部の記述がおもしろいのです。

球面積に関する関の方法は，先の薄皮饅頭(まんじゅう)論法に対比していうと，イチヂク割り論法とでも呼びたいもので，球面［S］を，イチヂクを割るように平面に展げると，球体［V］は，球面 S の展開面上に，球の半径［r］を高さとする無数の無限小三角錐（？）が立った形，いわば生花で使う剣山の形になります。いま，それらの無限小三角錐を同底同高の三角柱で置きかえると，底面 S，高さ r で，体積 Sr の柱体になるわけですが，一般に柱体の体積は錐体の体積の 3 倍だから，（無限小の柱と錐にもこの論法を用いると,）

$$Sr = \frac{1}{2}SR$$

は「剣山」すなわち球積 V の 3 倍になります，一方，

$$V = \frac{1}{6}\pi R^3$$

は既知だったわけですから，

$$3V = \frac{1}{2}SR = \frac{1}{2}\pi R^3$$

から

$$S = \pi R^2$$

が得られるという寸法です。（この考えは 17 世紀初めのケプラーにも現われています。）

さて，建部によると，関は “自分の考え方の，理によって探る道すじこそ数学の本道で，数値計算で推し通る建部流のやり方は本道ではない” といったらしい。ところが建部は，そのことを述べた後に，自分の方法も「強(アナガチ)ニ下等ナリト不為(オモワズ)」としているのですが，これがやがて彼の「自質説」につながることになるという次第です。

(iii)「員数ヲ探ル」

第三グループ「探員数四条」の第一章「探砕抹数　第九」は，それまでの章とちょっと違っています。第 VIII 章までの構成は大体において，問題，解法の探索，問題の解法（「解題本術」），そしてその問題の綴術一般における意義とでもいうようなこと，の順になっており，ただ第二の「立元法」と第七の「算脱術」の場合だけ，「解題本術」がそれぞれ「解題演段術」，「求限本術」となっているくらいの違いなのですが，この「砕抹(さいはつ)数ヲ探ル」の章には「解題本術」に当る部分がありません。それもそのはずで，この章は具体的な問題を解く章というよりも，やがて来る第 XI，XII 章の序説に当る一般論のように思われます。なお，「解題演段術」の方はともかく，第 VII 章の「求限本術」がどんな意味であり，またなぜここだけこう呼んだのか，私にはよく分りません。

この「砕抹」——細かく砕くこと——に関連する一連のことについては後に改めて論じますが，さしあたり文字面(もじづら)を表面的に読む限り，この章では，円周を求めるために円を分割する「砕抹」と，円積を求めるために分割する「砕抹」とは，問題の質（原文「形質」）から見て，別のタイプのものでなくてはならないという意見が述べられています。つまり円積問題の場合には，直径の n 等分点を通って直径に垂直に円を切る分割でよいが，弧長問題の場合だと，その分割では分弧の長さに著しい長短の差が生じて解が得にくいから，こちらは円周等分で行かねばならない，これが問題の「形質ニ順(シタガ)フ」道だという主張で，彼の考え方の本質につながるところのある部分です。こうした意味で，この章を「理ニ拠テ数ヲ求ム」の例とするのは，何らおかしいことではありませんが，それとともにそれ

までの各章と異質な感が残ることは否めますまい。

「探開平方数　第十」は，$\sqrt{1166}$ の計算を例として「開平方ノ数」を求める単純な章で，「解題本術」もこの例を用いての算木の置き方です。この章を「拠理探数」の例とするもの，事が単純すぎるという前章とは別の意味で，ややこじつけの感がします。

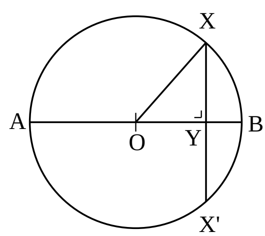
このあとの二章，「探円数　第十一」と「探弧数　第十二」は，ともに「数ニ拠テ数ヲ探ル」部分で，『綴術算経』の中でも最も名高くまた重要な部分です。この二章にも，「解題本術」のような解法要約はありませんが，第 IX 章と違って問題は具体的であり，説明もきわめて詳細で，本文 102 ページのうち，前者が 10.5 ページ，後者が 28.5 ページ（内，後半の部分には「矢径ノ差ニ除シ差ヲ求ル者」(pp.2)，「除法ニ，矢ニ拠段数ヲ用ルコトヲ探」(pp.10) という標題がついています）と，合わせて全体の四割ほどを占めています。

第十一の「円ノ数」とは円周率のことで，建部はこの第 XI 章において π の値を，

3.14159265358979323846264338327950288419712 強

と算出しています。（この最後の「…712 強」は正しくは「…716…」となります。）

また，第十二の「弧ノ数」とは，本来，$\overparen{\mathrm{XX}'}$ あるいは $\overparen{\mathrm{XB}}(=z)$ のことのようですが，ここでは，直径 AB を 10 寸，「矢」BY$(=x)$ を 10^{-5} 寸としたときの z^2（「定半背冪」）の値を，前章の結果を用いて探索します。そして上記の π の近似値の範囲でできる限度ほぼ一杯まで計算を進め，



$$z^2 = 10^{-4} + \frac{1}{3}\cdot 10^{-10} + \frac{8}{15}\cdot 10^{-16} + \frac{9}{14}\cdot 10^{-22} + \frac{32}{45}\cdot 10^{-28} + \frac{25}{33}\cdot 10^{-34} + \frac{72}{91}\cdot 10^{-40}$$

という結果を得ます。さらに

$$10^{-4} = Rx, \quad 10^{-6} = \frac{x}{R},$$

であることに注目し，また係数を

$$\frac{1}{3} = \frac{2^2}{3\cdot 4}, \quad \frac{8}{15} = \frac{4^2}{5\cdot 6}, \quad \frac{9}{14} = \frac{6^2}{7\cdot 8}, \quad \frac{32}{45} = \frac{8^2}{9\cdot 10}, \quad \frac{25}{33} = \frac{10^2}{11\cdot 12}, \quad \frac{72}{91} = \frac{12^2}{13\cdot 14}$$

と置きかえることによって，

$$z^2 = Rx\left(1 + \frac{2^2}{3\cdot 4}\left(\frac{x}{R}\right) + \frac{4^2}{5\cdot 6}\left(\frac{x}{R}\right)^2 + \cdots + \frac{12^2}{13\cdot 14}\left(\frac{x}{R}\right)^6 + \cdots\cdots\right)$$

と，実際の計算を超えた結果まで洞察するのです。これが $(\arcsin x)^2$ のテイラー展開と同等の結果であることは，今ではかなり広く知られていると思います。

この洞察の根拠は，いわば数理の規則性への信頼というようなことでしょうが，この種の「信頼」は，初めに触れたウォリス，ニュートンをはじめ近世ヨーロッパ数学では普通に見られることで，結局のところ，事柄がいわゆる解析関数の範囲での探索だったために，その「信頼」が裏切られずにすんだのだ，と見るのが当っていましょう。事実上はそれだけでなく，この信頼は解析学をさらに前進させる原動力となっていったと見られます。

以上の二章の内容も，やがてもう少し詳しく触れようと思いますが，ともかく『綴術算経』の本文の内容は以上の通りです。このあとには「あとがき」にあたる「自質説」が来るわけですが，これはむしろ以上の内容全体を考慮しながら慎重に読む方がよいと思いますので，今回はあえてそこには立ち入らないでおきます。

第2回

3. 「綴術算経自序」の検討

この本の内容の概観がすみましたので，今度はその全体の構成の様子などについて，いくらか分析を試みることにします。これは本来，「自序」の中で説明されているはずなのですが，「自序」に現われる概念の規定や，その議論の進め方などには，現代のわれわれに少々分りにくいところがあるので，それを多少の推測も交えながら検討してみようというつもりです。

「自序」の一部分は前回にも示しましたが，今度はそれに句読点を入れて読み下すことを試みます。文中，［　］で囲んだのは挿入または註記で，特に文頭の番号は後の引用の便を計ったものです。また，あとで問題にする文字はゴチックにしておきます。

綴術算経自序。

［1］　綴術ハ，**綴リテ**探索（サグリモト）メテ**術理**ヲ会シ得ル者［術？ 法？］ナリ。

［2］　凡ソ探索ノ方［仕方］，**理ニ拠ル**者有リ，又，**数ニ拠ル**者有リ。

［3］　探ルコト一件ニシテ術理ヲ会セザレバ，二件ニシテ探ル。二件ニシテ会セザレバ，三件ニシテ探ル。若（モシ），術理深ク潜伏ストモ，探ルコトヲ数般（アマタタビ）ニスル時ハ，熟スル期到ツテ竟（ツキ）ニ探リ会セズト云フコトナシ。

［3′］　然ルニ其ノ潜伏スル者ト雖（イヘドモ），一旦ニシテ即チ探リ得ル有リ。又，簡易ナル者ト雖，数般ニシテ徐（ヤウヤ）ク探リ得ル者有リ。

「3″」　蓋（ケダ）シ，**人質**ノ純粋ナル者，有ルコト無シ。稟（ウマレツキ）ニ敏魯有リテ，共ニ皆常ナルコト能ハズ。是（ココ）ヲ以テ，時トシテ屈伸有リテ，伸ルトキハ通ジ，屈（カガマ）ルトキハ滞ル。故ニ会スルニ遅速渋利シテ異ヲ為ス耳（ノミ）。

［要旨：思うに，人間の質に（偏りや混りのない）純粋な質などはない。人間の生れつきには俊敏魯鈍の別があって，しかもその両者ともに，一定恒常の状態にはない。そこで時によって伸び縮みが生じ，伸びるときはすらすらとゆくが，鬱屈すれば渋滞し，術理に会するにも遅速の別が生じるだけのことである。］

［4］　夫（ソレ），**算**ハ，**法則**ヲ立テ，**術理**ヲ究メ，**員数**ヲ計ルヲ以テ事トス。

［5］　其ノ事タルヤ，**理**ヲ察（アキラカニ）シテ術ヲ施シ，術ニ依ツテ**数**ヲ得ル者ハ順ナリ。

［5′］　**数**ニ従ヒテ術ヲ課（ハカ）リ，術ニ憑リテ**理**ヲ索ムル者ハ**逆**（ゲキ）ナリ。

［6］　其ノ順逆，皆，綴術ニ貫セリ。［「綴術を一貫する」の意か「綴術にかさなる」の意かは疑問。］

［7］　故ニ，探リテ**法則**ヲ立ツベク，探リテ**術理**ヲ察ニスベク，探リテ**員数**ヲ計ルベシ。［この「可シ」は可能の意であろう。］

［8］　仍（ヨツ）テ，**法術数**ノ三等ヲ立テ，数理ノ拠（ヨリドコロ）ヲ別チ，一十二条ノ術例ヲ挙ゲテ探索ノ大意ヲ述べ，綴術ノ証（シヨウ）トス。

［9］　且，吾生得**質分ノ偏駁**ハ自然（シゼン）ニシテ，実（マコト）ニ変ズベカラザルコトヲ説イテ，此ノ書ヲ為（ツク）レル所以（ユエン）ヲ著ハス。

［註。これは巻末「自質説」で説かれることである。「吾生得質分ノ偏駁……」を，「私の生れつきの質分にある偏り，駁（マジ）り（純粋でないこと）は，おのずから然る状態であって決して変えることができないということを説いて，……」と私は読むが，これはあるいは，「私は，人間のもって生れた質分の偏駁が自然のものであり，……であることを説いて，……」とすべきなのかもしれない。私の読みは「自質説」を考慮したものだが，疑問の余地はある。］

［10］　隋史［ママ］ヲ按ズルニ，祖沖之著ハス所之書，名ヅケテ綴術ト為ス，学官ノ能ク其ノ深奥ヲ究ムル莫シ。是故ニ廃シテ，而，理（オサメ）ズト云ヘリ。吾，適（マサ）ニ彼（カ）ノ綴ノ一字ヲ採リ用イルニ到リテ，熟（ツラツラ）思フニ沖之ハ是，上古ノ達人ト謂フベシ。蓋シ其ノ玄妙ノ真実ハ，聴テ識ルベカラズ，思ウテ得ベカラザル者カ。

さて，先に本文全体を概観し，こうして「自序」を通して読んでみると，議論の筋はかなり明らかになりますが，それと共に問題になりうることもまた目について来ます。その辺の状況を多少吟味してみましょう。

ここであらかじめ断っておきますが，江戸時代の人の書いたこのような一般的議論では，今日の意味の「論理性」よりも修辞の整い方の方がしばしば重んじられる傾向があります。しかも当時の人の考え方には当然その時代の思想的エートスが反映していますから，それを現代風に分析することが本当に彼らの主張なり

「論理」なりを理解する道かどうかは，かなり疑問です。少なくとも比較文化史的ないし比較数学史的な考察をしようという場合であれば，それは大いに考慮すべきことです。しかしいずれにしても，今日のわれわれとしてはまず一通りの論理的分析から事を始めるのが順序でしょう。特に建部のこの本の場合，分析を怠って安直な「綜合」的理解に走ることは，なすべきでないと思います。建部の「序言」は決して修辞一本の添えものではなく，それを介して彼の数学思想に迫りうるだけの内容をもつものだと思われるからです。

(i)「綴る」

［1］の「綴る」については前回も少し触れましたが，上の［3］［3′］や，本文の「招差法　第四」，「算脱術　第七」，あるいは最後の二章などを見ると，建部の本意は，機械的な算法の繰返しでなく，手を変え品を変えて探索を重ねるところにあるらしいことが推定されます。

ここで問題になるのは［3］の具体的内容の問題でしょう。藤原松三郎氏は［3］の例として「一つの級数の係数を支配する法則を探究するに 1 項，2 項，3 項にて探りえざる時は 7，8 項あるひは 90 項を取って，これより帰納すれば，遂には隠れたる法則を発見するを得るごときこと」（『明治前日本数学史』II，p.288）を挙げ，綴術を「1,2,3,4,……の場合から，総合帰納して，一般の場合の法則を探究する方法を意味すると考へられる」（同書，p.288，また p.25 参照）としておられます。これは一見，妥当な説明のようですが，「理ニ拠ツテ」探っている章（正確には，第 I，II，V，VI，X の五章）には必ずしも当てはまらず，「数ニ拠ツテ」探っている六つの章，ないしその一部についてのみ言えることのように思われます。

(ii)「算」と「法術数」

次に［4］の「算」をとりあげます。この「算」と今日の「数学」とが，どこまで似ていて，どこがどんなふうに異るかは，和算史ないし比較数学史の基本問題になるはずのものです。一通りの答を出すにしても，それはせめてこの本全体の吟味のあとで試みるべきことでしょう。むしろここでの問題は，「算」の構成要素たる「法則」，「術理」，「員数」の意味ないし具体的内容は何かということです。

ここで上文の［4］–［7］–［8］を頭において本文の目次（前回）を見てみると，第 I 部「法則」の例には「乗除法」，「立元法」，「約分法」，「招差法」が，第 II 部「術理」の例には「織工重互換術」，「直堡求極積術」，「算脱術」，「球面積術」が，

また第 III 部「員数」の例には「砕抹数」,「開平方数」,「円数」,「弧数」がそれぞれ挙げられています。第 I 部に挙げられた例はすべて「～法」，第 II 部の例は「～術」，また第 III 部の例は「～数」と決まっているわけです。ずいぶん整然としているようですが，これだけでは「法」と「術」の区別が，どうも今一つ明確でありません。

もっとも，和算家の慣用によると,「法」は問題解法の筋道,「術」は計算手続き,「数」はその答たる値，また「術理」は「術の理」で計算手続きの基本，というような一応の区別はあったようです。しかしこの本の場合「自序」ないし本文の記述を虚心に読む限り，理や法–術–数などの用語の使い方には，かなり大きな論理的不備があると言わざるをえないと思います。

例えば先の［4］の「術理」と［1］の「術理」とは同じ意味なのでしょうか，違うのでしょうか。よく見ると［1］では，探索して「術理」を解しうるものが綴術だとなっているのに対して，［4］,［7］あるいは［8］では，綴術の証しとしての探索の術例——ここにもまた術!?——が，法則，術理，員数の三つの中から取られています。もちろん，この点のつじつまを合せるには，［4］–［7］–［8］の「術理」をただの「術」と解し，［1］の「術理」を術の「理」と解すれば一応すみましょう。しかしそうすると，今度は［4］–［7］–［8］の「法・術・数」における「法」と，［5］の「理・術・数」における「理」との関係は何かという疑問が起こってくる，といった具合です。「数」も例外ではなくて，［5］の「順」における「数」と「逆」における「数」の関係，あるいはそれらと［2］や［4］–［7］–［8］における「数」との関係などにも，似たような状況が見られましょう。

それだけではありません。もしここで，本文の「探乗除法　第一」の結びにある次のような一節まで考慮すると，事情は一層複雑になり，理や法–術–数などの概念規定とか，その間の論理的関連など，そもそも建部の念頭にはなかったのでないかと思いたくなるくらいです。

［11］ 凡ソ算法ハ理ヲ察（アキラカニ）シ，数（カズ）ヲ求ムルニ止（トドマ）ル。数ヲ求ムルコトハ砕抹ニ本ツキ，術ヲ施スハ理ヲ察スルヲ要トス。二ツノ者，本（モト），相因リテ法ヲ成ス。」（「探乗除法　第一」）

この最後の「法」は［4］や［8］で「術」,「数」と並べられていた「法」とは確かに別物のようですが，これと「理」とはいったいどんな関係にあるというの

でしょうか。これらのことを考えながら次に移ることにしましょう。

(iii)「察理」と「求数」——立元法と砕抹数——

ところで，このような揭げ足とりめいた議論を続けるのが私の本意なのではありません。むしろ私にとって重要なのは，建部の概念分析の不備は不備として，彼がそこで何か実体のある事柄を説こうとしているようだという事実です。そしてそれは彼が挙げている具体例のもつ力のせいでありましょう。実際，彼の用語も数学観も，それらの例の裏付けの下で初めて生きてくるように思われるのです。そこで今度は「法・術・数」や「理」について，そのような角度から，本文の内容までも含めて綜合的に検討した私なりの結論を述べ，併せて引用［11］にあった「察理」，「求数」ないし「砕抹」の意味について触れてみようと思います。

私はまず，この本に現れた「術」と「法」との間に本質的な差はないと見なします。せいぜい，「法」は「術」の少し一般的なものというくらいの違いで，それよりもこの本での区別の源は，「乗除法」，「立元法」，「算脱術」，「球面術」などという慣例的な呼び名の違いにすぎないのではないか——そう思うのです。しかも実をいうと立元法のまたの名は天元術で，これを「法」の部に入れたのは，「法」が「術」よりやや広い意味だというぐらいのことのほか，決定的な理由は考えられないのです。

ところで立元法については，なお注目すべき事情があります。「立元法ヲ探ル」という章は「拠理探法」の第二に置かれていますが，索め探っている対象は立元法ではなく，それはむしろ立元法の解説となっていることです。そこでは，

［12］　「今，立元ノ法ハ其ノ理，幽(フカ)ク隠ル立ト雖，速カニ術ヲ得ル神法タリ」（「探立元法　第二」）

とされ，この第 II 章以後，「察理」とは多くの場合（算木で）方程式を立てることであり，したがって「理ニ拠ツテ」何かを探るときの「理」の内容は立元法のことだと言っても，ほぼよい状態になってしまいます。その証拠を二三挙げておきます。

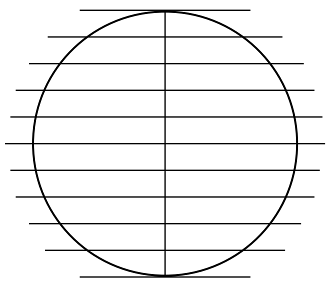
［13］　「理ニ拠ツテ術ヲ索ムル者，見伏［顕見と隠伏］難易ヲ言ハズ，立元ノ法ヲ用ヒルトキハ，其ノ隠微ヲ索メ得ズト云フコトナシ。」（「探立元法　第二」）

