日本固有の数学——和算

村田　全

初めの一言

これは自分の書いた英文を自分で邦訳したものである。その際 ‘China’ は「中国」ではなく「シナ」と表記した。この表記は，本文引用の拙著『日本の数学・西洋の数学』でも同様である。その理由を一言したい。

第一は，私が十代初め（1930 年代中頃）以後，戦中戦後を通じて，シナや日本の文学，ギリシャ哲学に傾倒し，特に「シナ」という音の響きに深く親しんだことである。ちなみに私が最初に親しみ，今も愛読する外国文学はまず『唐詩選』である。その上，好運にも兵隊にも取られずにすんだから，個人的にはシナに悪いことはしていない。しかし若くから世間の流れに面従腹背することを覚えて，今まで安穏に暮らしてきたことには，同時代のシナの人，日本の人に一種の負い目を感ずる。その反面，「中国」と呼ぶことによって戦時中の行為を免罪されたようなつもりになってか，今でも内心で中国を蔑視するらしい輩には憤りを禁じえない。問題は名前ではなく，反省の質であり，これはろくに日本語も知らぬ子供に英語のかけらを教えて「国際人」を作ろうという，今日のアメリカナイズの風潮と同質の，自主性の欠如の現れと思われる。

第二の理由は，歴史学に関心のある者として，数千年の歴史をもつ民族の総称としては，秦に始まる China，Chinois（シヌワ，フランス），China（ヒーナ，ドイツ）などと同系の「シナ」の方が，最善でないまでも適切と思われることであり，地理上の「東シナ海」などと同様のことと考える。私は「中国」を現代シナのことと解して用いるが，「中国の唐時代」という類いの表現にはなじめない。

もっとも，中国の人々が日本人から「シナ」と呼ばれるのを嫌われる気持ちは分かる。むしろ，国土や家族を蹂躙され，凌辱され，果ては強奪された人々に対して，「分かる」などと言っては不遜であろう。しかし私はそう思いながらも，シナ文化に対する昔からの憧憬と敬意，それに上記の歴史学的な配慮もあって，敢えてこのようにした。御諒解をいただきたい。

歴史的背景とその前史

歴史上のどの文明も独自の運命の相を経過する。胎動期，勃興期，全盛期そして衰亡期，これがその相である。事実，あのギリシャ文明もひとたびは衰亡して忘却の淵に沈んだ後，ルネサンス (renaissance) において文字通り「再び生きた (renaitre)」のである。古代に発し今日に至るまで生きのびた伝統があるとすれば，それはシナの伝統ぐらいであろう。そこでは幾つかの哲学思想と，紙および漢字の発明が最も著しい。

日本文明の伝統は，シナほど長くも深くもないが，或る程度まではそれに似た

様相をもっている。それは独創的な宗教や哲学こそ生まなかったにせよ，かなり早くから始まっている。事実上，日本文明はシナの衛星として出発した。しかしこのことは，日本人がシナ文化を単純に真似たという意味ではない。彼らはそれを移入し同化した後，独特の仕方で前進させ，洗練させることを始めた。独特の仕方というのは，一方で特別な美意識の確立があり，他方では反対に創造的思想や哲学の欠如があるということである。

今日，世界的に行き渡っているかに見える意見として，近代日本の長足の進歩の原動力は明治維新 (1868) にある。あるいはもっと後とする意見として，第二次世界大戦における敗戦 (1945) 後のアメリカナイズの後とするものがある。しかしこれらの意見は妥当ではない。その進歩を支えたものは，膨大な量の文化の蓄積，なかんずく江戸時代の蓄積だったからである。実際，6 世紀の初め，漢字で書かれた仏典を含むシナの書物が，朝鮮経由で公式に輸入され，研究されている。その間，古代日本で指導的役割を果たしたのは主として朝鮮人であった。シナと朝鮮が日本語民族の最初の恩人だったことは銘記すべきである。