［14］　「理ニ拠テ索ムル如キハ立元ノ法則有テ万術ヲ貫ケリ」（「探砕抹数

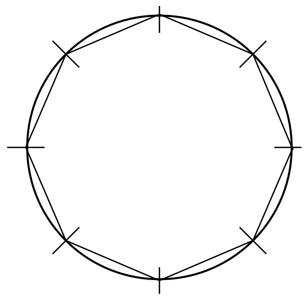
第九」）

これに対して数によって探る道である「砕抹」とは何か。これは引用［14］の直後に一応の答があります。

［14′］　「数ニ拠ツテ探ル者ハ，砕抹（サイハツ）ノ術ヲ出ズルコト無ク，而モ探ルニ定則無クシテ，万法各（オノオノ）其ノ径（ミチ）ヲ異ニス。乃（スナハ）チ砕抹ハ求数探理ノ原（モト），探索ノ事ニシテ法術ヲ探ルノ法則也。故ニ形質ニ順（シタガ）ツテ砕抹シ，数ヲ索ムルニ尋（ツイ）テ玄（フカ）ク探ル時ハ，法術ヲ会セズト云フコトナシ。」（「探砕抹数　第九」）



細截



削片

このあとに「砕抹」の仕方に関する議論が述べられています。前回の§2(iii) でも少し触れましたが，やや詳しくいうと，例えば円周の長さを求めるのに，円を直径に平行に切り，同じ幅の細片に「細截」しても，各片の円周部分の長さには長短の差が生じて，答を得るのに停滞する。この場合は内接正多角形の辺で弧を「削片」し，その辺数を倍増してゆくのがよい。これは「削片」が円周の「形質」に順（したが）うのに対し，「細截」はそれに忤（さから）うためで，この種の問題においては「形質」に順う「砕抹」を探さねばならない――といった具合です。この最後の件については次のような記述がありますが，文中の「形質」や「順・不順」については，節を改め，あとがきの「自質説」とともに論ずることにします。

［15］　「其ノ形質ニ順フコトヲ求ムルハ，先ズ理ヲ察シテ数ヲ索（モト）メ，数ニ依リテ玄（フカ）ク探リテ是ヲ会シ得ル者ナリ。故ニ砕抹ヲ用ヒント欲セバ，真数ヲ得ルノ一偏ニ陥リテ，其ノ順ト不順ノ理ヲ失スルコトナカレ。」（「探砕抹数　第九」）

ところで建部の綴術において，「察理」と「砕抹」とはどちらがより本質的かというと，どうやら「砕抹」であるらしいのです。それは（「拠数」の章で，「数を砕く」という表現が使われるのは当然として，）「拠理」の章でも時として「砕く」という表現が使われていることなどからうかがえます。

まず「探乗除法　第一」の例題，「1斛27銭の粟，12斛ではいくらか」，「15.6斛

の粟を６人に分けると，各人何斛ずつか」は「拠理探法」の例であり，それは，１斛ずつ加えるとどうなるか，１人分ずつ引くと何回引けるかを見ること――この「理」は加法，減法の背後にある当然の「理」のことか？――によって説明されるのですが，彼はこの説明そのものを「砕キ累ネル」，「砕キ探ル」と呼び，「理」についてよりも，「砕累」や「砕探」について種々の説明を行なっています。これほど単純なことに，なぜわざわざ「砕く」ということを持ち出したのでしょうか。考えられることは一つで，それほど簡単な「理」でさえ，その基本の説明には一種の「砕抹」が用いられるという気持があったためだと，私は思います。先に同じ章から引用した［11］にも「砕抹」の文字がありましたが，その直後にも次のような一節が続いています。これは「砕抹」に関する引用［14］，［14′］，［15］と同じ精神のものと言ってよいでしょう。

「然レドモ理ヲ以テ極メ尽サントシテ得ベカラズ。必ズ事ニ滞（トドコホル）コト有リ。数ヲ以テ究メ尽サントシテ得ベカラズ。必ズ理ニ惑フコトアリ。何者（イカントナレバ），如（モ）シ術ノ順逆（ゲキ）ヲ料ラズシテ，万術，皆，砕抹シ求メントスレバ，算ノ法則有ルノ功無ク，却（カヘツ）テ順ノ術ニ於テ停滞シテ得ザル有リ。又，探ラズシテ，悉（コトゴトク）理ニ従テ直（タダチ）ニ得ントスレバ，逆ノ術ニ於テ理ノ拠（ヨリドコロ）無［ク］シテ，会シ難シ。故ニ術ノ順逆ヲ料リ，数理ノ拠ヲ詳（ツマビラカ）ニシ，形質ニ順（シタガヒ）テ法ト数ノ尽ルト不尽［尽キザ］ルヲ察シテ，探［ル］コトヲ玄（フカク）セバ，会セザル法無ク，得ベカラザルノ数無カランカ」（「探乗除法　第一」）

なお，ここで注目したいのは，「探立元法　第二」の末尾の一節です。実は，上記の引用［13］に続いて，

［13′］　「仍（スナハ）チ其ノ法理ヲ探ルコトハ千変万化ナリト雖，事ヲ用フルコトハ，唯（タダ），加減因乗耳（ノミ）。謂フベシ，無上ノ法則也ト。故ニ今，其ノ義ヲ演（ノベ）テ歎美ス焉。」（「探立元法　第二」）

と賛歎の言葉が見られるのですが，その少しあとに次のような言葉があって，その章を結んでいます。私自身，真意の把みかねる部分ですが，「拠理」の探索の代表格である立元法にさえ，一概に「拠理」と言い切れぬ微妙な要素のあることを注意しようとしていることは，よく分ります。

［16］　右，立元ノ法則，理ニ拠ツテ探リ会スル者トスレバ，大率（オオムネ）前説ノ如シ

> ト雖，必ズ理ニ拠ツテ会ストノミ言フベカラズ。又，数ニ拠テ会ストノミモ言フベカラズ。強（アナガチ）ニ数理ノ拠（ヨリドコロ）ヲ得ルニ非ザレドモ，不測ニ会シ不識ニ得ルノ玄妙有リ。［注。極めて平たくいえば，鶴亀算を算術的に解くときは，どの式にも算術的意味を考えるが，方程式で解くときには，途中その種の配慮が要らぬ，というような性質のことか？］即チ是，拠ヲ得テ会スル者ト全ク一ニシテ，真実ノ至ル時，生レ得タル粋質ヨリ是ヲ会スル者也。然ルニ其ノ玄妙ハ立元ノ法耳（ノミ）ニ非ズ。浅深難易ヲ別タズ，事事会スノルニ於テ悉ク同一ナリ。如（モシ）其ノ粋質ヲ稟（ウケ）ザル者ハ，仮（タト）ヒ算法ノ限リ学ビ尽ストモ，更ニ其ノ真実ヲ識ルベカラズ。」(「探立元法　第二」)

いろいろ面倒なことはありますが，もしここまで考慮するならば，(i) で取上げた「綴る」なども，一種の帰納法としてよいかもしれません。ただそれはもはや普通にいう帰納法とは大分違っておりましょう。

(iv)「自序」の解釈

この辺で「質」に関する吟味は残した状態ですが，「自序」の前半についての私なりの解釈を書いておきます。以下［1*］などの番号は，初めの引用文の［1］などに対応します。

［1*］　綴術とは，算法の原理を手を変え品を変えて探ね求める探索法であり，

［2*］　それには理論，特に立元法を先立てる行き方と，数値計算から出発する行き方とがある。

［4*］　一方，算は問題解法の根拠を定め，計算手続きの基本を究め，数値解を求めるのが仕事であり，

［5*］　その実行に際しては，根拠を示してそこから法則や計算手続きを導き，これらによって数値解を求める順の道と，数値計算のデータから法則や計算手続きを推察し，さらにこれらから根拠たる事柄を探る逆の道とがある。

［6*］　この順逆は綴術にも対応しているので（［6］の注の第二の解釈を参照)，

［7*］　綴術によって解法，計算手続き，数値解がそれぞれ求められる。この考えに基づいて，算における適用を分類，例示したのが本文である。

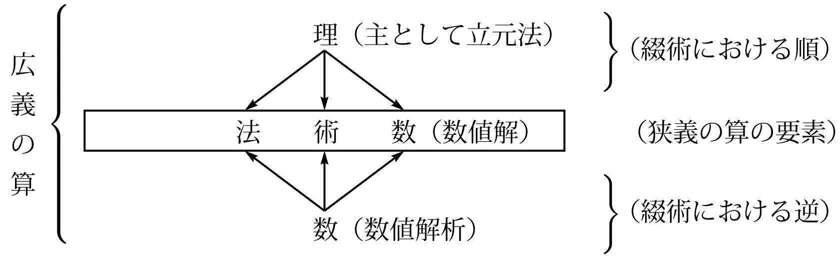
結局，私の解釈では綴術の骨子は下の図のようにまとめられましょう。私の工夫といえば，「算」に広義と狭義を区別して綴術を前者に取りこみ，「序言」の文面に見える表面的な論理的不整合を何とか整理しようとしてみたことですが，こ

れは私の行き過ぎかもしれません。ご批判やお教えをいただくことができれば幸いです。

狭義の算における順逆

$$\text{狭義の算}\left\{\begin{array}{lllll}\text{順：（理）} & \longrightarrow & \text{法，術} & \longrightarrow & \text{数} \\ \text{逆：数} & \longrightarrow & \text{法，術} & \longrightarrow & \text{（理）}\end{array}\right\}\left(\begin{array}{l}\text{「理」は} \\ \text{基本，根拠}\end{array}\right)$$

綴術とその順逆



ことのついでに，建部がこの本を作った構成過程についての，私なりの推測を略記しておきます。これに関しては，この本の異本である『不休建部先生綴術』についての考察も併せて述べるのが本筋ですが，話が横道に入りすぎるので，ここでは詳しい吟味は略します。

私はこの本を，彼固有の業績である「探円数 (XI)」,「探弧数 (XII)」を中核とし，それに「招差法 (IV)」,「直堡術 (VI)」,「算脱術 (VII)」,「球面術 (VIII)」などの古典的問題を添えて，彼の方法論ないし数学観を説こうとしたものと考えます。特にその際，まず XI，XII の手法を「数ニ拠ル」探索法として自覚する段階があり，これが「探砕抹数　第九」の形にまとめられ，それと対照的にかつその考えの線上で,「理ニ拠ル」探索法としての立元法の役割が意識されて「探立元法　第二」が作られ，ここに綴術の基本的要素が出揃ったと考えています。それ以外の「乗除法 (I)」,「約分法 (III)」,「重互換術 (V)」,「開平方数 (X)」の四章は,「算」を三分し，術例を三部十二章に分配するという構想が固まってから，悪くいえば員数合わせに配置された，いわば副次的な章であり，そのためかどうか，(III)，(V)，(X) には，なぜこの例をその（「拠数探法」などの）部に配置したかの断り書きが付いています。

なお『不休建部先生綴術』の方は，「拠理」の探索の例（因乗法則，帰除法則，重互換術理，開平方数）の後に「第五　探立元法則」が来，「拠数」の探索の例

（薬種為法術，招差法，球面積術，算脱法，円数，弧数）の後に「第十二　探砕抹術理」が来るという構成になっています。

私のこの推測の根拠はすべて傍証ばかりですが，いずれも，これまで述べてきた事柄の中に見出されるはずです。

4.『綴術算経』の術例

今度は本文から二三の例を選んで「砕抹」の実際を見ることにしましょう。今回はまず第１部「抛数探法」の中から「探招差法」を取り上げます。前回も触れたように，これは「砕抹」から「解題本術」――公式の記述――に到る筋道が比較的詳しく説かれている例ですが，それにもかかわらず内容は難解で，探索の説明にも「術」の立て方にも，私にはよく分らぬところがあります。しかしともかく文面を追って建部の思索の跡を辿ってみることにします。

(i)「探招差法　第四」

招差法とは，

$$y = a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$$

の係数を，x の n 個の特定値とそれに対応する n 個の y の値とを与えて決定するもので，これについては関孝和が詳しく研究しています，関はまた「方垜」

$$\sum_{k=1}^{n} k^p$$

を，（ベルヌイ数の現われる形の）一般式で表わせる状態まで追いつめていますが，その際，招差法が使われたもののようです。ただし，関は方垜の公式の形は述べているものの，それをいかにして導いたかは述べていないとのことです（『明治前日本数学史』II,pp.148–160）。それに対して建部の「探招差法」では，四角尖垜

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} k^2$$

の公式の探索過程が，ともかく説明されているわけです。

この章では最初に，例題と解答が示されています。

> 「四角尖垜の底面［n］が 19 だとすると，その積［S_n］はいくらか。答は，積　2470。」

	述語	記号	数値例						
(1)	底面	n	1	2	3	4	5	6	7
(2)	積	$s_n\left(=\sum_{k=1}^{n} k^2\right)$	1	5	14	30	55	91	140
(3)	第一定積	$P_n^{(1)}\left(=\frac{S_n}{n}\right)$	1	$2\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{3}$	$7\frac{1}{2}$	11	$15\frac{1}{6}$	20
(4)	定積差	$d_n^{(1)}\left(=P_{n+1}^{(1)}-P_n^{(1)}\right)$	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{6}$	$2\frac{5}{6}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{6}$	$4\frac{5}{6}$	
(5)	(平限差法)	$\delta^{(1)}(=(n+1)-n)$	1	1	1	1	1	1	
(6)	平積	$\left(\frac{d_n^{(1)}}{\delta^{(1)}}\right)$	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{6}$	$2\frac{5}{6}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{6}$	$4\frac{5}{6}$	
(7)	平積差	$D_n\left(=d_{n+1}^{(1)}-d_n^{(1)}\right)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$		
(8)	(立限差法)	$\delta^{(2)}(=(n+2)-n)$	2	2	2	2	2		
(9)	立差	$\Delta_1\left(=\frac{D_n}{\delta^{(2)}}\right)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$		
(10)	第二定積	$P_n^{(2)}\left(=P_n^{(1)}-\Delta_1 n^2\right)$	$\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{6}$	$1\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{6}$	$2\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{6}$	$3\frac{2}{3}$
(11)	定積差	$d_n^{(2)}\left(=P_{n+1}^{(2)}-P_n^{(2)}\right)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
(12)	平積	$\frac{d_n^{(2)}}{\delta^{(1)}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
(12′)	平差	$\Delta_2(=$ 平積$)$							
(13)	第三定積	$P_n^{(3)}(=P_n^{(2)}-\Delta_2 n)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
(13′)	定差	$\Delta_3(=P_n^{(3)})$							

次いで「数ニ拠ル」探索が行なわれるのですが，その部分を記述の順に記号で書くと上表のようになります。

この表ができ上ると，

$$\varDelta_3 = P_n^{(3)} = \frac{1}{6}, \qquad \varDelta_2 = \frac{1}{2},$$
$$\varDelta_1 = \frac{1}{3},$$
$$p_n^{(3)} = p_n^{(2)} - \varDelta_2 n, \quad P_n^{(2)} = P_n^{(1)} - \varDelta_1 n^2,$$
$$P_n^{(1)} = \frac{S_n}{n}$$

から，「解題本術」に示された公式

$$S_n = \frac{n((2n+3)n+1)}{6} \left(= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right)$$

は確かに導かれます。ただし問題は，この表に示された過程をいかにして探り当てたかについての説明であるはずです。その部分を少し見てみましょう。

まず，$n = 1, 2, \cdots, 7$ に対する S_n が計算され ((1)，(2))，そのあとに次の説明が来ます。

> 「積数［S_{n}］ハ元来（モトヨリ），立積ナリ，故ニ底面ヲ以テ三タビ除［シ］テ，其ノ段数斉（ヒトシ）カルベク［「段数」は「段ノ数」つまり行の要素のことで，(9)，(12)，(13) の行の結果を期待するのか？］，亦（マタ），底面再自乗［n^3］ヲ以テ積ヲ求ムベキコトヲ探ル。即チ是ヲ拠トシテ招差ノ法則ヲ会スル也」

これは

$$S_n = a_1 n + a_2 n^2 + a_3 n^3$$

となることを察する段階のようですが，この推理の跡を正確に復元することは，残念ながらまだ私にはできません。例えば，(3)，(4) の計算から (5)，(6) の計算に移るところを説明する文，

> 「其ノ定積差ノ数［(4)］，必ズ底面ヲ以テ約（ツズ）ムベキコトヲ察スト雖，若（モシ），直チニ底面ヲ以テ約ムルトキハ，其ノ数，参差トシテ［不揃いになって］斉シカラズ。故ニ其ノ段［この「段」は列か？］ト後段ト［ノ］底面ノ差ヲ用ヒテ約ムベキコトヲ探会ス」（「探招差法　第四」）

にしても，(4) を n で割って不揃いだということから，どうして「其ノ段ト後段ト底面ノ差」，つまり (5) の平限差法 1 をとって割るのか，また 1 で割ったからとてどうなるのか，私が招差法その他について知らないせいもあるとは思いますが，それにしてもこの間の事情はよく分りません。このあと (7) を求め，(7) を (8) で割ることの説明についても，また (10)，(11) を求め，そこから (12)，(13) と進むことの説明についても，事情はほとんどまったく同様で，結局のところ，私には上の表の探索が正しい道を辿っていることは分っても，他ならぬその点に探索の歩を進めた発見的な動機ないしその理屈が，どうもよく納得できないのです。建部における真の発見的手法やその精神はこの記述から漏れており，むしろその背後の隠されているのではないかとも思うのですが，そう言い切るまでには，私の

方でもっと和算の手法を覚え，その表現法に慣れる必要があります，ここではただ，「探会」とか「砕抹」とかということの具体的な形を，その進んだ面も分りにくさの面もそのままに示してみたのです。

（校正に際しての付記）「理ニ拠ル」探索で立元法に属さぬ例としては，関のイチジク割り論法（前回，§2(ii)）が挙げられる他，「探立元法　第二」にも，特定の問題について，型通りの算法によらず，特定の工夫による解法が挙げられています。

第3回

4. 『綴術算経』の術例 (つづき)

今度はいよいよ本書の中心になる二つの節の第一である「探円数　第十一」を取り上げましょう。これは，次回に取り上げる「探弧数　第十二」と共に，建部の数学思想を論ずる際の具体的な裏付けになる章ですが，そのような点を別にして純数学的見地から見ても，大いに見ごたえのある部分だと思います。

(ii)「探円数　第十一」

(ii-1) 円周の2乗を探る

この章の主題は π の近似値の計算です，問題は，直径 $R = 1$ 尺（$= 10$ 寸）の円に内接する正4辺形から出発して，順次，正 2^n 辺形へと進み，その周長（「截周(セツシユウ)」）によって π の近似値を見出そうというのですが，ここで建部独特の工夫が見られます。すなわち正 2^n 辺形の截周(せつしゅう) s_n の代りに，「截周冪(せつしゅうべき)」$\sigma_n = s_n^2$ を用い，その列

$$\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \cdots, \sigma_{10}$$

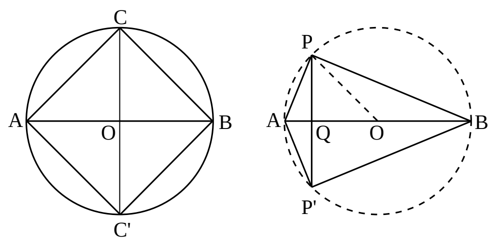
を手懸りにして，さらに精度の高い数列を構成することによって，いやが上にも π の値に接近しようとするのです。ただしその術や数値の詳細は，「円率に載っている故，今，これを略す」という註がところどころに見られます。

ここで「円率」というのは，建部賢弘とその兄，賢明が（おそらく関孝和の助言の下で）編纂した『大成算経』全二十巻の第十二巻にある「円率第一」のこととされています（『明治前日本数学史』II，P.297）。（もっとも，後述のとおり，ここには少し問題があります。）この本は1683年頃から企てられ，第十二巻までは賢弘が中心になって1690年代の半ばに完成（賢弘30歳位），残る八巻は賢明が中心になって1710年頃に完成したという大変な書物で，関の仕事を含めて，それまでの和算の業績を系統的にとりまとめたものです。『綴術算経』の出版は1722年ですから，その内容の吟味に当っても『大成算経』の吟味は欠くことができません。現に上で注記したような疑問もあるにはあるのですが，今のところ私は双方の数値や術語を見比べて考えこむのが精一杯で，本格的な吟味にまでは到っておりません。そもそも，私には立元法（天元術）そのものがまだ分っていない状態なのですから。なお『大成算経』の簡単な解説は，『明治前日本数学史』II，pp.362–441にあります。

ところで，建部が s_n の代りに σ_n を用いたことについて，『綴術算経』では

> [1]「始(ハジメ)，関氏，角面冪［一辺の二乗］ヲ開平方ニシテ，各(オノオノ)角面［一辺］ヲ求メテ截周ヲ用ユ。今，角面冪ヲ以テ截周冪ヲ求ル者，開平方ノ功ヲ省(ハブク)也。是(コレ)，首(ハジメ)ヨリ冪数ヲ用ルコトヲ察スルニ非ズ。先(マヅ)，截周ヲ用テ後，玄探(フカクサグリ)テ冪数ヲ用ルコトヲ会ス」

としか書かれていません。これで見ると，建部の元来のやり方は数値計算による推定だったようですが，ここではそれと別個に，次のような計算をやってみました。



直径を R，$n=2$ とすると，$\overline{\mathrm{AC}} = \dfrac{R}{\sqrt{2}}$ ですから，

$$s_2 = 2\sqrt{2}R, \qquad \sigma_2 = 2^3R^2$$

次に，$n=k$ の正 2^k 辺形の一辺を $\overline{\mathrm{PP'}}$，その周長 $\sum \overline{\mathrm{PP'}}$ を s_k，$\sigma_k = s_k^2$ とし，$\overline{\mathrm{PP'}}$ に直交する直径を $\overline{\mathrm{AB}}$，両者の交点を Q とおいて，正 2^{k+1} 辺形における s_{k+1}，σ_{k+1} を求めてみます。明らかに

$$\overline{\mathrm{PP'^2}} = \left(\frac{s_k}{2^k}\right)^2 = \frac{\sigma_k}{2^{2k}}, \qquad \overline{\mathrm{PQ}}^2 = \frac{\overline{\mathrm{PP'}}^2}{4}$$

であり，これから $\overline{\mathrm{OQ}}^2$，$\overline{\mathrm{OQ}}$，$\overline{\mathrm{AQ}}$ を順次求めると，

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AP}}^2 &= \overline{\mathrm{AQ}} \cdot \overline{\mathrm{AB}} \\ &= \frac{(2^k \cdot R^2 - R\sqrt{2^{2k}R^2 - \sigma_k}}{2^{k+1}}\end{aligned}$$

これで正 2^{k+1} 辺形の一辺 $\overline{\mathrm{AP}}$ が求められ，

$$s_{k+1} = 2^{k+1} \cdot \overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{2^{2^{k+1}} \cdot R^2 - 2^{k+1}R\sqrt{2^{2k}R^2 - \sigma_k}} \tag{1}$$

$$\sigma_{k+1} = s_{k+1}^2 = 2^{k+1}R(2^kR - \sqrt{2^{2k}R^2 - \sigma_k}) \tag{2}$$

が得られます。(1) は，σ_k（または s_k）によって s_{k+1} を求める式，(2) は σ_k によって σ_{k+1} を求める式ですが，この二つを見比べると，s_n を辿って π に行くよりも，σ_n の極限値ないし近似値に到達した上で，最後に一度だけ平方根をとる方が，ずっ

と簡単であることは明白です。上の引用だけで見ると，建部はこの種のことをすべて数値計算で悟ったのかとも思えますが，この章の終りに次のような一節があるところから見ると，計算による推定の後では，彼も結局 (2) またはそれに類する法則を探り当て，そこから事を運んで行ったのではないかと想像されます。

> [2]「右，円ノ数，砕抹ノ術ヲ以テ截周冪ヲ求ルハ，理ニ拠テ数ヲ探ル者也。増約(ゾウヤク)ノ術ヲ累遍(ルイヘン)シテ極数(キヨクスウ)ヲ求ルハ，数ニ拠テ数ヲ探ル者也。零約ノ法ニ依テ率(リツ)数ヲ求(モトム)ルモ又(マタ)，数ニ拠テ数ヲ探ル者也。其(ソノ)，増約及(ヲヨビ)，零約ハ，各(オノオノ)，法術ニ依(ヨル)ト雖(イヘドモ)，本是(モトコレ)，数ニ拠テ探リ会シテ其(ソノ)法ヲ立(タツル)ユヘ，皆(ミナ)，数ニ拠テ数ヲ探ル者トス」

この内,「零約ノ法」――別の場所では「零約術」となっており，はしなくも「法」「術」の区別の曖昧さを示しています――は π の連分数近似の計算法,「率数」はその近似分数,「増約ノ術」――これまた「増約ノ法」とも呼ばれています――は無限級数の総和法

$$\sum_{n=0}^{\infty} ar^n = \frac{a}{1-r}$$

のことです。一方,「増約ノ術ヲ累遍シテ極数ヲ求ル」ことは以下で説明しますが，これは建部の最も著しい創意の一つといえる工夫です。

(ii-2)　累遍増約術

まず先の引用［1］に続いて，次の文章で始まる一連の計算法が示されます。

> [3]「其(ソノ)截周冪，四角以上ヲ以テ，逐テ前段ト相減ジテ余(アマリ)［$\delta_n = \sigma_n - \sigma_{n-1}$］ヲ各一差(カクイツサ)トス。後差ヲ以テ前差ヲ除シ［$\dfrac{\delta_{n+1}}{\delta_n}$ のことか］，探ルニ，逐差ノ数四分之一ノ極限ナルコトヲ会ス。即増約(スナハチゾウヤク)ノ術ニ依テ約法［分母 4］ノ内，一ヲ減ジテ余三ヲ以テ各一差ヲ約メ，各，其(ソノ)段ノ截周冪ニ加テ，一遍(ヘン)約周冪トス」

文中,「各一差」はハイフンらしい記号でつながれているので，これが術語のようです。各一差 δ_n を $n=2$ から始めるには σ_1 が必要ですが,『大成算経』では直交する二直径の和の平方 $(2R)^2, R=10$ として $\sigma_1 = 400$ が用いられています。もっとも，これは本質的なことではありません。また「後差ヲ以テ前差ヲ除シ」は一見 $\dfrac{\delta_n}{\delta_{n+1}}$ のようで,『明治前日本数学史』II，p.297 でもそのように書かれて

いますが，下で示す通り，これは $\dfrac{\delta_{n+1}}{\delta_n}$ でないと話が合いません。よもや書き誤りではありますまいが，これなども当時の語法をよく知らないので何ともいえません。「逐差ノ数四分之一ノ極限」は（「逐差が数 $\dfrac{1}{4}$ の極限……」とは読めないので，）逐差の比 $\dfrac{\delta_{n+1}}{\delta_n}$ の値のことでしょう。ここに「極限」という文字が見えますが，この部分は「$\dfrac{\delta_{n+1}}{\delta_n}$ が $\dfrac{1}{4}$ の限界をもつ」ことを言うのでしょう。もちろん，実数論に基づく極限値ではありませんが，しいていえば下限に当ることが，後段の「増約ノ術ニ依テ」以下を次のように整理すると明らかになります。

先に挙げた σ_{k+1} の式 (2) を

$$\sqrt{2^{2n}R^n - \sigma_n} = 2^n R - \frac{\sigma_{n+1}}{2^{n+1}R}$$

とし，両辺を 2 乗して整理すると，

$$\delta_{n+1} = \sigma_{n+1} - \sigma_n = \frac{\sigma_{n+1}^2}{2^{2n+2}R^2} \tag{3}$$

となり，これから

$$\frac{\delta_{n+1}}{\delta_n} = \frac{\sigma_{n+1} - \sigma_n}{\sigma_n - \sigma_{n-1}} = \frac{\sigma_{n+1}^2}{2^{2n+2}R^2} \cdot \frac{2^k R^2}{\sigma_n^2} = \frac{1}{4}\left(\frac{\sigma_{n+1}}{\sigma_n}\right)^2 \tag{4}$$

が得られます，もし

$$\lim_{n\to\infty} \sigma_n = (\pi R)^2$$

を認めるならば，

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\delta_{n+1}}{\delta_n} = \frac{1}{4} \tag{5}$$

となり，σ_n が単調増加数列であることに注意すれば，(4) は単調に減少して，その下限が $\dfrac{1}{4}$ となるわけです。

引用［2］その他から見て，建部はこの結果を，上のような「理」や「法」によってでなく，少なくとも最初は数値計算によって探り当てたのでしょうか。この努力と洞察力は大変なもので，ヨーロッパ数学でも，ニュートンやオイラーやガウスのような第一級の発見的数学者に見られる程度のことだと思います。

さて，ここでいよいよ「増約ノ術ヲ累遍シテ極数ヲ求ル」段階になるわけです。まず $R = 10$(寸) として，$n = 2, 3, \cdots, 10$ に対する σ_n を求めます。その数値は（『大成算経』の）「円率」参照というわけですが，図版中の「周冪」$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ 以下，σ_9 までの値は，いずれも有効数字 31〜32 桁です。（『明治前日本数学史』II, p.422 の値には誤りがあり，同書の後の部分から計算して訂正いました。）

$$\begin{cases} \sigma_1 = 400, \\ \sigma_2 = 800, \\ \sigma_3 = 937.2583\,0020\,3047\,9219\,1729\,8041\,2644\,8 \text{ 強}, \\ \sigma_4 = 974.3419\,8385\,5529\,5215\,5925\,5175\,7211\,1 \text{ 微強}, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \sigma_9 = 986.9480\,5396\,4673\,2317\,9520\,5907\,6580 \text{ 強} \end{cases} \tag{6}$$

この場合，このあとの計算を経て平方根をとると有効数字の桁は半減するはずですのに，現に『大成算経』の場合，$R = 1$ 尺に対する周の近似値は，25 桁まで正しい値

$$3.1415\,9265\,3589\,7932\,3846\,2643 \text{ 強}$$

となっています。まずこの事情がよく分りません。ところが，さらに『綴術算経』や『不休建部先生綴術』では，はっきり「千二十四角［正 2^{10} 辺形］ニ到(イタ)ル截周冪ヲ求テ四十余位ノ真数ヲ究ム」と書かれており，現にこの連載の第 1 回に示した（小数第 40 位まで正しい）数値が示されています。あるいは『大成算経』の「円率」（1695 年前後に完成）と『綴術算経』(1722) との間に，それとは別の「円率」が書かれていたのでしょうか。

さて，$(\sigma_1), \sigma_2, \sigma_3, \cdots, \sigma_{10}$ が定まると，式 (4)，気持の上では (5) を考慮して，各 σ_n に対し，それ以降の一差の比 $\dfrac{\delta_{n+1}}{\delta_n}, \dfrac{\delta_{n+2}}{\delta_{n+1}}, \cdots$ をすべて $\dfrac{1}{4}$ に改めた無限等比級数を作ります。そして「増約ノ術ニ依テ」その和 σ'_n を求めて「一遍約周冪」と名付け，新しい数列 $(6')$ とします。右辺の係数 $\dfrac{1}{3}$ は「約法［分母 4］ノ内，一ヲ

減ジテ」得た余りに他なりません。

$$\begin{cases} \sigma'_2 = \left(\sigma_2 + \dfrac{1}{4}(\sigma_2 - \sigma_1) + \dfrac{1}{4^2}(\sigma_2 - \sigma_1) + \cdots\cdots\right) = \sigma_2 + \dfrac{1}{3}(\sigma_2 - \sigma_1) \\ \sigma'_3 = \left(\sigma_3 + \dfrac{1}{4}(\sigma_3 - \sigma_2) + \dfrac{1}{4^2}(\sigma_3 - \sigma_2) + \cdots\cdots\right) = \sigma_3 + \dfrac{1}{3}(\sigma_3 - \sigma_2) \\ \quad\cdots\cdots\cdots \\ \sigma'_{10} = \left(\sigma_{10} + \dfrac{1}{4}(\sigma_{10} - \sigma_9) + \dfrac{1}{4^2}(\sigma_{10} - \sigma_9) + \cdots\cdots\right) = \sigma_{10} + \dfrac{1}{3}(\sigma_{10} - \sigma_9) \end{cases} \tag{6'}$$

次に「各二差」

$$\delta'_{n+1} = \sigma'_{n+1} - \sigma'_n \quad (n = 3, 4, \cdots, 10) \tag{3'}$$

をとり，前と同様に

$$\frac{\delta'_{n+1}}{\delta'_n} = \frac{\sigma'_{n+1} - \sigma'_n}{\sigma'_n - \sigma'_{n-1}} \quad (n = 3, 4, \cdots, 10) \tag{4'}$$

について，「逐差ノ数　一十六分之一ノ極限ナルコト」，つまり (4′) の下限が $\dfrac{1}{16}$ であることを認め (6) と同様の無限等比級数での置きかえによって「二遍約周冪」

$$\sigma''_n = \sigma'_n + \frac{1}{15}(\sigma'_n - \sigma'_{n-1}) \quad (n = 4, 5, \cdots, 10) \tag{6''}$$

を作ります。右辺の 15 は公比の分母から 1 を引いた値で，無限等比級数の和をとったことに当ります。

(4′) の下限が $\dfrac{1}{16}$ であることは，われわれならば簡単な計算によって，(3)，(5) から

$$\frac{\sigma'_{n+1} - \sigma'_n}{\sigma'_n - \sigma'_{n-1}} = \frac{1}{4}\frac{(\sigma'_{n+1})^2 - (\sigma'_n)^2}{(\sigma'_n)^2 - (\sigma'_{n-1})^2} = \frac{1}{4}\frac{\sigma'_{n+1} - \sigma'_n}{\sigma'_n - \sigma'_{n-1}} \cdot \frac{\sigma'_{n+1} + \sigma'_n}{\sigma'_n + \sigma'_{n-1}} \to \frac{1}{4^2}$$

とでもするところでしょう。原文では，以下「三遍約周冪」,「四遍約周冪」,「五遍約周冪」について，(4′) に当る比の極限が $\dfrac{1}{64}$，$\dfrac{1}{256}$，$\dfrac{1}{1024}$ であることを明記した後,「此ノ如ク増約ノ法ハ逐四因（チクシイン）ノ数［4^k］ナルコトヲ探リ会シテ，約周冪ノ遍ヲ累（カサヌ）ル増約ノ術ヲ用テ，定周冪ヲ求ム也」と書かれています。これがそのあと「累遍増約ノ術」と呼ばれる方法です。

$$
\begin{array}{cccccccc}
\boxed{\sigma_1} & \boxed{\sigma_2} & \sigma_3 & \sigma_4 & \cdots\cdots & \sigma_8 & \sigma_9 & \sigma_{10} \\
\searrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 & \boxed{\sigma'_2} & \boxed{\sigma'_3} & \sigma'_4 & \cdots\cdots & \sigma'_8 & \sigma'_9 & \sigma'_{10} \\
 & \searrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 & & \boxed{\sigma''_3} & \boxed{\sigma''_4} & & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & & \searrow & \downarrow & & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & & & \boxed{\sigma'''_4} & & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & & & & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & & & & \searrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 & & & & & \boxed{\sigma^{(7)}_8} & \boxed{\sigma^{(7)}_9} & \sigma^{(7)}_{10} \\
 & & & & & \searrow & \downarrow & \downarrow \\
 & & & & & & \boxed{\sigma^{(8)}_9} & \boxed{\sigma^{(8)}_{10}} \\
 & & & & & & \searrow & \downarrow \\
 & & & & & & & \sigma^{(9)}_{10}
\end{array}
$$

第２表　各行の $\boxed{}$ 印の 2 項により次項の 1 項が定まる

以上，要するにこの術は，(6) あるいはその計算をさらに細かくした第 1 次近似列をまず計算し，次にこれに極限算法的な一種の外挿法を施した第 2 次近似列を作り，後者に再び同様の外挿法を施して第 3 次近似列を作るという具合に，帰納的に (recursively) 手続きを進めて $\sigma^{(9)}_{10}$ にまで到達し，最終的な近似値 $\sqrt{\sigma^{(9)}_{10}}$ を得るものといえましょう（第２表)。

(ii-3)　累遍増約術に関する二三の注意

ここで注意したいのは，この部分の叙述が同じような文章の機械的な反復になっていることです。この種の，反復語法とでもいうべき叙述法は，「探招差法　第四」をはじめ，この本の中では何回か見られるのですが，一見，無味乾燥なこの語法の裏には，たとえ潜勢的であっても，帰納的定義というものの意識があったとは言えないでしょうか。もちろん，現代的知識を過去に投影することは重々慎しまねばなりませんが，一方，和算家が，意識的にせよ無意識的にせよ，それとは明確に述べていない考え方や説得術が，彼らの用いた言葉づかいの方から多少にもせよ探り出せはしないだろうか――私はそのようなことを考えています。さしずめ建部の反復語法などは，そのかなり明確な例になるように思うのです。

本題に戻りましょう。上の表から分るように，$\sigma^{(9)}_{10}$ に到る計算には，その表の

どの元も欠くことはできませんし，もちろん，n を 11 以上に伸ばさぬ限り，これ以上の計算はできません。ところで私はこれに加えて，仮に表の第 1 行の各元の値をもっと精密にしてみても，項数を 10 で止めている限り，$\sqrt{\sigma_{10}^{(9)}}$ の値には実質的な変化は生じないのではなかろうかと考えています。つまり上の計算の場合には小数第 40 位あたりに誤差の限界が現われるのではないかというわけです。このことはまだ確かめておりませんが，もし当っておれば，『大成算経』の「円率」での計算が，有効数字 31—32 桁の第 1 次近似列から始めて，同じく 25 桁の最終結果で終っていたのにも，同じような事情があるかもしれません。建部ならそこまで読んでいたとしても不思議はないように私は思うのですが，これは少し買いかぶりでしょうか。実は，彼が級数の収束の遅さ速さに注目し，かつそれに然るべき対処をしていたことは，「探弧数　第十二」のところどころからも十分うかがえることなのです。

話は少し前後しますが，建部がどのようにして

$$\frac{\delta_{n+1}}{\delta_n} = \frac{\sigma_{n+1} - \sigma_n}{\sigma_n - \sigma_{n-1}}$$

に注目し，そこから累遍増約術による外挿法を思いついたかは，以上の説明では分らず，また『綴術算経』にもせいぜい（前に本文に挿入した文を含む）次の一節以上のことは書かれていません。

> [4]「始（ハジメ），関氏，増約ノ術ヲ以テ定周ヲ求ルコトヲ理会（リカイ）シテ，一遍（ヘン）ニシテ止（トド）ム。故ニ十三万千七十二角［2^{17} 辺形］ニ到ル截周［s_{17}］ヲ求メテ，十五［〜］六位ノ真数ヲ究（キハ）メ得（エ）タリ。今，累辺増約（ルイヘンゾウヤク）ノ術ヲ用ルコトヲ探リ会シテ，千二十四角［2^{10} 辺形］ニ到ル截周冪［σ_{10}］ヲ求テ四十余位ノ真数ヲ究ム。是亦（コレマタ），首（ハジメ）ヨリ増約累遍ヲ用ルコトヲ察（サツ）スベカラズ。一遍ノ増約ヲ用テ後（ノチ），玄（フカ）ク探リ累遍スルコトヲ会セリ。」

一方，この建部の着想については，関に到る和算の歩みの中にその源を覗うことができます。このことは拙著『日本の数学・西洋の数学』（中公新書，1981）の中でやや詳しく述べましたが，要するに，関以前すでに正 2^{17} 辺形の周長 s_{17} の計算はできており，関はその上で

$$s = s_{16} + \frac{(s_{16} - s_{15})(s_{17} - s_{16})}{(s_{16} - s_{15}) - (s_{17} - s_{16})} = 3.14159265359 \text{微弱} \tag{7}$$

という計算をしていたのが，建部のヒントになっただろうという推測です。実際，(7) は，

$$\delta = \frac{s_{17} - s_{16}}{s_{16} - s_{15}}$$
$$s = s_{16} + (s_{16} - s_{15})(\delta + \delta^2 + \cdots + \delta^n + \cdots\cdots)$$