日本民族に固有の文化活動は 7 世紀初頭に始まる。特に注目すべきは（7–8 世紀に亘るカタかな，ひらがな等の）音標文字の発明である[1]。そして今一つの活動が 17–18 世紀に起こる。それが日本固有の数学――和算であって，これは最も明確に日本語民族の独創力を示している。ただし，上記の日本史の一般的な様相とは別に，和算の伝統は約二百年の胎動，勃興，全盛の後，19 世紀末の頃に亡んでしまう。もっとも，日本では新しい数学的伝統が再び生まれている[2]。

和算の概観

和算は，日本人がかつて実現した最も独創的な文化的創造である。しかし勿論，

1) 仮名（カナ）の発明は漢字の省略書きからなるものだが，確かに独創的であって，膠着語である日本語の文章構造と孤立語であるシナ語の文章構造との根本的な差異を調和させたものである。この発明は長い間，日本人の残した第一級の発明と考えられてきた。しかし，昨 2000 年の終わり頃，朝鮮で或る文書が発見され，カナの真の発見者は日本か朝鮮かという問題が生じた。今の所，現存する諸文書に関する限りでは，日本での発明の方が古いように見え，発明者も日本人のように思われるが，この問題はまだなお未解決とするのが公平であろう。

2) 本稿の目的は，日本における現代数学の活動を読者に伝えるものではないが，その典型的な例として一つの事を追加する。1954 年に日本数学会は『岩波数学辞典』を編集し，第二版 (1968)，第三版 (1985) はそれぞれ大幅な修正・増補を経て出版された。この第二版は英訳され，1977 年に MIT（マサチューセッツ工科大学）出版部から二冊本で，また日本版第三版も改めて訳され，同じ所から四冊本として出版されている。

文化的事柄の略年表

胎動期	シナと最初の公的接触（1–7 世紀）／国家組織（7 世紀頃）／世界最古の木造建築たる法隆寺（7 世紀頃）
奈良時代 (710–793)	首都奈良／大学設立／シナの数学書採用，ただし数学は根づかず／仏教全盛／国史編集／詩集「万葉集」
平安時代 (794–1192)	首都京都 (794) ／仏教研究／第一回鎖国（802–12 世紀）／かな文学勃興，例」「源氏物語」（1007 頃）
武家政権時代 (1192–1573)	軍事政権にもかかわらず、京都の寺院で数学を含むシナ古典研究は継続
戦国時代 (1467–1602)	シナ，朝鮮との市民的接触再開／新しいシナの算書来る，和算の淵源／西欧諸国との接触の初め
江戸時代 (1603–1867)	封建制，ただし必ずしも専制的ならず／第二回鎖国，シナとオランダのみが来訪／平和な時代で，和算の始まりと全盛を含み，和算のみならず，いわゆる日本の古典的文化が根付く
近　　代 (1868–現在)	(a) 明治維新／欧化主義／新政府において西洋数学を公式に受容／和算の終末／民主主義と軍国主義の対立／朝鮮「併合」 (b) 第一次世界大戦／軍国主義猖厥／シナへの侵略／第二次世界大戦 (c) 敗戦 (1945) ／軍備放棄／アメリカナイズ／経済・科学技術の繁栄

それは虚無からの創造ではない。日本は数学的知識を外国から三回にわたって修得した。6–9 世紀におけるシナの古典数学，15–16 世紀における当時のシナ数学，そして 19 世紀半ば以来のヨーロッパ数学がそれである。

和算はこの第二回目の修得の基礎の上に創造され，第三回目の西洋数学受容の後，急速に衰亡した。「和 (wa)」は「日本」ないし「日本の」の意味，算（シナでは suan）は「計算」ないし「算術」の意味である。この学問は日本で，当時，いろいろの名で呼ばれていた。例えば「算」,「算法」(シナでは suanfa),「算学」(suanxue),「算術」(suanshu) である。ここで「法」(fa) は「規則」ないし「方法」の意味,「学」(xue) は「学び」ないし「学問」の意味,「術」(shu) は「手段」ないし「技法」である。一方,「mathematics」という言葉はギリシャ語の複数形「mathemata」から派生し，元来は「学ばれたこと」ないし「学びうる知識」一般の意味であったが,これが「数学」の意味に固まるまでの変遷には，ピュタゴラスから今日に到る永く，複雑な歴史がある。それは，哲学や自然科学まで含めて，西欧文化の上に深刻な影響を及ぼした（日本版ノート,『数学の思想』〔茂木勇氏との共著，NHK 出版〕の第一篇，特にその第 II 章を参照されたい)。他方,「算」もまたそれ自体の歴史をもつが，論理的・哲学的な思想に及ぼした影響は乏しい[3)]。加えて和算は