という「増約術」によって得られたものと解釈されるからです。（この解釈は建部よりやや若い松永良弼の註解にある由です（『明治前日本数学史』II，p.180）。）

私は少し前に，建部が σ_n の計算を $n = 10$ で止めた裏には，誤差の限界への配慮が働いていたのではあるまいかという推測を述べました。私はそのとき，建部の計算そのものの吟味と併せて，その当時ある程度知られていた $s_{11}, \cdots, s_{17}$，ないしその二乗である $\sigma_{11}, \cdots, \sigma_{17}$ などが，建部の新しい計算で，σ_n を何桁とり，n をどこまでとるべきかを見極める役に立っていたのではないかというようなことも，吟味する必要があるだろうと考えていたのです。電算機を使えば比較的簡単にできるのではないかと思いますが，ともかく一つの問題として提出しておきます。

ところで，建部の累遍増約術は，彼の全くの独創であると思われます。実際，私が 1980 年 1 月に，ドイツでの数学史会議でこの話をしたとき，ウォリスやオイラーの専門家である西独の Scriba 教授は，「オイラーもこんなことはやっていない」と感心し，“Moderne Algebra” で有名な数学史の専門家 van der Waerden 教授は，このあと示す XII 章の内容も含めて，「建部は本当に西洋数学を知らなかったのか」といって考え込まれました。また，そのあと同じ話をフランスでしたときも，これと全く同じ反応が，ライプニッツなど 17 世紀数学の専門家である Costabel 教授からありました。ともかく建部の独創と，それを支えた甚大な努力とには，誰しも心を動かされるというべきでしょう。そればかりではありません。実はウォリスやニュートン，あるいはオイラー，ガウスなど，一流の数学者の中には，異常なまでの数値計算からの洞察に支えられた卓抜な創造力の例が，おりにふれて見られるのです。ガウスのことは，高木貞治先生の『近世数学史談』の中にその片鱗を見ることができますが，特にウォリスとニュートンの場合については，その内に紹介してみたいと思っています。

(ii-4)　零約術

「探円数　第十一」には，この他，上で得た π の近似値から連分数によって近

似分数を求める方法と，暦算などの実用算の場合，算法の繁雑さと誤差の大小との兼ねあいが大切であるとの注意などが出ています。後者も数学の応用に関する建部の考え方を見る点で重要なのですが，ここでは前者についてだけ触れておきましょう。

連分数による近似分数の求め方はここでは「零約ノ術」と呼ばれ，この方法によると，上記の（小数 41 桁に及ぶ）π の近似値（「定周」）π_0 に対して，一群の近似分数を能率よく求めることができます。もっとも，「零約ノ術」即「連分数による方法」というわけではなく，関が前に用いていた「零約術」もありました。

関の零約術は，第一近似 $\dfrac{P_1}{Q_1} = \dfrac{3}{1}$ から始めて，

$$\begin{cases} \dfrac{P_n}{Q_n} > \pi \text{ならば} P_{n+1} = P_n + 3, \quad Q_{n+1} = Q_n + 1, \\ \dfrac{P_n}{Q_n} < \pi \text{ならば} P_{n+1} = P_n + 4, \quad Q_{n+1} = Q_n + 1 \end{cases}$$

とするもので，分母を 1 ずつ増すという能率の悪いものです。一方，建部の示す零約術は，彼の兄，賢明が創めたもので，賢弘はこれについても，「是亦(コレマタ)，首(ハジメ)ヨリ本術ヲ察スルニ非ズ。先(マヅ)，逐一ニ求ル術［関の方法か］ヲ用テ後(ノチ)，玄(フカク)探リテ真法ヲ会セリ」と書いています。その手続きを，記号は適宜用いながら，原文に則して述べてみましょう。この部分もまた，前に注意した反復語法の顕著な例であります。

「元数一ヲ置」つまり $\alpha_0 = 1$ とします。

$$\frac{\pi_0}{\alpha_0} = p_1 + \alpha_1,$$

整数部分 p_1 を「得商」，小数部分 α_1 を「第一ノ不尽」（「不尽」はここでは無限小数のこと）と呼び，「毎(ツネ)ニ少ヲ以テ多ヲ除(ワル)也」という註記があります。

$$\frac{\alpha_0}{\alpha_1} = p_2 + \alpha_2, \quad \alpha_2 \text{が「第二ノ不尽」，}$$

以下，$\dfrac{\alpha_3}{\alpha_4} = p_5 + \alpha_5$ まで同様の文が続き，最後に「此ノ如ク其(ソノ)段ノ不尽ヲ以テ前段ノ不尽ヲ除テ逐商(チクシヤウ)ヲ求ム」でこの部分が結ばれます。

次に π_0 の近似分数 $\dfrac{P_n}{Q_n}$ を求めるのですが，分母分子を別々に次のように作ってゆきます。

$$P_1 = \alpha_0(=1), \quad Q_1 = p_1(=3), \quad \frac{P_1}{Q_1}\text{は「一等ノ弱率」}$$

$$P_2 = p_2P_1 + \alpha_0, \quad Q_2 = p_2Q_1, \quad \frac{P_2}{Q_2}\text{は「二等ノ強率」}$$

$$P_3 = p_3P_2 + P_1, \quad Q_3 = p_3Q_2 + Q_1, \quad \frac{P_3}{Q_3}\text{は「三等ノ弱率」}$$

$$P_4 = p_4P_3 + P_2, \quad Q_4 = p_4Q_3 + Q_2, \quad \frac{P_4}{Q_4}\text{は「四等ノ強率」。}$$

以上を私のいわゆる反復語法で書いた後，「此ノ如ク，逐(オツ)テ次商ヲ以テ其等(ソノトウ)ノ径，周率ニ乗シ，前ノ等(トウ)ノ径，周率ヲ加テ，次ノ等(トウ)ノ径，周率トシテ，強弱漸親(ゼンシン)ノ率ヲ求ム」と結びます。結局，連分数による近似分数が，交互に過剰近似，不足近似を繰返しながら，次第に目標に接近することが述べられているわけです。

ついでながらこの後に，5 世紀の祖冲之がすでに

$$3.1415927 > \pi > 3.1415926;$$

$$\text{近似分数} \qquad \frac{22}{7},\ \frac{355}{113}$$

を見出していたという事実が，日本ではいつごろから知られたかを覗わせる記事があります。それによると，これが祖の業績であることは，『綴術算経』の書かれた年から 20 年あまり前（1702 頃）には，関も知らなかった様子が分ります。ただし $\dfrac{22}{7}$ は日本で古くから知られており，$\dfrac{355}{113}$ の方も関は別のルートから知っていたらしく，彼の近似分数の計算，零約術，はこの値に到達したところで終っています。ただしその方法で $\dfrac{355}{113}$ が得られるのは，その分母の作り方 $q_n = q_{n-1} + 1(= n)$ から明らかなように，第 113 回目のことになりますが，連分数による場合だと，「四等ノ強率」$\dfrac{P_4}{Q_4}$ で早くもそれに到達してしまいます。

最後に，ちょっとおもしろいと思うので，この部分の原文から，上記の祖の結果を述べた次の部分を引用しておきます。これは数学的真理に関する建部の考え方の一端が出ているように，私には思われるからです。

［5］「常（ムカシ），関氏円ヲ砕抹シテ定周ヲ求メ，零約ノ術ヲ以テ径周ノ率［22/7 その他］ヲ造（ツク）レリ。爾（シカ）シヨリ後二十余年ヲ歴（ヘ）テ隋志［正しくは『隋書』］ヲ観ルニ，周数，率数，咸（コトゴトク）邂逅（タマサカ）ニ符合（フゴウ）スル者有リ。咨（アア），祖氏（ソシ）也，関氏（クワンシ）也。邦（クニ）ヲ異（コト）ニシ時（トキ）ヲ殊（コト）ニスト雖（イヘドモ），真理ニ会（クワイ）スルコト相同（アイオナ）ジ。謂可シ妙ナリト」

私は，文中の「解逅ニ符合」と「妙」という文字に特におもしろみを感じます。そして彼がしばしば用い，ここでも用いている「会」という文字が，真理を理「会」するという人間中心の主観的な意味なのか，それとも外界に実在する真理に「会」遇するという意味なのか，改めて考えてみたい気になるのです。実際，真理が外界に実在するというのであれば，「符合」は「解逅（タマサカ）」ではなく必然であるはずです。しかし，それでは数学的真理が数学者の主体的な理解（あるいは理会）の中にあるとすれば問題はなくなるかというと，これもそうとは言えません。数学的真理の先験性を主張し，その真理の主観内在的な側面を強調する型の，プラトニズム的な見方を取るならば，「解逅」という言い方は，やはり異質になるのです。数学的真理は，内在にせよ外在にせよ，玄妙なものだと思いますが，建部のいう「妙」はそれとも少し違うようです。これはもはや数学や哲学の違いという以上に，思想的エートスの違いという感じです。

ところがこういうことを書いていながら，私自身の乏しい体験の中でも，当初の混沌たる数学的事実の中から，たまたま数学的真理の整った相が現われてきたりすると，理屈抜きで「数理の妙」というような気持になることがあります。してみると，先の文章なども，哲学的–思想的な狙いをもった文章ではなく，創造的な数学者の偽らざる感想と見ればよく，そこに本格的な思想的要素を求めるのは，本来筋違いのことなのかもしれません。しかしその反面，今までの所論や「自質説」に現われている彼の数学観はなかなか特徴のあるものであり，その実体はもう少し突きつめてみたい気がします。そしてそのためにも，「探弧数　第十二」の吟味は欠かせないのです。

第 4 回

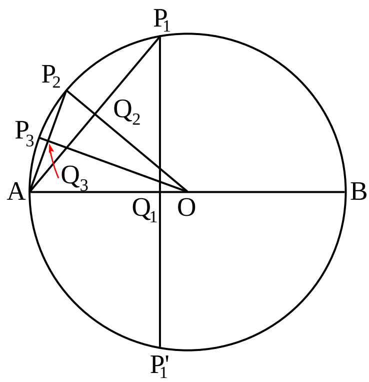
4. 『綴術算経』の術例 (つづき)

この本の最後の章である「探弧数」では，今までお預けにしてきた「質」の概念をはじめ，「不尽」という注目すべき概念などがその本来の形を現わしてきます。

(iii) 「探弧数　第十二」

この章では，初めに具体的な形で問題を与えることはせず，短い前文のあと直ちに問題解法の説明に入っています。しかしそのままの形では，求めている目標が，結果の出るまで分らない憾みがありますので，ここではまず問題と解法の要約から始めましょう。

(iii-1)　弧長の計算



問題は，直径 $R = 10$（寸）の円において，「矢」$\overline{\mathrm{AQ_1}} = x$ に対する弧 $\overset{\frown}{\mathrm{P_1AP'_1}}$ の半分 $\overset{\frown}{\mathrm{P_1A}} = s$ をとり，「半背冪」$s^2 = \sigma$ を x の式として表わそうということです。

まず $x = 10^{-5}$ に対する $\overset{\frown}{\mathrm{P_1A}}$（の近似値）を前章の方法，累遍増約術によって求めます。この計算の詳細は本文に出ていませんが，念のため簡単に補っておきます。

$\overset{\frown}{\mathrm{AP_1}}$ の中点を $\mathrm{P_2}$，$\overset{\frown}{\mathrm{AP_2}}$ の中点を $\mathrm{P_3}, \cdots\cdots$，また $\overline{\mathrm{AP_1}}$ と $\overline{\mathrm{OP_2}}$ の交点を $\mathrm{Q_2}$，$\overline{\mathrm{AP_2}}$ と $\overline{\mathrm{OP_3}}$ の交点を $\mathrm{Q_3}, \cdots\cdots$，とすると，

$$\begin{cases} s_1 = \overline{\mathrm{AP_1}} \\ \sigma_1 = (s_1)^2 (= \overline{\mathrm{AQ_1}} \cdot \overline{\mathrm{AB}}) = Rx \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_2 = 2\overline{\mathrm{AP_2}} \\ \sigma_2 = (s_2)^2 (= 4(\overline{\mathrm{AQ_2}} + \overline{\mathrm{P_2Q_2}}^2)) = 2R^2 - 2R\sqrt{R^2 - \sigma_1} \end{cases}$$

一般に $s_k = 2^{k-1}\overline{\mathrm{AP}_k}$，$\sigma_k = (s_k)^2$ とおくと，

$$\begin{cases} s_{k+1} = 2^k \overline{\mathrm{AP}_{k+1}} \\ \sigma_{k+1} = (s_{k+1})^2 = 2^{2k-1}R^2 - 2^k R\sqrt{2^{2k-2}R^2 - \sigma_k} \end{cases}$$

となることは容易にわかります。彼は，$x = 10^{-5}$ に対するこの計算を σ_6 まで行うのです。

ところで建部はどうして $x = 10^{-5}$ のような小さい値を選んだのでしょうか。それを見るには，この章の序に当る一つづきを顧みる必要があります。

少し長くなりますが，次にここまで述べた事柄に対応する部分を順に引用することにしましょう。最初に，いわば基本方針が提示されます。この部分の内容については，第 2 回 (3-iii) に取り上げた「砕抹数　第九」を参照してください。ただし「形質」の詳しい検討は，なお次回にまわします。

［6］「弧背(コハイ)ノ形質(ケイシツ)ヲ探(サグ)ルニ，半円ニ近(チカ)キ者ハ真数伏(シンスウカク)レ，辺(ヘン)ニ近(チカ)キ者(モノ)ハ真数顕(アラハ)ル。是(コレ)，半円ニ近(チカキ)ハ緯(イ)ニ属(ツキ)テ其規(ソノノリ)急ナリ。辺(ヘン)ニ近(チカ)キハ経(ケイ)ニ属(ツキ)テ其規舒(ソノノリヨコ)ナルニ依レリ。故ニ矢ノ極(キハメ)テ微(スコシキ)ナルヲ以テ其(ソノ)数ヲ探テ術ヲ索ルナリ。」

これに続いて，なぜ $x = 10^{-5}$ をとったかが示されます。文中，尺，寸，分(ブ)などが現われますが，この本では寸を単位にとっているので，尺は 10，丈は 10^2，また分(ブ)は 10^{-1}，厘(リン)は 10^{-2}，毛(モウ)は 10^{-3}，絲(シ)は 10^{-4}，忽(コツ)は 10^{-5} に当ることを注意しておきます。

［7］「始(ハジメ)，径一尺ニシテ矢一寸，矢二寸，矢三寸，矢四寸，等の定背［s_n］ヲ砕約(サイヤク)シ求(モト)メ，続(ツヅイ)テ又，矢四寸五分，矢四寸九分等ノ定背ヲ求テ其(ソノ)数ヲ探(サグル)ニ，半円ニ近者(チカキモノ)ニ於(オイ)テ敢(アヘ)テ拠(ヨリドコロ)ト為(ス)ルコトヲ会(クワイセ)ズ。」

このあと，関がこの問題を前に二度試み，建部自身も一度試みたが，「共皆(トモニミナ)，精(クハシカラ)ズシテ其(ソノ)術［を］廃(ハイ)シ」たことを述べ，ようやく上記の方針にたどりついたという話に入ります。

［8］「其(ソノ)矢一寸ノ半背冪［弧 $\widehat{\mathrm{AP}_1}$ の 2 乗］一十寸〇三強ト，矢一分ノ半背冪一寸〇〇三三強ノ数ニ依テ，予(アラカジメ)矢ノ極微(キヨクビ)ナル者，必(カナラズ)真数(シンスウ)ノ顕(アラハル)ベキヲ察(サツ)シテ，矢一忽ノ半背冪ノ定数ヲ求メ得テ其質(ソノシツ)ヲ探リ会セリ。」

(iii-2) 定差と定半背冪

そこで建部は，$x = 10^{-5}$ に対する σ_n を「截半背冪(セツハンハイベキ)」と名づけ，それを σ_6（$\widehat{\mathrm{P}_1\mathrm{AP}_1'}$ の 2^6 等分，したがって $\widehat{\mathrm{P}_1\mathrm{A}}$ の 2^5 等分に対応）まで計算します。そして $\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_6$

に前記の累遍増約術を施した結果（前回用いた記号によれば $\sigma_6^{(6)}$）の値

$$10^{-4} \times 1.\underbrace{00\cdots0}_{6\,\text{桁}}\underbrace{33\cdots3}_{6\,\text{桁}}\underbrace{511\cdots1}_{6\,\text{桁}}\underbrace{2\cdots75}_{31\,\text{桁}}\text{強}$$

を示し，これを「定半背冪」と名づけます。定半背冪はこのあと一連の計算の基礎になる数です。この部分の原文を引用しておきましょう。前回の「探円数　第十一」の話の中で，ほぼ同じ形の文章の繰返しを反復語法と呼び，そこから建部の考え方を覗い知る可能性はないかと述べましたが，次の引用もまた典型的な反復語法であることに注意してください。

［9］「矢一忽(コツ)ノ弧(コ)ヲ截テ二斜ト造(ナ)シ，次ニ截テ四斜ト造シ，次ニ截テ八斜ト造シ，次ニ截テ一十六斜ト造ス。逐テ此ノ如ク截斜ノ数ヲ倍シテ各(オノオノ)截半背冪ヲ求メ，累遍増約ノ術ニ依テ，定半背冪，一絲〇〇〇〇〇〇三三三三三三五一一一一一二二五三九六九〇六六六六七二八二三四七七六九四七九五九五八七五強ヲ得ル。」

彼はこれに続いて同じく $R = 10$ の円について，

$$x = 1 \quad \text{に対して} \qquad \sigma(1) = 10.\cdots$$
$$x = 0.1 \quad \text{に対して} \quad \sigma(0.1) = 1.\cdots$$

という結果を出し，

$$x = 10^{-5} \quad \text{に対して} \quad \sigma(10^{-5}) = 10^{-4} \times 1.0\cdots$$

という上の結果と併せて，$\sigma(x)$ の主要部が Rx（「矢径相乗」）であることを「探リ会」して，Rx を「汎半背冪」と名づけます.

以上のことを含めて，このあと一連の手続きは第 3 表（次ページ）の形に書いてみると分りやすいでしょう。以下では便宜上,「定半背冪」を δ_0 と書くことにします。

建部は，$n = 2, 3, \cdots, 6$ について，例によって反復語法的な説明を繰返し，「七差［d_7］以上は省略」と注記した後，δ_0，d_0；δ_1，d_1；から δ_6，d_6 までの数値表を与えています。そしてその後に，この計算方式を簡潔にまとめるわけです。このまとめは，（和算家独特の語法を交えた）漢文ですが——この本で「解題本術」のたぐいは一般に漢文で書かれています——，ここでは上の記号を援用して書き下してみます。

第3表

問題	$R=10$，$x=10^{-5}$ に対する δ_0 を R，x で表わせ。
(i)	「定半背冪」δ_0 を計算する。
(ii)	δ_0 がほぼ 10^{-4} に等しいことを確かめる。
(iii)	10^{-4} が R_x に等しいことを確かめる。
(iv)	$d_0=Rx$ を「汎半背冪」と呼ぶ。
(1-i)	「一定差」$\delta_1=\delta_0-d_0$ を計算する。
(1-ii)	δ_1 が d_0 より 7 桁下（原文「半背冪ノ首(シユ)位ヨリ七桁下(クダ)ル」），つまり第 10^{-11} 位の数であり，第 10^{-1} 位の数と $x^2(=10^{-10})$ との積であることを確かめる。
(1-iii)	$\delta_1\div x^2$ を計算し $(0.3333335\cdots)$，零約術 (連分数，前述) によって，その近似分数 $r_1=\dfrac{1}{3}$ を求める。（原文「零約ノ術ヲ以テ三之一ノ極限ナルコトヲ探リ索ム）
(1-iv)	$d_1=\left(\dfrac{1}{3}\right)x^2$ を「一汎差」と呼ぶ。
(2-i)	「二定差」$\delta_2=\delta_1-d_1$ を計算する。
(2-ii)	δ_2 が d_1 より 6 桁下の数であり，d_1 と $\dfrac{x}{R}(=10^{-6})$ との積の程度であることを確かめる。
(2-iii)	$\delta_2\div\left(\dfrac{x}{R}\right)$ を計算し $(0.5333336\cdots)$，零約術によってその近似分数 $r_2=\dfrac{8}{15}$ を求める。
(2-iv)	$d_2=\left(\dfrac{8}{15}\right)\left(\dfrac{x}{R}\right)d_1$ を「二汎差」と呼ぶ。
	（以下，一般に $(n-1)$ 段階が終った後）
(n−i)	「n 定差」$\delta_n=\delta_{n-1}-d_{n-1}$ を計算する。
(n−ii)	δ_n が d_{n-1} より 6（または 7）桁下で，$\left(\dfrac{x}{R}\right)d_{n-1}$ の程度の数であることを確かめる。
(n−iii)	$\delta_n\div\left(\dfrac{x}{R}\right)$ を計算し，零約術によってその近似分数 r_n を求める。
(n−iv)	$d_n=r_n\left(\dfrac{x}{R}\right)d_{n-1}$ を「n 汎差」と呼ぶ。

「此原術［「この一般方式」の意か］は，「矢径相乗［xR］」を汎半背冪とし，「矢自乗三除之［$\dfrac{x^2}{3}$］」を一差［d_1］とし，「置一差，矢乗径除，亦八乗一十五除之［$d_1\times x\div R\times 8\div 15$］」を二差［$d_2$］とし，［以下同様の文で］$d_2\left(\dfrac{x}{R}\right)\left(\dfrac{9}{14}\right)$ を三差［d_3］とし，$d_3\left(\dfrac{x}{R}\right)\left(\dfrac{32}{45}\right)$ を四差［d_4］とし，$d_4\left(\dfrac{x}{R}\right)\left(\dfrac{25}{33}\right)$ を五差［d_5］とし，$d_5\left(\dfrac{x}{R}\right)\left(\dfrac{72}{91}\right)$ を六差［d_6］とし，（七差以上，之ニ準ズ），それ

らの差をおのおの汎半背冪に加えて定半背冪とする。」

(iii-3) 定半背冪の吟味

くどいようですが，以上のことを現代流に書くと次のようになります。ただし下の［　］の形は原文に現われていません。

$$
\begin{aligned}
&\delta_0 = d_0 + \delta_1, \quad d_0 = Rx, && (r_0 = 1)\\
&\delta_1 = d_1 + \delta_2, \quad d_1 = \frac{1}{3}x^3 \left[= \frac{1}{3}\left(\frac{x}{R}\right) d_0\right], && r_1 = \frac{1}{3}\\
&\delta_2 = d_2 + \delta_3, \quad d_2 = \frac{8}{15}\left(\frac{x}{R}\right) d_1, && r_2 = \frac{8}{15}\\
&\delta_3 = d_3 + \delta_4, \quad d_3 = \frac{9}{14}\left(\frac{x}{R}\right) d_2, && r_3 = \frac{9}{14}\\
&\delta_4 = d_4 + \delta_5, \quad d_4 = \frac{32}{45}\left(\frac{x}{R}\right) d_3, && r_4 = \frac{32}{45}\\
&\delta_5 = d_5 + \delta_6, \quad d_5 = \frac{25}{33}\left(\frac{x}{R}\right) d_4, && r_5 = \frac{25}{33}\\
&\delta_6 = d_6 + \delta_7, \quad d_6 = \frac{72}{91}\left(\frac{x}{R}\right) d_5, && r_6 = \frac{72}{91}
\end{aligned}
$$

$$
\therefore \quad \delta_0 = d_0 + d_1 + d_2 + \cdots + d_6 + \delta_7 \tag{8}
$$

こうしてみると，最初に計算した δ_0 を「定半背冪」と名づけておきながら，すぐ上では，δ_7 を切捨てた値を改めて「定半背冪ト為ス」といっていることが分ります。これは，例によって和算の没論理的な性格の表われだとして，批判することもできましょう。というよりも，$\delta_n = 0$ となることがない限り，それは明らかに論理的矛盾です。しかしその反面，私は少なくともこの件に関する限り，それを単に没論理的などの一言で片付けるよりも，むしろ建部の心理にまで立ち入って多少とも彼の弁護をしてみたい気がするのです。その事情を次に述べてみましょう。

ここで第一に考慮したいのは，建部がこのあと直ちに試みている r_n（原文では「其(ソノ)逐差ヲ求ル乗除之数」）に関する分析です。その内容はすぐ説明しますが，それによると，彼はこのあと示す無限級数 (9) の各項，特に係数 r_n を求めるための一般法則をすでに知っており，求められれば δ_0 の値をいくらでも細かく計算できる状態に達していました。彼はたとえ意識しなかったとしても，この状態は今日の極限概念を容易に連想させるものです。また第二に考慮したいのは，(9) の

ような無限算法に関する彼の考え方で，これは r_n に関する分析の直後に述べられています。詳しいことは後にまわすとして，ともかくそこには，「不尽」という名の下で「無限」に関する一つの深い思索の跡が見られます。

そして以上の二つを念頭において考えると，建部にとって「定半背冪」δ_0 が外挿法的計算によつて得られた $\delta_6^{(5)}$ であるか，それを規則的に表わした $\displaystyle\sum_{k=0}^{6} d_k$ であるかは，さほど重大な問題でなく，彼の本当の狙いは，弧長 s の平方である「半背冪」σ そのものではなかったか，というふうに思われてくるのです。むしろ「半背冪」と「定半背冪」を区別したところなど，彼の理論的見識を示すものだと言えるのかもしれません。もっとも，私はここで建部のためにのみ弁じようとしているわけではありませんし，ここにはなお多くの論ずべき事柄が残っていますが，それもまとめて後にまわすことにして，まず，r_n の値に関する建部の分析について見てみましょう。

(iii-4) 乗除之数

彼はまず「逐差ヲ求ル乗除之数」r_n の「乗数」（分子）に注目し，それらが「一差一［r_1の分子 $=1$］ヨリ起（オコリ）テ，逐段一算ヲ増（マス）ノ元数［r_nの n］ヲ以テ各（オノオノ）自乗シテ，奇段ハ直（タダチ），偶段ハ倍（バイ）スル数ナルコトヲ探リ会」します。要するに，

$$\begin{cases} r_n\text{の分子} = n^2, & n\text{が奇数のとき} \\ r_n\text{の分子} = 2n^2, & n\text{が偶数のとき} \end{cases}$$

ということになります。

他方，r_n の「除法」（分母）は，「左数［第１因数］ハ一差三ヨリ起（オコリ）テ，逐段二算ヲ増（マス）ノ元数［$3+2(n-1)$］，右数［第２因数］ハ，奇段ハ一差一ヨリ起テ，一算ヲ逐増（チクゾウ）スルノ元数［$1+(n-1)/2$］，偶段ハ二差三ヨリ起テ，二算ヲ逐増（チクゾウ）スルノ元数［$3+2\times(n-2)/2$］」として，左右両数の積であることを「探リ会」します。要するに

$$r_n\text{の分母の第１因数} = 2n+1$$

$$\text{第２因数} = \begin{cases} \dfrac{n+1}{2}, & n\text{が奇数のとき} \\ n+1, & n\text{が偶数のとき} \end{cases}$$

ということになります。結局，

$$
\begin{aligned}
&(奇)\quad r_1 = \frac{1^2}{3\cdot 1},\quad r_3 = \frac{3^2}{7\cdot 2},\quad r_5 = \frac{5^2}{11\cdot 3}\\
&(偶)\quad r_2 = \frac{2\cdot 2^2}{5\cdot 3},\ \ r_4 = \frac{2\cdot 4^2}{9\cdot 5},\ \ r_6 = \frac{2\cdot 6^2}{13\cdot 7}
\end{aligned}
$$

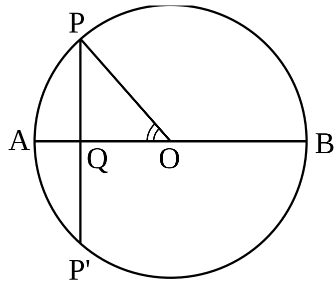
となるわけで，彼はそのあと，

$$
\begin{aligned}
&(奇)\quad r_7 = \frac{7^2}{15\cdot 4},\ \ r_9 = \frac{9^2}{19\cdot 5}\\
&(偶)\quad r_8 = \frac{2\cdot 8^2}{12\cdot 9},\ \ r_{10} = \frac{2\cdot 10^2}{21\cdot 11}
\end{aligned}
$$

までを表にして示しています。

ついでながら，建部の『円理弧背術』(発行年不明) には，さらに進んだ整理の結果が掲げられています (『明治前日本数学史』II，p.303)。すなわち，

奇数 n の r_n の分母分子に 2^2 を掛ける
偶数 n の r_n の分母分子に 2 を掛ける



$\overline{\mathrm{AB}} = 2,\ \overline{\mathrm{AQ}} = x,$

$\overset{\frown}{\mathrm{PA}} = s = \theta$

とき，r_1 以下の数は次の形になるわけです。

$$
\begin{aligned}
&r_1 = \frac{2^2}{3\cdot 4},\quad r_3 = \frac{6^2}{7\cdot 8},\quad \cdots\cdots\\
&r_2 = \frac{4^2}{5\cdot 6},\quad r_4 = \frac{8^2}{9\cdot 10},\quad \cdots\cdots
\end{aligned}
$$

この形を用いて上の (8) を書き直すと，

$$
\delta_0 = Rx\left(1 + \frac{2^2}{3\cdot 4}\left(\frac{x}{R}\right) + \frac{2^2\cdot 4^2}{3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}\left(\frac{x}{R}\right)^2 + \cdots\cdots\right) \tag{9}
$$

となり，その任意の項を書くことは難事ではありません。

さらに，$R=2$，$\angle\mathrm{POA} = \theta$ とおけば，

$$
\overset{\frown}{\mathrm{PA}} = s = \theta,\quad \overline{\mathrm{AQ}} = x = 1 - \cos\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2}
$$

となり，(9) の両辺を R^2 で割って δ_0 を $\sigma(=s^2=\theta^2)$ で置きかえると，

$$\left(\frac{\theta}{2}\right)^2=\frac{2}{x}+\frac{2^2}{3\cdot 4}\left(\frac{x}{2}\right)^2+\frac{2^2\cdot 4^2}{3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}\left(\frac{x}{2}\right)^2+\cdots$$

$$=\sin^2\frac{\theta}{2}+\frac{2^2}{3\cdot 4}\sin^4\frac{\theta}{2}+\frac{2^2\cdot 4^2}{3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}\sin^6\frac{\theta}{2}+\cdots$$

となりますが，ここでまた

$$\sin\frac{\theta}{2}=t,\quad \frac{\theta}{2}=\mathrm{Sin}^{-1}t$$

とおくと，

$$\frac{1}{2}(\mathrm{Sin}^{-1}t)^2=\frac{1}{2!}t^2+\frac{2^2}{4!}t^4+\frac{2^2\cdot 4^2}{6!}t^6+\cdots\cdots \tag{10}$$

というテイラー展開が得られます。

(iii-5) 不尽の概念

r_n に関する話が長くなりましたが，今度は建部における無限概念（「不尽」）について検討してみましょう。これは大切な部分なので，その部分の全文引用から始めることにします。文章を前半と後半に分けたのは説明の便宜上のことで，原文は段落なしに続いています。

［10］「乗除［分数 r_n］の段数［n］ヲ以テ，原術ノ如(ゴト)ク逐(チク)差ヲ累(カサネ)テ半背冪ヲ求(モトム)ル時ハ，砕抹(サイハツ)スルコトヲ用ズシテ真(マコト)ニ真数ヲ得ル。是乃(コレスナハチ)弧背自然ノ質(シツ)ヲ尽(ツク)ス者(モノ)也。是(コレ)ニ依テ会(クワイ)シ得ベシ，弧円ハ不$_{(ル)}$尽(ツキ)ヲ以テ求ムベキコトヲ。

蓋，数(カズ)ニ尽(ツク)ルアリ不$_{(ル)}$尽アリ，術ニ尽(ツク)ルアリ不$_{(ル)}$尽アリ，質ニ尽ルアリ不$_{(ル)}$尽アリ。所謂(イハユル)，四之一［1/4］，五之一［1/5］ノ如(ゴト)キハ数(カズ)ノ尽(ツクル)也［$1/4=0.25$，$1/5=0.2$］。三之一，七之一ノ如(ゴト)キハ数(カズ)ノ不$_{(ル)}$尽也。加減(カゲン)，因乗(インジヨウ)［$+$，$-$，$\times$］ノ如(ゴト)キハ術ノ尽(ツクル)也，帰除(キジヨ)，開方(カイハウ)［$\div$，$\sqrt{\quad}$］ノ如キハ術ノ不$_{(ル)}$尽也。方囲(イ)直積(チヨクセキ)［長方形面積，直方体体積］ノ如(ゴト)キハ質(シツ)ノ尽ル也。円周，弧積ノ如(ゴト)キハ質ノ不$_{(ル)}$尽也。乃(すなわち)，弧円ノ属(タグヒ)ハ質不尽$_{キ}$シテ術モ不尽$_{キ}$，術不尽

キシテ数モ復(マタ)不(ル)尽者(モノナリ)也。而(シカ)ルヲ人皆，其(ソノ)質ヲ識(シル)コト無ク，疑惑(ギコク(ママ))シテ，譬(タトヘ)バ句股ノ弦［ピュタゴラスの定理］ヲ求メ，或(アルヒハ)錐壔(スイタウ)ノ積ヲ求ルガ如ク，質ヲ尽シ術ヲ尽シテ求ンコトヲ意(オモ)ヘリ。豈(アニ)敢(アヘ)テ得(ウ)ルコト有(アラ)ンヤ。」

［10］の前半を見ると，π や σ など，円に関する数値については，その対象，つまり円という形の本質から生ずる必然のなりゆきとして，無限算法が現われざるをえないという考え方に，建部が到達していたことは確実だと思われます。つまり彼は，σ を正しく表わす式が (8) の δ_8 以下を切捨てたような有限級数ではありえず，(9) のような無限級数でなくてはならないことを，はっきり意識していたに違いないのです。

ところがそうはいっても，彼はたとえば (9) を

$$\delta_0 = Rx\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2\cdot(2n)^2}{(2n+2)!}\left(\frac{x}{R}\right)^n \quad (\text{ただし } 0! = 1) \tag{9'}$$

というふうに，一般項を用いて書くことはしていません。反復語法その他，彼が使えた表現形式の中には，任意の値をとりうるこの n のような文字記号はなかったのです。そしてこれは，建部の数学における無限算法を拘束する一つの条件になっていると思われます。というよりも，和算の記号法は最後までこの種の変数記号には到達せず，それが和算のその後の展開を著しく阻げたと私は考えるのですが，いかがでしょうか。

この事実は記号的実現に関する一見些細な事柄のようですが，西洋近世数学史の大きな原動力になっていることを注意しておきます。ただしそれが実は大変な一歩であったことは，建部よりさらに何段か明晰に数学的帰納法の本質を掴んでいたと見られるパスカルでさえ，上の n のような任意の自然数を示す記号を用いる段階には達していなかったことを付け加えておきます。

ところで，建部が (9) あるいは (9′) のような無限級数表示を使わなかったことについては，なお一つ考慮すべき要素があるように思います。そしてそれはおそらく和算の伝統に深く根ざし，むしろその本質にもつながる態の事柄であるだけに，一段と重要な意味をもつのではないかと私は思っています。

実は，和算家にとって一番大切な問題は，理論の整備でも証明でもなく，結局は計算によって答を出すことだったと言われています。そうだとすると，無限等

比級数の和（これも本当は極限値）のように古くから知られていて，増約術で処理できる場合は別ですが，「不尽」の算法とは，算法でありながら最終ぎりぎりの結果の計算ができないという，いわば自家撞着的な概念だったのではないでしょうか。なるほど，近代的な極限概念はその「矛盾」を克服ないし回避する一つの方策です。現在，人はたとえ極限値が具体的に計算できない場合でも，そこに一般的な「真の値」の所在を認め，実際の計算には，その「真の値」に対する「近似値」でその場にふさわしい値を用いて満足しています。しかし上記のような和算の伝統の下にあった建部としては，「極限」のような概念的な救済策は考慮外のことだったのではないでしょうか。あるいはむしろ，上の引用［10］を通して示されている「不尽」の議論そのものが，和算における「極限の哲学」となり，その後の和算家たちが無限級数を扱う際の（論理的とはいわぬにせよ）少なくとも心理的な支えとなっていたとはいえないでしょうか。もちろん，これは和算の「極限」論の弁護をしているのではありませんが，またそれをけなしているものでもありません。私はただ，ここに和算の一つの実際的性格が認められるといっているのです。そして，まだ十分に検討した上でのことではありませんが，上の「不尽」の哲学は，松永良弼の『方円算経』(1739) を初めとする，建部以後の無限級数の取扱いの基礎になっているのだろうと考えています。

一方，ここでも，西洋近世の解析学で，極限概念がその基礎であることが明確に自覚され表現されたのは，建部より半世紀ばかり年少のダランベール (1717–1783) 以後であったことを付け加えておきます。

なお，元来，和算で「不尽」といっていたのは，割り算などで現われる，割り切れない端下（はした）のことだったと聞いています。この概念を分析し，数の不尽をもたらすような可能性のある術を不尽の術と呼び，さらに，本質上，不尽な術による他のない型の問題を質の不尽と呼び，この最後の場合には無限級数という不尽の術の介在も余儀なしとしてこれを積極的に肯定したのは，たとえ今日の立場から見ていくつかの論理的弱点が目につくとしても，和算家における「理論家」建部の面目を示すものだと私は考えているわけです。

このようにしてみると，少なくとも数学的テクニックに関する限り，建部あるいは関や松永の頃までの和算が到達していた高さは，同じ時代の西洋数学とさほど大きな差はなかったとする見方にも，かなりの根拠はあると思います。実際，

当時の西洋数学における「無限小」や「窮極」などの概念にも，やはりそれなりの論理的弱点は含まれていましたし，建部がしばしば行っている暗中模索的な試みは，ニュートンなどにも見られます。ニュートンの二項定理を先駆したウォリスの場合など，不思議なほど建部と似たところがあるくらいなのです。ただ違うのは，西洋の場合の理論的伝統と，なかんずくニュートンの力学に結実するような，壮大な数学的世界構想という態の，思想的–哲学的要素の有無ではないでしょうか。建部の「不尽」の概念自身，西洋の「無限」概念の伝統と見比べると著しく色褪せる思いがするのですが，しかもそれはそれ以上に展開されなく終ってしまいます。私はその根底に，日本の数学のというよりも，日本文化一般のこの方面での思想的創造力の貧困を痛感せずにおれません。——そして実をいうと，私が，和算史を専門とする者でもないのに，今回のような解説を試みた一つの理由も，われわれの文化的伝統におけるこの弱点を自覚し，ひいてはそれを超克する手懸りにしたいという気持が働いていたのでした。

少し脱線気味になりましたが，事のついでにもう一つ述べてみたいことがあります。建部の r_n の分析を話したとき，彼は $n = 1 \sim 6$ に対する r_n の形を見極めた上で，同じ法則が $n = 7$ 以後も続くことを少しも疑っていませんでした。しかし本当は，$n = 1 \sim 6$ でなりたつことが $n \geqq 7$ でもずっとなりたつという保証はありません。彼がそれを疑わなかった裏には，単なる数学的法則を超えた，いわば数理の調和への信頼——彼の用語でいえば「妙」（第 3 回の最後の引用 [5]）や「玄妙の真実」（第 2 回，3–[10]）などがそれに当りましょうか——があったと考える他ありません。「玄妙」などというと奇妙に聞こえるかもしれませんが，同様の考え方が当時の西洋にもあるのを見ますと，むしろそこに微妙なものを感じます。たとえばウォリスは同じような推測的発見を「連続の法則によって (ex lege continuitatis)」行い，ニュートンはそれを継承した仕方で二項定理を発見しているという事情が認められるのです。

もちろん，これは今では，矢 x の関数としての $\sigma(x)$ が x の解析関数だからというふうに説明できることです。しかしそのような数学的説明もさることながら，この種の信頼の念がウォリスにもニュートンにも，その他多くの優れたヨーロッパの数学者に均しく現われており，それがその人達の仕事の深い原動力になっていたという事実の方が，私にはずっと意味深いことのように思われるのです。数