3) 或る点から見ると，古代の『易経』(「Book of Changes」) の学問は一種の数の哲学，ひいては数学の哲学と見ることが

また，大なり小なり美とつながるような審美的性格ももっている。従って「算」を，何の留保もなく単純に「数学 (mathematics)」と訳すのには問題があるかもしれない。しかしまた和算が，西洋数学と極めて多くの面で両立することにも疑問の余地はない。そこで我々の主たる論点は次の二つとなる。

1. 和算と西洋数学とは，どの範囲まで互いに似ているか？
2. 両者はどのような点で区別されるか？

和算は西洋数学と独立に建設されたものだが，それはシナ数学の完全な理解の基礎の上に立っている。但し西欧の人々には奇異に映るかもしれないが，和算にはユークリッド的な意味での演繹的な推論の跡はなく，もとより宇宙に関する哲学——数学的な反省的考察の跡もない。この後者は，ヨーロッパの人びとがそれを介して数学に裏付けられた近代自然科学を創始したものであるが，和算家の関心はもっぱら，数値的法則や幾何学の作図を用いてエレガントな結果を得るところにあり，正にこの目的のために，彼らはしばしば厖大な計算をもいとわなかったのである。こういう次第で私は敢えて，和算家は必ずしも西欧的な意味における数学者ではなく，むしろ時として芸術家的でもあった，と言いたいと思う[4]。

代表的な和算家は，関孝和（せきたかかず）(1640/42–1708)[5]，建部賢弘（たけべかたひろ）(1664–1739)，久留島義太（くるしまよしひろ）(1757 没）と下で挙げる数人である。和算の殆どすべての基本的アイディアはこの三人，中でも関によって打出されたものである。現在，関は世界中の数学者達から，第一級の数学者と評価されている。

和算のすべての進展は徳川支配下の江戸時代 (1603–1867) に起こったが，その間，日本は宗教的・政治的な事件の結果，西洋に対し固く門戸を鎖していた。

1867 年に，天皇が復権し，その新政府は西洋数学を国の教育体系の中に組み込

できる。この「哲学」は宋代 (960–1279) の学者によって展開され，日本に継承された。この「哲学」も論理的には構築されているが，もちろんこれと西洋の数理哲学との間には大変なへだたりがある。

4) ただし一種の美意識は，例えばニュートンのようなヨーロッパの第一級の数学者の間にも見られる。一般的に言って，数学的真理とは美の方向に向かう傾向をもちがちである。

5) 関については，二十巻足らずの論文や書物を除いて，その経歴はほとんど知られていない。彼は位の高い侍ではなく，その没後その家も断絶したから，生年も生誕地も不詳である。もし彼の誕生が 1640 年だとすれば，生誕地は江戸に近い二，三の場所，1642 年だとすれば群馬県の藤岡となろう。（その生年を捏造して 1642 年としたのは，19 世紀後半の或る歴史家で，それはその年に生まれたニュートンと一致させようとの目的だったという。）学問的見地からすれば，生年や誕生地などのことは些末なことかもしれないが，この事実は，ヨーロッパの数学や数学者の地位と比べて，当時の和算ないし和算家の社会的地位の低さを物語るものであろう。

んだ結果，和算の歴史はここに終末を迎える。ただし，この決断は結局において，極めて賢明だったことが分かることになる。というのは，和算は，その独創性，卓越性がどうであったにせよ，日本を今日の科学的成果の水準にまで高めるだけの潜在的能力はもっていなかったからである。

和算の起源と勃興

891–894 年に編纂された『日本国見在書目録』という公的な図書目録には，1,500 を越える書物が登録されているが，そこにはシナの算書も多数入っている。それらの内，『九章算術』（Jiuzhang Suanshu，2–3 世紀頃編纂）は最もよく知られている。なお一つ，そこにはより重要な書物『綴術』(Zhuishu) が記載されているが，いずれにせよ，当時の日本人は彼ら自身の独自の数学を展開することまでには到らなかった。