学を本当に動かす力は，一つは経験的学問とのつながりであると共に，また一つには，数学的世界の調和へのこうした信頼ないし信仰めいた打ち込みではないでしょうか。そしてこの点に関していえば，建部の仕事は，その方面における日本の貧しい思想的伝統の中では際立って高いものと言ってよいでしょうか。

建部の「不尽」に関して，私はまた，それが西洋的な無理数の概念に，和算的枠組の中では最も接近していた例ではないかと考えていますが，これについては，拙著『日本の数学・西洋の数学』（1981，中公新書）ですでに多少書きましたので，ここでは省略することにします。

別に，建部の得ていたと見られる式 (9) とそれから導かれた式 (10) との関連について一言しておきます。(10) は，オイラーのヨハン・ベルヌイ宛ての手紙 (1737) に初めて見られるもので，『綴術算経』の書かれた 1722 年より 15 年おくれていることになります。この点を捉えて，$(\mathrm{Sin}^{-1}x)^2$ のこの展開は，建部の方がオイラーより早いという言い方をする人もあるようですが，そういう言い方は，学問的な意味での数学史においては十分警戒すべき言い方でありましょう。というのは，この両者の間には，理論構成の伝統（これは西洋が圧倒的に強い）や計算技法の伝統（よくは分らないが，この点に関する限り，少なくとも当時の段階では和算の方に分があったかもしれない）などの上で大きな距たりがあったこと，しかも上の二つの式は完全に同じ形ではなく，その関係は三角関数，逆三角関数などの概念を自明のこととして確かめられていること，その他いろいろと勘定に入れるべき要素があって，単純な年代比較だけですむ問題ではないからです。言うまでもなく，今日から見て同等なものが必ずしも歴史的に同等ではありませんから，これは，建部とオイラーがほぼ同じ時期に，少なくとも実質的には同等な結果を出していたということを注意するぐらいが，妥当なところでしょう。仮に建部の偉さや当時の和算の高さを強調したいという場合にも，今述べたことだけですでに十分だろうと私は考えています。

「探弧数　第十二」には，このあと，矢 x の値が大きい場合について，(9) よりも計算に便利な——つまり (9) よりも収束の早い——級数について二つの別項があります。それは，$\dfrac{x}{R}$ の級数の代りに $\dfrac{x}{R-x}$ の級数を用いる方式（「矢径差除求差者」）と，$\dfrac{x}{R-kx}$ の級数を用いる方式（「探除法用拋段数」）の二つですが，こ

の話は省略し，ただこの「除法ニ矢ニ拠ル段数ヲ用フルコトヲ探ル」の最後の一段は，上の「質」に関する論議のしめくくりとして，引用しておきましょう。

［11］「右，弧数　逐差乗除ノ段数ハ，数ニ拠テ数ヲ探ル者也。背ヲ求ル術ハ数ニ拠テ法ヲ探ル者也。蓋シ円周弧背等ハ，数ニ於(オケ)ル，術ニ於(オケ)ル，皆，理ニ拠テ探ル時(トキ)ハ必(カナラズ)得ベカラズ。純(モハラ)，数ニ拠テ探リテ即(スナハチ)得ベシ，是(コレ)，弧円ノ質(シツ)ナリ。」

〔付記〕　前回 p.29，(6) に対し，和田秀男氏から有効数字 52 桁の σ_{10} までの表を頂きました。それにより，σ_9 の小数第 19 位以下 (2059 $\cdots$) が，正しくは (11059 $\cdots$) だったことに気付きました。（原書その他に誤記のあることは変りません。）和田氏に感謝いたします。

(

第5回

5. 「自質説」の検討

私は今まで『綴術算経』の具体的な例に沿って，建部の数学的業績とその陰にかくれている数学思想の片鱗を見てきましたが，今度は最後の章である「自質説」を中心に，その数学観について見ようと思います。これまで残してきたいくつかの概念の検討には，ここで一応の結着をつけるつもりですが，もとより私の現在の力からして，そこにいくつかの不明な点が残ることも止むをえませんでした。私としては，これを叩き台として種々の批判が頂けることを期待しています。

さて今まで折に触れて述べました通り，建部は和算家として，一つの方法論をまとめた程度に哲学的–思想的ではありましたが，今日のわれわれの立場で哲学的議論として見ると，概念構成や理論構成の点になお多くの不備があったと言わざるをえません。そしてそれは一つには，やがて見る当時の哲学的伝統——朱子学——の影響であるようですが，ともかくその数学論には独特のものがあり，また，たとえば発見者の心理が反映しているという意味などにおいて，心理的なおもしろさを含んでいることも，既にお話しした通りです。

そこで以下「自質説」を読むに当っては，当時の哲学思想に多少の考慮を払うと共に，心理的な方向からの考察にも応分の意味を認めようと思います。前者については，さしあたり『大成算経』の冒頭の部分を手懸りにします。一方，「心理的」な面では，特に彼が旧師，関孝和に懐いていたかに見える屈曲した感情に注目しますが，この方は，一旦「自質説」の本文を読んだ上で，必要に応じて『綴術算経』の中から関に関する記述を抜き出しながら，私なりの試論を示してみたいと思っています（次回）。

(i) 『大成算経』首篇——「数」と「算」——

『大成算経　首篇』の「算数篇」には，第一巻以後二十巻の構成原理が示されています。それは建部をはじめ，当時の学者一般を支配していた「数の哲学」というべきもので，（詳しいことは知りませんが，）朱子学ないしその源泉の一つである周濂渓(れんけい) (1017–1073) の『太極図説』あたりが，その原型のようです。ただし，それは全巻の構成をもっともらしくするための一応の理屈で，はっきり言えば，当

時の学問書に見られる一種の知的装飾と見てよいものではありますまいか。少なくとも，その哲学と今まで述べてきた建部の数学的業績との間には，ほとんど何の直接的つながりも認められないでしょう。朱子学的な数の哲学は今日の意味での数学と全く無縁であるのに対して，建部の業績の方は確かに後者の線上にあるからです。

ところが，ここで心理的問題にまで立ち入ろうとすると，この種の事柄も必ずしも無視できなくなってきます。それは結局，どんな人物のどんな仕事も——今日のわれわれにも当ることですが——その時代の知的エートスから，完全に脱出することはできないということに他なりません。かといって，ここで朱子学的な数の哲学に深入りすることはわれわれの現在の目的から離れすぎますし，そもそも私の手におえません，そこでここでは，これに関する私の見方——偏見や誤解の少なくない見方かもしれませんが——を先立てて話すことにしましょう。まず参考までに『大成算経　首篇』の「算数篇」から，その冒頭の部分を処々抜き出してみます。

「算者数也。数言万物本具之体，算言已顕而相為之用也。蓋混沌本無極而太極。是衆理之肇。動而生一焉。一者陽也奇也。是数所始。……。一数静而生二焉。二者陰也偶也。是数所成。……。既而奇偶両数相生，……，加減両技相備，則自是交感積数而分大小之名儀焉。……。」

これはなかなか難物です。このはじめは，「算ハ数ナリ。数ハ万物本具ノ体ヲ言イ，算ハ，スデニ顕レテ相為スノ用ヲ言ウナリ。」と読むのでしょうか。数とは万物が本来具えている隠された本体（朱子学でいう太極あるいは理）であり，算とは本体が形に顕われて互いに作用しあう働きである，というくらいに解釈しておきます。周子の『太極図説』（上記）は，宇宙の本体が「無極而太極」（つまり，形も何もないが，そこから万物が生成される源）であり，その太極が動くと陽を生じ，静止すると陰を生じ，さらに木火土金水の五元が生じ，そこから，特に陰陽二気の交感によって，万物が生ずるというような自然哲学が展開されているので，それを頭におくと，以下しばらくは何とか読めます。要するに「混沌は無極而太極で，多くの理の発端である。これが動いて一を生じ，静止して二を生じ，前者が陽あるいは奇，後者が陰あるいは偶である。」実は，上の引用で……にした部分はもっと分りにくいのですが，それらも含めて，「奇偶両数が互いに生じ，……，

加減の両算法が備わると，おのずからそこに，積まれた数が交感して大小の別が分れる」というふうなことなのでしょう。

ところで私に多少とも興味があるのは，上の引用の最初の部分，すなわち，数を万物に内在する真実在的なものとし，算をそれが形に顕われた，いわば現象的なものとする見方です。というのは，私はここで，この「数」という言葉を，宇宙の底に隠されて，アプリオリに存在する真理に対比し，「算」の方を，算家が算盤や算木を用いてその真理に迫る方便と対比することはできないだろうかと考えているからです。これは，私が西洋数学思想への以前からの関心の上に，「自質説」の解釈を頭において試みた勝手な推測ですが，さりとて全く無根拠な推測ではなく，朱子学についての乏しい知識をやりくりして作り上げた窮余の知恵とお考え下さい。その当否については専門家の御教示を待ちたいと思います。

御承知の通り，朱子学は孔孟以後の儒学の伝統の中，特に周子の『太極図説』や程(てい)伊川 (1033–1107) の理気二元論などを総合してまとめられた一大哲学体系で，単に自然哲学であるのみでなく，人間学–倫理学という性格をもつものです。程子の理気二元論というのは，約言すれば，万物生成の基である陰陽の気（現象）に対し，その底に理（本体ないしは法則）が相伴って働いているとする哲学といえましょうが，さらに人の性についても，理は純粋至善な本然の性，気は偏駁——この言葉は以下の (ii) で重要な役割をします——で不善な気質として，人の性の中にそれぞれ付与されており，凡人は修養によって後者の気質を脱却し，純粋な本然の性を体現している聖人の域に近づくことができると説いています。私が上で述べた考え方は，これにならって，算聖を，宇宙に内在する隠された数理に合致する人物と解し，凡百の算家を，その域にまで至らぬながら，種々の方策を講じてそこに迫ろうとする者としようとするものです。

なおここで，朱子学でいう「理」と建部が用いた「理」との間にはどんな関係があるか，という問題が生じます。そして私のこれに対する答えは，第 2 回，3-(iv) で試みたのと似た精神で，今日の数学における理由や根拠と対置できるような狭義の理——たとえば立元法による根拠づけ——と，今日から見れば極めて超越的な朱子学的な理とを分けて考えてはどうかというものです。前に戻って一々の吟味はしませんが，この解釈をとれば，『綴術算経』に現われた「理」の種々相にも一応の整理がつきそうに思われます。なお，狭義の理については，関の業績との

対比の下で，この他にも考えていることがあるのですが，それは (iii)（次回）で述べることにします。

(ii) 「自質説」本文と一応の解釈

「自質説」は『綴術算経』のまとめですから，その一句一句には，しばしば本文の具体的問題や注釈が対応しています。しかしそれらの細かい詮索は後まわしにして，まずその本文を読むことにしましょう。

自質説　一条

［1］［a］算ノ数ノ心ニ従フトキハ泰シ，従ハザルトキハ苦ム。［b］所謂，心ニ従フハ，即質ニ従フナリ。［c］其従フ所以ハ，其事，未会ザル以前ニ，必得可ヲ肯ズル心有ユエ，疑フコト無シテ泰ニ居ル。泰ニ居ルユヘ常ニ為テ止ズ。常ニ為シテ止ザルユヘ，成得ズト云コトナシ。［d］従サル者ハ，其事未ダ会セザル以前ニ，得可ヲモ得可カラザルヲモ料ルコト無シテ疑フ。疑フユヘニ苦ミ屈ス。苦ミ屈スルユヘ成得コト難シ。

［2］［a］吾，算ヲ学テヨリ，常ニ安行ナランコトヲ意テ算法ニ苦ムコト久シ。蓋，是，未自己ノ質分ヲ不尽［尽サザル］ユヘナリ。［b］徐六旬ニ及ハントスル比，自生レ得ル本質ノ偏駁ナルコトヲ実ニ識得テ，算ノ数ノ質ニ従フコトヲ肯セリ。

［3］［a］嗚呼，自己粋偏ノ本質ハ人人生レ得ル儘ニシテ，学ヒ尽スト雖，更ニ増長スルコト無ク，又，廃忘スト雖，些モ損消スルコト靡シ。［b］乃，其偏質ヲハ思議スベシ。粋質ヲハ思議スヘカラズ。人人自此質分ヲ不尽［尽サズン］バ，敢テ算ノ質ニ従フ真実ヲ会スヘカラス。［c］然ルニ人皆，質分ノ粋偏，生得ノ自然タルコトヲ暁ラズ，学尽シテ後ハ，咸通明ニシテ力ヲ用ルコト無ト為リ。惑ヘル哉。此如ハ純粋ノ質ハ学テ得ル者ト思ヘル也。如何ソ学テ純粋ノ質ニ変成スルコト有ンヤ。［d］蓋，其質分ヲ尽シ道ニ体スルトモ，生得ノ質ハ便生得ノ質ニシテ，動クコト無ク変スルコト無ク，亦惑可コトモ無ク，還明ナル可コトモ無ク，而モ毎ニ事ニ臨テハ難易ニ従テ力ヲ不用［用ヒズ］ト云コト無耳。

［4］［a］亦，嘗聞，或其芸ヲ呑ト。是ハ此，本質ノ純粋ナル者ヲ謂フ歟。［b］熟思フニ，芸ヲ以テ己ニ従ヘテ自心ノ中ニ容ルトキハ，可議［議ル可］ト不可議［議可ザル］トノ分有ルユヘ，其可議キ限ハ我ニ従フト雖，不可議ニ到テハ，我ニ従ハサルコト有リ。［c］吾ハ謂フ，自己ヲ以テ些モ忤フコト無ク，咸算ノ中エ入トキハ，自心ト道ト混一ニシテ，可議［議ルベ］キハ可議クシテ我ニ従ヒ，不可議［議ルベカラザ］ルハ不可議［議ルベカラズ］シテ又我ニ従フ。是乃道ニ体スルノ一端也矣。

［5］夫，算ノ道ヲ心ニ知テ言ニ説者ハ不実ナリ。道ニ体シテ事ヲ行フ者ハ真実也。此道ニ体スル真実ハ，敢テ不可思議［思議ス可カラザル］者也。而ルニ其思議スヘカラサル真実ニ於テ自是ヲ修スルニ，吾，生得ノ質ニ随フ一个ノ則有コトヲ肯得タリ。然レトモ吾，道猶未熟ス。故ニ之ヲ説サル也。其言ヘキヲ肯シテ後ニ言コト有ン歟。是即吾偏質也。蓋，純粋ノ質ニシテハ，総テ一字トシテ説ヘキコト無シ。何ヲカ説コト有ン。其説コト有ルハ即是生得ノ偏質ヲ説者也。凡，生得粋偏厚薄ノ質，人人斉者有コト無シ。是ヲ以テ吾，算ノ質ニ従フ所以ヲ説コト正ニ此ノ如ト雖，人モ亦，質ニ従フ所以ハ是ノ如シト云ニ非ス。故ニ如算ヲ学フ者，此説ヲ聴テ，従ニ是トスルコト無レ。又，空シク非トスルコト無レ。唯，人人自己ノ生レ得ル質ヲ実ニ識得テ，質ニ従テ，算ノ数ノ真実，質ニ従フ所以ヲ説ヘキ也。

私は，この文章の主旨を本当に理解しているとまでは言いませんが，(i) で述べたことを下敷きにすると，建部の考えはそれなりにつじつまを合わせられるように思います。以下はその立場からの一応の解釈です。

［1*-a］「［人間の行う］算が，「［隠された実体である］数ノ心ニ従フ」ならば，［つまり算家の技法が数学的本質に沿って働く場合には,］その算は［自信に満ちて］泰然悠々たるものだが，本質に逆らって働く場合には苦渋に満ちている。［b］ここで「数ノ心ニ従フ」というのは，［問題の］「質ニ従フ」ことである。」

「自信に満ちて」という挿入は，このあとの所論も勘定に入れての解釈によるものです。

「質」の元来の意味は物に対する対価のことのようですが，普通には実体，根元，あるいは稟性（生れつき）などの意味に使われます。そこでこれが，「数」を万物の内在的実体とする当時の考え方の線上にあることは当然考えられましょう。「探砕抹数　第九」で「円の形［の］質」といったのもこの種のことでしょうが，この先もまだ考慮すべきことがあり，著者としては，『綴術算経』の「拠理」「拠数」などの分類そのものが，問題の質に沿うことを目標にして行なわれていると言いたかったように思われる節があります。

その次の [1-c] はあまりよく分りませんが，「探算脱術　第七」の末尾の注記その他を参照すると，著者の言いたいことの内容はおぼろげながら把えられそうに思います。しばらく次のように解してみます。

［1*-c］「算が数の心つまり質に従う従い方［所以をこう解します］は，まだその数理に到達せぬ内に，［あらかじめ結果に到達できそうか否かを探索した上で］結果が必ず得られることを確信し，躊躇停滞なく事を運ぶから，必ず結果に到達できるという形である。［d］一方，算が質に従わぬ場合は，予備的探索もせず，［そのくせ］狐疑逡巡しながら事を運ぶので，苦労のみ多く，萎縮してしまい，結局うまくゆかなくなるのである。」

[注]［c］の［　］の挿入は，［d］と共に，次に大意を引用する文章を参照にして加えたものです。この部分でも，建部が数理の実在性を信じていたことが覗えます。

「算脱術は兄，賢明が探会した。彼は孝和につぐ天才であったが，ある繁雑な計算［五斜の括術］を，“タトヒ万位ニ及ブトモ日(ヒビ)ニ百位ヲ造(ナサ)バ，徐(ヤウヤク)百日ニシテ畢(ヲヘ)テン” といって，実際に一ケ月余で完成した。“賢明没シテ後，吾彼(カレ)ノ成得(ナシエ)タルヲ意(ヲモヒ)テ，始(ハジメ)テ実(マコト)ニ肯(カヘン)ズルコトヲ得タリ。” 実際，それから十日くらいして，自分も或る厄介な計算［黄赤道立成ノ元数］をしたが，そのとき自分は五十七歳だった。そういえば，また，若いころ暦法上の計算をしたとき，“多位ニシテ最(モトモ)為シ難キ者” とおもったが，今，歳をとり精気も衰えたのに，極めて多くの数を求め，力を用いることは壮年時代に倍している。しかも “難シト為(オモハ)ザルハ，是，算ノ実(マコト)ニ我心(ワカココロ)ニ従(シタガフ)ユヘナリ。凡(オヨソ)，

> 求数ニモアレ施術ニモアレ探法ニモアレ，総テ一些モ難シト意コト有ハ，心ニ不従処有テ，真実ノ至ザルニ依レリ。其，心ニ従フト不従トノ意ノ実ヲ識者ハ賢明乎。夫，思慮ノ慧利ナルニ依ルコト無ク，亦気情ノ壮盛ナルヲ用ルコト無ク，泰ニ居テ常ニ為テ不止者ハ，即柔ヲ以テ剛堅ヲ砕キ，寡ヲ以テ衆多ヲ量ルノ力ナリ”。」

この引用からすると，上の［2-b］にある認識が生れたのは，この 57 歳のことだったに違いありません。その内容がやがて［3］で示されるわけです。

［2-b］には「安行」という言葉が出てきますが，上でしばしば使われた「泰シ」とは意味を区別すべきように思われます。すなわち，「安行」は easy かつ elegant とでも呼ぶべき解法のことであり，一方，「泰シ」は，安行であれ苦行であれ，自信のある泰然たる気持のことだというふうに，私は解釈します。その根拠はやがて分るはずです。本文中に「関」の名は見えませんが，敢て補って解釈してみました。

> ［2*-a］「私は算を学び始めて以来，常に［関のいちじく割り論法のような］安行の道を求めて，かえって心を苦めてきた。これはおそらく自分の素質の限界を見極めていなかったためであろう。［b］六十近い最近になって［上記 57 歳？］，自分の持って生れた本質が［純粋–算聖ではなく］偏駁［本節 (i) を参照］であることを本当に悟った揚句，［人間の行う］算が［万物に内在する］数の質に従うものであることを認識した。」

［3］は，建部の数学観において最も特徴ある部分です。実際，彼はまず数理の質と共に，それを探索する算家の側にもそれぞれの質を認め，「数」の質に到達できるのは，算家の「質」が前者に従う——符合するといいかえてよいか？——場合であるといいます。これは意識的か無意識かは別として，(i) で述べた朱子学の一般的傾向——自然哲学プラス人間学——を反映したものと言えましょう。ところがそのあとが朱子学の考え方とも違ってくるのです。すなわち彼は，人それぞれの「質」は天与のものであり，これぱかりは学んで学べるものではない，要は自分の質を見極め，それに合う形で（そしておそらくそれを合うような型の）問題に取組むことだと言っているようなのです。天与の質が不変不動というこの意見は，修養によって算聖——純粋の質——に近づくことができるという朱子学

の一般的傾向から見ると，かなり異質のように私には思われるのですが，このように考えるのは，そもそもの初めから見当違いな議論をしていることでしょうか。

［3*-a]「全く，個人の質における純粋と偏駁の本質的な混り具合は天与のもので，学び尽してみても後天的な成長衰退はない。［b］そこで人は自己の偏駁な質［その人固有の性癖］を考慮すべきであり，純粋の質［算聖？」たることを思うべきでない。人はこの偏駁固有な質の限界を尽すのでない限り，［自分の行う］算の質に従う［適合する］ような数理の真実には到達できないのである。［c］ところが，人は自分の質における純粋–偏駁の割合が天与で自然のものであることを悟らず，学び尽した後には一切が透明になって，骨をおらずelegantに事がやれる——安行——と誤解している。これは純粋の質が学んで得られると思うための誤りである。個々の人間の質が［算聖的な］純粋の質に変ずることなど，どうして起こりえよう。［d］おそらく，個人がその質の限りを尽して算の道を身につけたとしても，天与の質は天与の質で，そこに変化も動揺もなく，改めて迷うことも新しく明らかになることもない。そして［事が安行のみですむ道理などなく］対象［の質］の難易に応じて，どうしても力を用いる——苦行——必要が現われるだけのことである。」

［4］の前半は，［3］と対比して置かれたものでしょうが，具体的に誰を指すのかは示されていません。私としては，ここで誰かが「その芸を呑む」人と呼んだという人物を，関孝和ではあるまいかと推測しています。その推測の根拠になる文章はやがて(iii)（次回）で示そうと思いますが，ともかくこの見方の下で［4］を読んだのが以下の解釈です。もちろん，その当否については大方の批判を頂きたいと思います。

［4*-a]「以前，ある人［関？］が算の芸(art?)を腹中に納めている［算を自在に扱う達人の意か？］という話を聞いたことがある。［b］しかしよく考えてみると，たとえ算の芸を自分に従え，自分の腹中に納めたとしても，［万物に内在する数理の方にはその質によって］人間に思議思考のできることと，できないことの区別があるから，思議思考できる限りのことは自分に従うけれども，それのできないことの方は自分に従わぬ場合もあるものである。［c］私に言わせれば，いたずらに我を張［って無理押しをす］るのでなく，自分が算の中へ入ってその命ずるままに進むときは，自分の心と算の道とは混然

一体となり，思議できることは思議できるものとして自己に従う一方，思議できないことも，思議できないということそのことによって，［一段高い立場で］これまた自己に従うのであって，これこそ，算の道を身につけるということの一端なのである。」

この［c］を見ると，建部は，（今日のメタ数学とは違った形ながら，）数学を一歩離れたメタ的立場から見て，「できることはできる，できないことはできないと観念せよ」というような，いわば諦念に近い眼で見ていたようにも思えます。しかし，たとえそうだとしても，その「諦念」の背後にあの辛抱つよく深刻な探求があったことは，ゆめゆめ忘れてならないでしょう。いずれにせよ，このようにしてみると，建部は『綴術算経』の本文でも，しきりにこの種のことを説いていたことに気付きます。初めから順に見てゆくと，「探立元法　第二」の末（第2回，3-(iii)［16］参照）にも，「不測ニ会シ不識ニ得ノ玄妙アリ。即是，拠ヲ得テ会スル者ト全ク一ニシテ，真実ノ至ル時，生レ得タノレ粋質ヨリ是ヲ会スル者也。……如(モシ)，其粋質ヲ稟ザル者ハ仮(タト)ヒ算法ノ限，学尽ストモ，更ニ其真実ヲ識ルベカラズ」という一節があり，その内容の本当の理解には程遠いにしても，前に引用したときよりは少し分るような気がします。その他，

「右，招差ハ同類ヲ設テ砕テ数ヲ求メ，数ニ拠テ法則ヲ会スル者也。凡(オヨソ)，数ニ拠テ会スル法術ハ，理ヲ察シテ尽シ得ベカラズ。故ニ強テ其理ヲ索ルコトヲ為ズ。唯，其法ノ儘ニ術ヲ成ヲ以テ，即，数ノ道ニ循(シタガフ)トス」（「探招差法　第四」）

「右，直堡ノ術ハ理ニ拠テ術ヲ探ル者，是ノ如ク也……。凡，法術ハ数ニ拠テ立ルノミニ非ズ。理ニ拠テ立ル者ト雖，法術ノ儘ニ其理ヲ索ルトキハ，伏(カク)レテ顕レザルコトアリ。此ノ如キハ強テ其理ヲ察スルコトヲ為ズ，理ヲ法術ニ委ネテ，唯，其法術ノ儘ニ従ヒ用ルヲ以テ，数ノ道ニ循トス」（「探直堡求極積術　第六」）

などの文章もあります。

こうしてみると，建部の「探会」——探り会す——は，どうやら，宇宙に内在する数理を探ってゆく内にそこに巡り会う，というニュアンスをもった言葉であるように思われ，したがってその「会」は理会，会得（ほぼ理解と同じ）の「会」というよりも，会合，会遇の「会」であるように思えてきます。あるいはむしろ，

理会する主体と会遇の相手たる客体とが混然一体となる状態，といったところなのかとさえ思えるくらいです。この辺のところ，今日の数学と建部の算学との間の或る深い思想的な違いを私は感ずるのですが，いかがでしょうか。

このあとの文章は何か弁明的なニュアンスのある，付けたりと思われるような部分で，建部がどうしてこういう付言をしたのか，私には分りかねるところです。あるいは先師，関への心理的葛藤が働いていたのかもしれません（次回参照）。

> ［5*-a］「そもそも，算の道を心で知って言葉にとくのは真実ではなく，道に沿って［または道を身につけて］実行するのが真実である［詩を作るより田を作れか？］。そして後者は思議のできないことである。ところで，私は自分の体験の中から，私の天与の性癖に即した一つの法則があるということだけは悟りえた。しかし私の道はなお未熟なので，ここではそれを説かない。言えることが確かになったら言うことがあるかもしれないが，ともかくこれは私の備った個性の表向（おもてむき）である。思うに，純粋の質となると，全く理屈をいう必要はないはずであり，理屈のいえる範囲は，結局，自分の偏った質を説いているだけのことである。およそ人の生れつきの偏りの度合は人さまざまだから，私は以上のようなことは一応述べたけれども，すべての人がそうあれというのではない。算を学ぶものは，この説を是々非々の形で受けとって頂きたい。人はただ，それぞれの生得の質を見極め，その質に従って，［各人各様の］算が，［客観的な］数の真実に，つまり質に従う道を説くべきである。」

［付記］第 3 回の式 (6) の下に「平方根をとると有効数字は半減するはず」と書いたのは，「探開平方数　第十」（普通の計算法）に気をとられた軽率な誤りでした。これにつき和田秀男，杉本敏夫の両氏から御注意を頂きました。感謝いたします。なお，より効率的な計算法は既にアルキメデスも知っていたようです。たとえば，Heath 編，*The works of Arichmedes*，(Dover 版) 序論 IV 章参照。

第６回

5. 「自質説」の検討（つづき）

前回で「自質説」の一応の解釈がすみましたので，今度は前の予告に従って，著者が『綴術算経』を書いた隠れた動機その他について，一つの試論を出して見ます。

(iii) 「自質説」の心理的背景

私は前に，「自質説」ひいては『綴術算経』を理解するに当って，建部が恩師・関に抱いていた幾分屈曲した心理を探ることがかなり有効なのではないかと申しました。実際，それを勘定に入れると，今まで薄紙を隔てて見ていたようなことが，はっきり見え始める場合が少なくないように思えます。もっとも，この種の見方は一つ間違うと，数学ないし数学の哲学の本筋から逸脱した好事家好みのゴシップ漁りに陥りましょう。実は私はこの連載を始めた頃，まだこの心理的要素には気付いていませんでした。その後まもなくそれに気付きましたが，これが「数学史」の本道の問題かという不安があって，今までこのことは伏せていたわけです。しかし数学的吟味も一通り終りましたし，事柄は決してゴシップ漁りでないと思えるようにもなりましたので，私見を述べて御批判を仰ぎたいと思った次第です。多少くどくなるかもしれませんが，事を曖昧にしないため，まず『綴術算経』の中で関の名が出てくる箇所をことごとく挙げてみます。我流の「心理分析」はそれが一段落してから書くことにしましょう。

(iii-1)『綴術算経』における関孝和の引用

(1°)「探立元法　第二」立元法（天元術）の卓越性を讃えた文章（第２回，３節 (iii)，引用［13′］）の直後に次の文章が続きます。

> 「関氏孝和ハ吾師タリ。曾(カツテ)立元ノ法ニ拠(ヨリ)テ更(サラ)ニ真仮(シンカ)［立てた方程式（仮）とその最終の形（真）］ヲ設(マウケ)テ，解伏題(カイフクダイ)ノ法術ヲ立為(タテナ)セリ。是亦，神ナリト謂ベシ」

これは恩師への敬意の表明そのものですが，ここでは後のために，この敬意表明の言葉が立元法に関して述べられていることを注意しておきます。

(2°)「探算脱法　第七」（第１回，２節 (ii) 参照）には，解法「求限本術」を示した直後に，

> 「算脱ノ術ハ兄(コノカミ)賢明が探会スル所(トコロ)ナリ。賢明ガ生知(セイチ)［天与の才］，孝和

ニ亜(ツケ)リ。……」

として，賢明の才能を関の才能に比べています。この文章に始まる一連の部分の大意は前回 (ii) に示しましたが，これが，関の『七部集』所収の算脱術（継子立て）の理論の実は賢明の発見だった事実を明記していることはまちがいありません。このことも注意しておきます。

(3°)「探求球面積術　第八」ここでは関の名が，建部の（創意ではないが彼が）用いた「薄皮饅頭(まんじゅう)論法」と関の「いちじく割り論法」（第 1 回，2 節 (ii) 参照）の比較に関する文章の中にありますが，これは「自質説」あるいはむしろ建部の数理思想の発端と思われる箇所ですから，後で繁をいとわずに全文を掲げます。

(4°)「探円数　第十一」には関の名が四回現れます。初めの三つは，関の用いた方法への建部の改良で，

① 内接正 2^n 辺形の辺長 s_n を $\sigma_n(=s_n^2)$ に代えたこと（第 3 回，4 節 (ii-1)［1］）。

② 一回きりの増約術（無限等比級数の総和法）に代わる累辺増約術の発案（同上 (ii-2)［4］）。

③ 関の零約術［下記］を（賢明発案の）連分数による零約術に代えたこと（同上 (ii-4) 参照）。

その他に，

④ 円周率および近似分数に関する祖沖之の結果と関の結果との「符合」を述べたところ（第 2 回，(3-iii)［16］，第 5 回，5-(ii)）。

の計四ケ所です。これは，建部が自分の改良した点を明記した部分で，③の大意は次の通りです。

［4°-③］「関氏が用いた零約術は，「径」1，「周」3，近似分数 $\frac{3}{1}$ から始め，それが（関の得た）π の近似値より小さければ，「径」に 1，「周」に 4 を加え，大きければ「径」に 1，「周」に 3 を加えるものであった［$3/1(<\pi), 7/2(>\pi), 10/3(>\pi), 13/4, 16/5, 19/6, 22/7, \cdots\cdots$］。“賢明，其(その)術ノ煩(ワツラワシ)キヲ厭(イトヒ)テ本術ヲ探リ設(マウケ)タリ。是亦(コレマタ)，首(ハジメ)ヨリ本術ヲ察スルニ非(アラ)ズ。先(マツ)，逐一ニ求ル術ヲ用ヒテ後(ノチ)，玄探(フカクサクリ)テ真法ヲ会セリ。」

（注意）ついでに触れておきますと，ウォリスの『無限算術』(1655) には，$\frac{4}{\pi}=\square$

の評価式

$$\frac{3\cdot3\cdot5\cdot5}{2\cdot4\cdot4\cdot6}\sqrt{1\frac{1}{5}} > \square > \frac{3\cdot3\cdot5\cdot5}{2\cdot4\cdot4\cdot6}\sqrt{1\frac{1}{6}}$$

のたぐいを得たあと，彼が数値計算のために，もっと便利な方法はないかとたずねたのに対し，ブラウンカー神父 (W.Brouncker，1620–1684) が連分数近似を知らせてくれたという事情が書かれています。ただ同神父がどんな考え方でこの方法を発見したかの記述はなく，今日ある推測も十全の説得力をもつとはいいかねる状況です（伊東・原・村田『数学史』，筑摩書房，第 II 部，第 16 章 pp.230–238 参照)。私の現在の知識では，建部兄弟の場合も詳しい説明のないのは同じで，この説明がうまくできるとよいのですが，私にはまだ知恵が出せません。

(5°)「探弧数　第十二」にも関の名は二回出てきます。これも関の得た結果からの前進に関するものです。

① その計算で「矢」を小さくする探索法を思い到るまでに，関も自分も成功しなかった事情を述べた部分（第 4 回，4 節 (iii-1)［7]）。

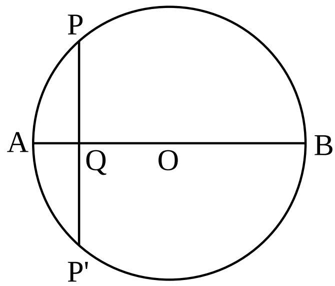
② 建部が弧長の公式（第 4 回の式 (8)，結局は (9)）

$$\sigma(=\delta_0) = Rx\left(1+\frac{2^2}{3\cdot4}\left(\frac{x}{R}\right)+\frac{2^2\cdot4^2}{3\cdot4\cdot5\cdot6}\left(\frac{x}{R}\right)^2+\cdots\cdots\right) \tag{9}$$

を得た後，これを半円の弧［$x=R$］に適用して或る項で止めると，関の出していた半円弧の近似式（四乗求背術）に「おのずから符合」することを述べ，関が結局それ以上には到らなかったことを明記した部分

の二つです。

（注意）ついでながら，式 (9) で $x=R=1$ とおいて数値計算をしてみたところ，収束がおそくてうまい結果になりません。『綴術算経』のこの部分の記述と関の「四乗求背術」との内容は，私にはまだよく分りませんので，読者諸氏のお知恵を借りるつもりで，問題の部分を挙げておきます。



AB= R，AQ= x，$(\overset{\frown}{\mathrm{AP}})^2=\sigma$

［5°-②]「此（コノ）術半円ニ合スルトキハ，矢ノ多キ者（モノ）ニ於テ二差ヲ用ル者ハ二位ヲ尽（ツク）シ，三差ヲ用ル者ハ三位ヲ尽シ，四差ヲ用ル者ハ四位ヲ尽ス。其（ソノ）一差

ヲ増用（マシモチヰ）ル毎ニ一位ヲ尽セリ。即是（スナハチコレ）関氏立ル所ノ四乗求背ノ術ニ自（ヲノツカラ）符（フ）合（ガフ）ス。然（シカ）レトモ辺（ヘン）ニ近（チカ）キ背（ハイ）［x の小さいとき］ヲ以テ自然（シゼン）ノ数ヲ探リ索ルコトヲ会（クワイセ）ズ，偏（ヒトヘ）ニ半円ニ合スルコトヲ要（エウ）［重要視して］シテ，率数（リツスウ）ヲ造（ツクリ）テ其（ソノ）四乗ニシテ四位ヲ尽スコトヲ意（オモハ）ザルユヘ，不密ナリ［精密でない］トシテ其（ソノ）術廃（ハイ）シヌ。」

（なお，これと同様の，級数の収束の遅速あるいは近似有限級数の項のとり方に関する記述は，「探弧数　第十二」の後半の二節「矢径ノ差［$R-x$］ニ除シ差ヲ求ル者」，「除法［分母］ニ，矢ニ拠ル段数［係数］ラ用フルコトヲ探ル」にも見られます。前者は (9) の第 3 項以下の各項を $\dfrac{k_n x^n}{(R-x)^n}$ の形で置きかえること，後者は同じく第 3 項以下の分母を $(R-px), (R^2-qx^2+q'Rx)$ などの多項式で置きかえる計算で，一通りの説明は『明治前日本数学史』第 II 巻，pp.304–307 にあります。）

（3°-つづき）便宜上問題の部分を三つの部分に分け，私見を添えながら読み進むことにします。文章そのものは今までのものに比べてむしろ読みやすいはずです。

［3°-a］「関氏曰ク，万法ヲ理会（リクワイ）スルハ，形（カタチ）ヲ見（ミ），道條（ミチスジ）ヲ立（タツル）ヲ以テ原要（ゲンヨウ）トス。是（コレ）ハ此（コレ），探（サクル）コトヲ為（セ）ズシテ首（ハジメ）ヨリ真術（シンジユツ）ヲ会（クワイ）スルノ奥旨也（ヲウシナリ）ト。乃（スナハチ），後（ノチ）ノ術［いちじく割り論法］，球（タマ）ノ形（カタチ）ヲ察（サツ）シテ中心ヲ極（キヨク）トシ錐形（スイケイ）ニ見造（ミナス）ハ，即（スナハチ）形（カタチ）ヲ見（ミ），道條（ミチスチ）ヲ立（タツ）ルニシテ，探（サク）ルコト無ク直（タヽチ）ニ真術ヲ理会スル也。故ニ始（ハジメ）ノ術［薄皮饅頭（まんじゅう）論法］ヲ以テ下等（トウ）ナリト為（セ）リ。」

これで見ると，関は建部に，筋道の立った洞察——「理」といってよいでしょう——によって真の術を得ることを数学の本道とし，長い計算を要する建部流の方法を「下等」としたことがあったと見えます。「下等」という言葉が当時どんなニュアンスをもち，それが建部にどの程度のショックを与えたかは知るすべもありませんが，かなり手きびしい批評だったことは容易に想像されます。建部はこの批評に対し，自らの方法が必ずしも「下等」とは思えぬ所以（ゆえん）を，次のように反論するわけです。なお，easy で elegant な関の方法を建部が文中で「安行」と呼んでいることから，私は前回の［2*-a］の前後でそのことを補ったのでした。

［3°-b］吾，元来(モトヨリ)質(シツ)ノ魯(ヲロカ)ナルヨリ観(ミ)ルニ，総(スヘ)テ理ニ拠テ直(たゝチ)ニ真法ヲ会セントスレハ，此(コノ)術ノ如(コト)キ速(スミヤカ)ニ理(リ)ノ察シ易(ヤス)キニ逢(アフ)トキハ最(モトモ)容易(ヨウイ)ナリト雖(イヘトモ)，或(アルヒハ)理ノ拠(ヨリトコロナキ)無ニ逢時(アフトキ)ハ必(カナラス)得(ウ)ヘカラス。是(カク)ノ如(コト)キハ純(モハラ)，数(カス)ヲ以テ探(サク)リ探(サクリ)テ拠有(ア)ルコトヲ会シ，其(ソノ)拠ニ就(ツイ)テ真法(シンハフ)ヲ成得(ナシウ)ル者(モノ)也。以テ此強(アナカチ)ニ下等ナリト為(オモハ)ス。

蓋(ケタシ)，探(サク)ラサレハ会(クワイ)シ難(カタ)キコト有ルハ，是(コレ)［各人に天与の］質(シツ)ノ偏駁(ヘンハク)ナルニ依(ヨル)ユヘ乎(カ)［第5回，5節(i)参照］。如(モシ)，純粋(シユンスイ)ナラバ，数(カス)ト理(リ)ノ拠ヲ別(ワカ)ツコト無ク，事事探ラスシテ直(タヽチ)ニ会セン耳(ノミ)。