この状況はその後 17 世紀までに，朝鮮経由で舶載した二つの算書の力を借りて次第に変化した。すなわち朱世傑 (Zhu Shiji) の『算学啓蒙』(Suanxue Qimeng)(1299) と，程大位 (Cheng Dawei) の『算法統宗』(Suanfa Tongzong)(1592) の二書である。後者は，算盤の使い方を含む初等数学の入門書である。吉田光由 (1598–1672) はこの本を基にして優れた書物『塵劫記』（「最小の数と最大の数の書」の意味，1627）を編纂したが，この書は江戸時代を通じてのベストセラーとなり，人々の間に初等数学を普及させるのに重大な役割を果たしたのみでなく，高級な数学の学修のための基礎を敷いた。

一方，和算の勃興を直接に支えたのは，『算学啓蒙』である。これは，tianyuan shu，日本名で天元術と呼ばれた高級な器具代数の教科書であって，算盤や算木（という小角棒）を用いて方程式を数値的に解く方法である。ところがこれが日本に到着した時期までに，日本でもシナでもその内容を理解できた人は一人もいなくなっていた。それは，その本が，何の説明もなしに，種々の規則を示すだけの，いわば電子計算機の簡潔極まるマニュアルのようなものだったからである。シナでの内戦がこの本の学問的伝統を完全に破壊していた。そこで和算家はその謎めいた記述を解読せざるをえなかったが，その仕事が完了した時，和算はすで

にその母胎たるシナ数学を凌駕していた。この間の解読，発展の経路は，次に挙げる一連の書物によって跡づけることができる。すなわち，澤口一之（生没年不詳）の『古今算法記』(1671)，磯村吉徳（1710 没）の『算法闕疑抄』(1659，改訂版 1684)，礒村の弟子，村瀬義益（生没年不詳）の『算法勿憚改』(1673) などがそれである。

村瀬はまた，三次方程式の近似の数値解を与える方法（逐次近似法）を案出した[6)]。この種の方法は数値的な問題を扱うのに決定的な役割を果たすこととなり，和算の進展に大きく貢献した。というのは，和算の多くの問題はほとんどすべて数値の問題として与えられ，かつ解かれていた上，それらの手続きはしばしば，更に進んだ研究のための発見的手段の役割を演じていたからである。実際，和算におけるほとんどすべての独創的な結果の源泉は，定理であれ理論であれ，数値的検討の中に見出される。

幾何学での多くの問題もシナ伝来であった。ピュタゴラスの定理なども，はやばやと『九章算術』(2–3 世紀頃）で伝えられているが，ただしそれは数値的問題の形であり，証明は抜きであった。日本での最初の「証明」は，『算法勿憚改』に，はめ絵パズルの形で与えられている。

この謎めいたシナの器具代数の解読に仕上げの一筆を加えたのは関であり，彼はその基礎に立って，演段術と呼ばれる一つの記号代数を考案した。そしてこれこそ正に和算の離陸に他ならない。

和算の全盛期

演段術の建設は和算の推進力となった。実際，これは記録の方法として，先行者たちの思考経路を，手ずから口ずからの教授をわずらわすことなく客観的に辿れる手段になったし，さらにその解法の骨組みを明確にしてくれるものでもあったのである。その反面，この方法の演算的効果を過大評価してはならない。ユー

6) 木の枠が，四本の同形の正四角柱で組立てられているとき，木枠の体積 V，外枠の長さ h から柱の一辺 x を求めることは，x の三次方程式：

$$V = 4x^2(h-x) \quad \text{すなわち} \quad 4x^3 - 4hx^2 + V = 0$$

クリッド的演繹数学の伝統のないところで，関の代数はデカルト的な演算機能を具えた代数の段階には決して到達できなかったろうし，16 世紀イタリアの「コス（記号）代数」の段階に達するのが精一杯だった。コス代数とは式を省略文の形で記述する規定だったが，デカルトの代数学は単に記号的であるのみでなく，象徴的記号の形で演算が実行できるという意味で，演算機能を具えたものだったのである[7)]。