然(シカ)レトモ是(コレ)ハ，吾，質(シツ)ノ偏駁(ヘンハク)ナルユヘ，修(シユ)シ尽(ツクシ)テモ更(サラ)ニ至(イタ)ルコト無処(ナキトコロナリ)也。凡(ヲヨソ)，員数(エンスウ)ニ於(ヲケ)ル，術理(シユツリ)ニ於(ヲケ)ル，法則(ハフソク)ニ於(ヲケ)ル，総(スヘ)テ咸(ミナ)，元来(モトヨリ)，自然(シセン)ニ具(ソナハ)レル者(モノ)ナリ。是(コレ)ヲ会(クワイ)セルハ，敢(アヘ)テ新(アラタ)ニ其道(ソノミチ)ヲ蹊(フミツケ)タルニ非(アラ)ス。自然(シセン)ノ道(ミチ)ニ合会(カフクワイ)スルナリ。然(シカ)ルトキハ其探(ソノサクリ)テ会(クワイ)スルモ亦(マタ)可(カ)ナラン歟」

この部分が，「自質説」の後半（前回［4*-a]）で抽象的に述べられていたことを，球面積という具体的問題に即して裏付けていることは明らかでしょう，つまり彼はこう言おうとしているように思うのです。“関先生は本質的に，いちじく割り論法流の easy で elegant な「拠理–安行」型，あるいは多少の飛躍を敢てすれば「順ノ法」型の学者だが，自分は本質的に，薄皮饅頭(まんじゅう)論法流の手間をいとわぬ「拠数–苦行」，ないし「逆ノ法」型である。のみならず，関先生が気付いておられたか否かは別として，問題の側にも，拠理一本で攻めきれるもの，拠数でないと攻めきれぬもの，そしてそのどちらででも攻められるものの別が，「元来，自然に」あると思わざるを得ぬ事実がある。したがって関先生流の，安行が数学の本道というのは自分には納得できない。それよりも，いかにして問題の「質」に「合会」すべきかを見定めるところにこそ，数学の本道があると自分は信ずる。” 今これを私が私なりに譬えていえば，関は推理小説でいう「安楽椅子探偵」型であり，建部はいわゆる「足の探偵」型だが，一方，追及を受ける「犯罪者」の側にもそれぞれの型があり，どの型の探偵でも万能ではありえない——まず「犯罪者」の型を見定めてどの型の探偵を差し向けるかが，探偵術の第一義である，というようなことではありますまいか。前回 (ii) の (1*-c) で，［あらかじめ結果に到

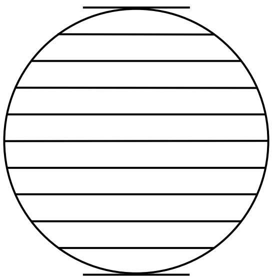
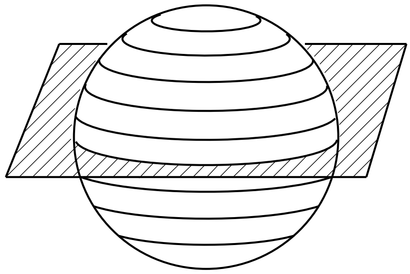
達できそうか否かを探索した上で］という一句を挿入したのは，その場で大意を引用した文章（「探算脱術　第七」）を参考にしたほかに，このような気持を表わしたつもりです。もちろん，以上のことは，建部に「安楽椅子探偵」的要素が全くないというような意味ではありません。

上の引用で今一つ注意したいのは，建部がここで「数・術・法」のいずれにおいても，その本質は「元来，自然ニ具レル者」とし，「是ヲ会セルハ」決して新しい踏み分け道を拓くことでなく，もともと自然にあった道に「合会」することだと言っている点です。これは，前回の［4-b，c］に私が与えた解釈の裏付けに他なりません。（文中「是ヲ会セルハ」は一見「是を（理）会するのは」とも読めそうですが，これら一連の状況から，「是に（巡り）会うのは」と読むのが正しいと，私は思います。）

> ［3°-c］「熟《ツラツラ》意フニ，関氏カ生知《セイチ》ナルコト世《ヨ》ニ冠《クワン》タリ。然《シカ》モ常《ツネ》ニ謂《イヘ》ラク，円積ノ類，甚《ハナハタ》難《カタ》シ，得《ウ》ヘカラサル者《モノ》（不可得者）ト，嗚呼《アヽ》，是《コレ》，安行《アンカウ》ニ住セル故《ユヘ》乎。吾ハ言《イ》フ，円積ノ類《タクイ》ト雖《イヘトモ》，力《チカラ》ヲ用《モチヰ》テ必《カナラス》得《ウ》ル者《モノ》ト。即是《スナハチコレ》，苦行《クコウ》ニ止《トヽマ》ルユヘナリ。其《ソノ》関氏カ得ヘカラサルト謂《イフ》ハ，安行ニ住シテ安行ナルユヘ，探ルコト無《ナ》クシテ直《タヽチ》ニ得《ウル》ヲ意《ココロ》トスルニ依《ヨル》。必《カナラス》シモ得《エ》サル（不得）ニハ非《アラ》シ。或《アルヒハ》事《コト》ヲ尽《ツクサ》サル（不尽）処《トコロ》歟《カ》。吾，生得《セイトク》ノ質《シツ》，魯《ヲロカ》ナルユヘ，安行《アンコウ》ニ住シテ安行ヲ得《ウ》ルノ地《チ》ニ至《イタ》ルコト無シ。常《ツネ》ニ苦行《クコウ》ニ止《トヽマ》テ而《シカ》モ泰《ヤス》キニ居ル道《ミチ》ヲ肯《カヘン》スルコト有《アリ》。故ニ探《サクリ》索《モトメ》テ必《カナラス》得《ウル》ト為《ナ》リ。是《コレ》ヲ以テ省《カヘリミ》意《オモ》フニ，吾，生得《セイトク》ノ本質《シツ》，孝和ニ比《ヒ》スレハ，減《ヲトレ》ルコト十ニシテ一［十対一］ナルコトヲ。」

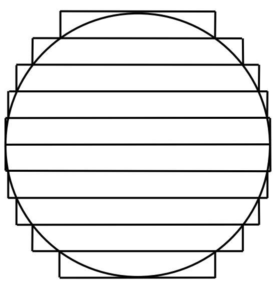
ここには，先の建部に対する関の批評ないし関の「安行」の方法に対する建部の批判が明確に出ています。前回，5 節 (ii) での解釈［1*-a］や［2*-a］において，私が「安行」を関に結びつけ，「泰シ」を安行苦行にかかわりない「泰然たる自信」と解したのは，この部分によるところが大きいのです。それにしても，最後の一句「自分の生得の本質は孝和に比べて十分の一」というのは取って付けたようで，聞きようによっては痛烈な皮肉にも聞えますが，関に対する彼の敬意があちこちで十分に読みとれるのも事実のようですから，これは，それもこれも建部の本音として聞き流せばよいことでしょう。これを先の「下等」に対する厭味と

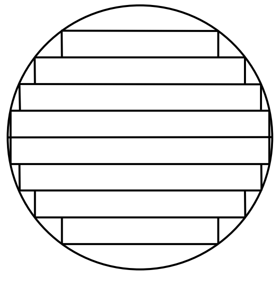
考えたりしたら，これはもはや下司の勘ぐりに堕してしまいましょう。むしろ私は，建部のように師を超えて前進した弟子を育てえた関孝和を，立派な指導者であるとともに幸いな人であったと思います。

(6°)　蛇足になりますが，以上の六つの他になお一つ，関の名はないが確かに彼のものである方法を説明した部分が，「探砕抹数　第九」の結びにあります。すなわち，円の平行線分割は弧長の計算において「質にさからう」方法だとしたあと，にもかかわらず球の等間隔平行平面分割を用いて球の体積を求めてみると，驚くべきことに分割の枚数の多少にかかわらず正しい体積公式が得られるという記述があります。この体積計算法は関の創案なのですが，建部はこれを「一奇術」と呼び，それが「球積砕抹ノ質ニ順(シタカ)フ者ナリ」として，少なくとも文面の上ではそれ以上の立ち入った吟味をしていません。

「片数 [薄切りの枚数] 最少(モットモスクナキ)ヲ以テ求ムト雖(イヘトモ)，径(タタチ)ニ真積ノ極数 [本当の極限値？] ヲ得ルナリ，……是(コレ)球積ヲ砕抹スルニ於(ヲイ)テ一奇術(イツキシユツ)ニシテ，即(スナハチ)球積砕抹ノ質ニ順(シタカ)フ者ナリ。」


上近似


下近似

関の方法というのは，現代流にいうと，まず球を等間隔に 50 枚に分割して上近似と下近似を作り，その平均値 a を出し，次に枚数を 100，200 として同じ平均値

b, c を出し，最後に初項を $c-b$，公比を $\dfrac{c-b}{b-a}$ の無限級数の和を求めて，これを b に加えた結果を体積 V とするものです：

$$V = b + \frac{(c-b)}{1-\dfrac{(c-b)}{(b-a)}} = b + \frac{(b-a)(c-b)}{(b-a)-(c-b)}$$

この V は正しい公式

$$V = \frac{\pi}{6}R^3 \quad (R \text{ は直径})$$

になりますが，おもしろいのは，球を $2n, 4n, 8n$ 等分して同じ計算をすれば，たとえ $n=1$ の場合でも最終結果がまったく同じになることです。このことは，今日の流儀で計算してみれば，すぐ分ります。「片数最少ヲ以テうんぬん」とあるところを見ると，建部はもとより，ことによると関もそれを知っていたのでないかと思われますが，関がその種の事実に言及せず，建部もこれを「一奇術」と呼ぶにとどめたのはどうしたことでしょうか。私に考えられるのは，少なくとも建部はその計算をいく通りかしてみて，「片数最少」に確信をもっていただろうということですが，それ以上の積極的な「証明」があったかどうか，私はここにも，和算とヨーロッパ数学の一つの差を感じます。実際，当時のヨーロッパであれば，ありえてもおかしくないようなそれ以上の探索まではともかく，その公式を記号的に証明するのは簡単なことだったからです。これは当時の和算の記号法（演段術）の限界にもつながり，またそれと裏腹に，おそらくは数値計算による不完全帰納で満足していた（らしい）和算の「証明」の性格を感じます。もっとも，上記の計算法がヨーロッパで「発見」されていたことを私は知りませんので，もしそうなら，当時の和算の発見力はそれなりに十分評価すべきでありましょう。何といっても，発見と証明は「数学」の二つの足であるわけですから。

(iii-2)「自質説」，『綴術算経』への一視点

関についての引用が大分くどくなりましたが，実は数学史の領域で何か一つのことを主張しようとすると，最小限この程度の準備は必要なのです。数学史は，対象こそ古いことを扱いますが，学問としては歴史の浅い学問である上，世間一般での誤解もまだまだ少なくないように思いましたので，その状況を多少とも知っていただこうと，あえて上のような書き方をしてみました。

さて，以上の材料をもとにして，この辺で「自質説」の内的な解釈を含めて，『綴術算経』全体に関する私の見方をまとめることにします。

私が最終的に主張したいのは，第一に，「自質説」が建部の数学思想の表明であることは当然として，上記の (3°) に見られた関の批評に対して，円数や弧数に関する成果をひっさげて，やんわりと（？）行なわれた建部からの反論であるということ，また第二には，『綴術算経』そのものが，（上の (1°) で引用したように）関にゆかりの深い記号代数的な立元法と，建部の開拓した数値解析的な砕抹術とを止揚せんとした一般的方法の書物であり，その根底に建部の関への反撥も批判もあるにせよ，そのような個人的感情を超えた一つの綜合になっていること，この二つです。

この先はまったくの想像ですが，「綴術」という名にしても，関の踏まえたのが宋・元の天元術であったのに対して，そのまた大先哲たる 5 世紀の祖沖之の著書から採ったとするのも，話としてはおもしろいでしょう。ついでながら，今度ざっと調べた限りでは『綴術算経』の中に「算聖」という文字はなく，関（自身でなく，関）の「解伏題ノ法術」が「是亦神ナリ」と呼ばれているのを除くと，人に関する限り「沖之ハ是，上古ノ達人ト謂フヘシ」という一句があるだけです（「綴術算経自序」）。

余談はさておき，ここまでくると，「自質説」を，関の数学ないし関からの批判を念頭におきながら建部自身の数学観を展開したものとすることに，改めて付け加えることはありますまい。多少気になるのは，最後の歯切れの悪いコメント（前回，5 節 (ii)，［5］）でしょうか。これについて前回では「分りかねる」と申しましたが，考えてみると，自分の主張に対する他からのありうべき反論に道を開いておくとともに，またそれに対する自分の弁明の余地も残しておいたと見ることもできるように思います。今となっては言うまでもないことですが，私が前回，「自質説」の解釈［4*-a］の中で，「或る人」を関であろうと推測したのも，こうした一連の状況を踏まえてのことでした。名がぼかされていたのは，さもないと事があまりに露骨になるからではなかったかと私は考えていますが，これは思い過ごしでしょうか。ともかく建部の周辺に「其芸ヲ呑ム」といわれるほどの人は，関を措いて他にいなかったと思われます。

そこで以下では，もっぱら上の主張の第二点について述べることにします。

まず注意したいのは，建部のいう「捌理」の性格に関することです。私は前に立元法を捌理の方法の代表格と呼び（第 2 回，3 節 (iv)），他と性質の異なる章である「砕抹　第九」（第 1 回，2 節 (iii)）を除いて，「捌理」の章は例外なく立元法の適用であることを指摘しました（第 2 回，3 節 (iii)）。一方，上の (3°) で見たように，関のいちじく割り論法は「捌理」と認められていながら，立元法を必要としない elegant な術になっています。しかし，ここではこのことも含め，また立元法（天元術）の記号化（演段術）が関の和算に残した最大の遺産であったことや，また些細なことではありますが，建部が関に全面的な敬意を示している上記 (1°) がやはり立元法に関することだったことなどを思い浮べながら，改めてこういうことを考えてみたわけです。

つまり，同書の全体を眺めわたすとき，まず建部のいう「捌理」は，「安行」乃至ことによると「順の道」とともに，精神において関の基本的態度をさすものであり，立元法が「捌理」の代表格だというのもその線上のことであろうという見方がそれです。一方，捌数–砕抹–苦行という一連の道は，いうまでもなく建部のものであり，少なくとも関のものではありません。さらにこの一連の道の中に「逆の道」を加えてもよいかもしれません。また建部が「察理」より「砕抹」を重んじたらしいことも，すでに注意した通りです（第 2 回，3 節 (lii)，引用［15］の下）。そして (iii-1) の引用を見ても，((2°) は些細なことですが，) (4°) の①②③，(5°) の①②などは，すべて捌数苦行の道が関の結果を超えた正にその点を示しています。

その反面，一つの問題が捌数，捌理のどちらからでも同じ結果に到達しうることもまた，例のいちじく割り論法と薄皮饅頭論法をはじめ，あちこちで指定されています。これも一部は折にふれて注意した通りです。

私が『綴術算経』を，関の方法と建部の方法との綜合と呼ぶのは，こうした事実を踏まえてのことですが，これはまた，例の「質」の問題に関連することでもあります。というのは，或る一つの問題を捌理の方向から攻めるべきか，捌数の方向から攻めるべきか，あるいはそのどちらでもよいかの判断こそ，建部にとって，その問題に本来的に具わった「質」の問題だったのであり，それとともに，捌理型，捌数型など人それぞれの探索の型，つまり「人質」が，その問題の処理ないしその成否に重大な影響を及ぼすものとなったと見られるからです。

くどいようですが，そのつもりで今一度 (3°) の引用を見ると，関は球面問題に

おける建部のやり方を「下等」と呼んだが，建部はそれが「下等」でない証拠を実践において示しました。そしてその骨子は，その問題が拠数の方法によってこそ，初めてここまで改められたというところを見せることであり，同時にその方法を貫いた自分の型を示すことでもありました。さらに，こうしたことを考えている内に，私は前回，「人質」という言葉の発端を朱子学に求めましたが，これもあるいはそうまでする必要のないことだったようにも思われてきたことを付加えておきましょう。実際，この言葉は，建部の関に対する一種のいたわりの言葉と取ることもできそうだからです。つまり，建部はその場所で “関先生はこれができなかったが自分はできたぞ” とだけいっているのではなく，“ただしそれは二人の人間の思考型の違いのせいであり，関先生は自分にできなかった多くのことを鮮かに仕上げておられますよ” というニュアンスも，そこに含ませていたとはいえないでしょうか。綺麗ごとに過ぎると考える人もあるかもしれませんが，私はそうは思わず，建部が，最終的には強い自信の裏付けを得たところで，改めて恩師の立場に一つの理解を示したものと見てよいように思うのです。

ところで，もし「人質」を思考の型というふうに解してよいならば，これは決して遠い昔の異様な考え方でないことも注意しておきましょう。実際，かつてポアンカレは数学者の中に「相反する二つの傾向」，「あるいはむしろ，まったく相異なる二種類の精神構造」の別を認め，「もっぱら論理にばかり気を配っている」型を「論理型」，「直観のおもむくままに身をまかせ，一挙にして急速な征服を成し遂げる」型を「直観型」と呼びました（『科学の価値』，吉田洋一訳，岩波文庫，第一部第一章）。この分類をそのまま関と建部に当てはめることは無理ですが，球面積の場合でいえば，関は直観型に近く，建部は（論理を計算に置きかえて）論理型に近いといえましょうか。もっとも，立元法を念頭において関を論理型の方へ寄せ，弧長の級数表示における係数の決定を念頭において建部を直観型の方へ寄せることも可能でありましょう。ここでの問題は，それらがポアンカレの分類のどこに入るかでなく，建部のいう「人質」がこの種の分類と同じ傾向のものであることです。ただしその底にあるのが，ヨーロッパの数学的伝統と大幅に違った和算という独特の「数学」であるため，分類をするにしても大分違った基準が必要になりましょうが，そもそもこの種の分類自身，学問的にはさほど真剣に試みるほどのことでないように思います。もし価値があるとすれば，ポアンカレが勘

定にいれていなかった型の「数学」がここにあるという意味で，和算をヨーロッパ数学と比べその性格を摘出するのに，あるいはそれが役立つことがあるかという程度の問題ではありますまいか。

話をここまで進めると，一民族あるいは一文化圏とそこに展開された数学との間に特別な関連があるかないかというような問題も，考えてみたくなるかもしれません。また事実，この種のことを論じている哲学者や歴史家，さらには数学者や数学史家などはかなりの数に上っています。和算史をこのような視野に置いて論ずるのは，それなりに興味ある問題でありましょうし，そこから，世界史的に見ても特異な文化であった和算について，そのいくつかの特質が，それを生んだ過去の日本の思想や文化の特質と共に明らかにされうることも期待できましょう。そしてその場合，建部の数学ないし数学思想はおそらく或る重要な要素になることと思います。しかしそれはもはや今回の主題を遙かに超えたものといわねばなりません。建部を主題とした今回の話はこの辺が潮時だと思う次第です。［完］

（付記）第１回に断ったように，この一連の文章は，二つの講演記録と立教大学での「数学史」の講義ノートをまとめた形で始めましたが，書き進めてゆく内に何回も『綴術算経』を読み返すことになり，その都度，少しずつ新しい事実や解釈に気付きました。それらの箇所は注意して補修したつもりですが，それでも初めと後りで多少議論の喰い違ったところが生じたかもしれません。それらの点は機会を見て修正したいと思っていますので，忌憚なき御批判をいただければ幸いです。なお，和算の専門家でない私がこのような文章を書くようになった途上で，大矢真一先生にはしばしばお世話になりました。この場所をかりて感謝の微意を表わします。

本 PDF は，

村田　全『建部賢弘の数学とその思想』（『数学セミナー』所収）

を元に作成したものである。

村田全先生のその他の著述は

科学の古典文献を電子図書館「科学図書館」

http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html

に収録してあります。

「科学図書館」に新しく収録した文献の案内，その他「科学図書館」に関する意見などは，

「科学図書館掲示板」

http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs

を御覧いただくか，書き込みください。