ともかく関はその方法を援用して数学の様々の分野を開拓した。若年の頃，彼は行列式についての一つの独創的理論を発案したが，これは不完全なもので，後にその後継者，久留島たちが改良する。関の仕事はライプニッツの行列式論より先に発表されているが，関の方は不完全だったから，先取権を主張することはできない。しかし大切なのは，いくつかの問題を未知の混沌の中から探り出し，それらを数学的理論にまで高めたという能力である。

関の方程式の理論は行列式の理論と相携えて進められたものだが，これもまた独創的で，数学的見地からすれば恐らく一段と重要である。しかしこの論文の目標は数学的詳細に立入ることではないから，彼の得たいくつかの結果を説明なしに列挙するに止めておこう。それでもそれらは彼の独創性と多様さは示してくれると思う。具体的目的のために，次節では円の理論（「円理」）の歴史を，切り離して論じよう。（「円」は circle，「理」は「理由」「真理」などの意味である。）

p，n を自然数として $(1^p + 2^p + \cdots + n^p)$ の形の数の理論があり[8)]，高次の方程式の数値解を求めるホーナーの方法とニュートンの方法がある。ホーナーの方法は日本ではヨーロッパより遙かに早く知られていたが，ニュートンの方法は（流率法と呼ばれた）ニュートンの微分積分学の副産物であった。円錐曲線やアルキメデスの螺旋（らせん）など，多くの幾何学的問題もあり，魔法陣その他，様々な遊戯から取り上げた多数の論稿もある。これらの業績の中にはヨーロッパの学者に先立つものがあり，さもなくても完全に独自の手段で行なわれたものもある。関が世界

7) 方程式とその解を省略文の形で書く代数，未知量はしばしば ‘res’（ラテン語で「もの」の意）と書かれたが，イタリア語の ‘cosa’，英語の ‘thing’ は ‘res’ からの派生である。

8) この理論はベルヌイ数の理論の一部にあたる。関の理論は数学論の範囲内のものだが，後継者によって定積分を求めるのに用いられた。

の数学史で第一級の数学者と呼ばれるのはこうした理由による。

関とその門弟，建部賢弘はまた暦学や天文学も研究した。これらは数学の比較的単純な応用だが，数学と現実世界のつながりに関して，物理学的世界への応用などは言うに及ばず，この技法の単純な応用すら，彼らの後継者たちの研究の中に見られることは稀である。

これは現代人には奇妙なことと思われるかもしれないし，我々もまたこれが和算の最も弱い点だったと考えている。しかしながらここでは，数学と自然界のつながりの点こそ，歴史における最も革命的な出来事につながっていたことは銘記せねばならない。

宇宙の謎を解くのに数学を適用すること，それは決して生得自明のことではない。今日，数学がそれらの謎を解明するという考えは平凡陳腐なことと思われているかもしれないが，本当はこれこそ今日のいわゆる科学革命の一つの推進力だったのである。従って和算家達がそのような思想に到達できなかったにしても，それは彼らの欠陥ではなく，このヨーロッパの文化的飛躍の卓抜さを示すことなのである。

建部賢弘はまた，兄の賢明 (1661–1739) と共に，関を監修者として，先行者たちから彼らに到る数学的成果を，全二十巻の『大成算経』(1683–1710) としてまとめあげた。

久留島義太（1757 没）もまた多くの主題を開拓した。例えば彼は関の行列式の理論の不備を正し，また多くの最大・最小問題その他の問題を解いた[9)]。単なる先取権に拠る限り，彼の得た結果にはオイラーの結果に先だつものもある。しかし両者の用いた方法の差には注意せねばならない。オイラーの方法がライプニッツの解析学の枠の中で体系的に構築されていたのに対し，久留島の方法は体系的でなく，数値的なものであった。加えて，その投げやりな生活のせいで，彼の論文の大部分は永久に失われてしまった。

久留島の友人，松永良弼 (1639?–1744) も，テイラー級数と同様な多くの公式を

9) 微分積分学等の解析学は，最大・最小問題に強力な方法を与えたが，久留島は解析学的方法なしで同種の問題を大きく開発した。

立てている[10]。しかしもっと注目すべきことは数学に関する彼の考えである。久留島に宛てたその手紙によると，松永は和算に関する系統的な教科書を編む志をもっており，その企画に協力するよう，久留島に求めていた。松永はこう書いている。「私は長年の間，この意図を心の中で温めており，五十歳になったら実現したいと思っていた。しかし五十になってみると，無残なことに肉体的にも知力の点でもすでに遅すぎたと悟らざるをえない。しかも自分の周辺を見わたしても，貴君以外にそれが実現できそうな人は見当らず，これは貴君に託するほかない。ただ，どうして貴君は，興味本位の人為的な問題，エレガントなだけの結果，奇巧をこらした方法などと縁を切って，敢えてそのことを実現しようとはされないのか…」

しかし久留島はついに松永のこの願望に答えず，結局その計画は実現されなかった。久留島は当時の世界で見ても極めて数学的技法にたけた人物だったが，そのように体系的，理論的な考え方は余り得意ではなかったのである。そしてこれはおそらく和算の衰亡の初まりであった。

π の研究

和算が西洋数学から独立して発達したことに対する確固たる証拠は，π の研究の中に見出される。以下，この主題をいくらか詳しく論じよう。

東洋の数学書によく見られる例だが，和算家たちが参照できたシナの書物にあったのは，$\sqrt{10}$，3.14 等の近似値だけで，それらの値がいかにして得られたかについては何も示されておらず，和算家の最初の努力はもっぱら，それらの値を古典的書物から再現することに向けられた。村松茂清（生没年不詳）は 1663 年に円に内接する正 $2^{15}(=32768)$ 辺形の周長を計算し，π を 3.14 と定めた。彼の得た値はもっと正確な値 $3.14159264\cdots\cdots$（真の値は $3.14159265\cdots\cdots$）だったにもかかわらずである。村瀬は 1672 年に内接正 $2^{17}(=131072)$ 辺形に対して同じ計算を

10) 関数 f が巾級数の形で表現できたとき，その級数は f のテイラー級数と呼ばれる。例えば

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots\cdots$$

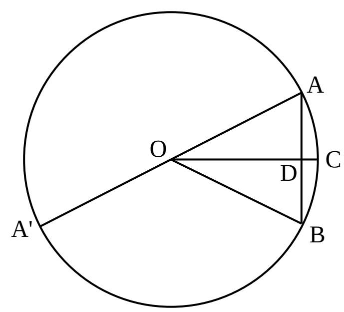
である。ただし x は「ラジアン」で測った角。

行い，今度は π を 3.1415 と定めた。

不思議なのは，村松も村瀬も何故にその近似値をそうと定めたかに触れなかった点である。ありうべき一つの解釈は，日本の種々の分野で学者が過度なまでにシナの古典を尊重し，しばしばそれを金科玉条として遵守していたことである。和算家たちもまた，古典的書物から取った 3.14 その他の値を判定基準として採用したのであろうか。

π の研究は次の世代でも続けられたが，昔アルキメデスが行ったように，内接に対応する外接正多辺形ないしその類(たぐ)いのものを計算した人は，関，建部を含めて，一人もなかった。そこで，厳しく言えば，彼らが宣言した値は論理的根拠をほとんどもっていなかったのである。もっとも，大阪に一人，例外があった。そこには鎌田義清 (1678–1744) がいて，内接，外接の正 2^{44}（$\fallingdotseq$ 17.5 兆余）辺形を用い，π を上下から挟んで評価した。しかし鎌田は，江戸の関の学派とは余りつながりを持たず，その方法は他のどこでも取り上げられなかった。これは関の学派の，ひいては和算の理論的限界と言ってよいであろう。

さて，関は π の問題に注目すべき一歩を進めた。彼は（円に内接する）$2n$ 辺形の周長を s_n と考え，（有限）数列 s_2，s_3，$\cdots$，s_{17}（s_2 は正方形，s_{17} は 131072 辺形）を作る。（何と驚嘆すべき粘りつよさ！）次に彼はこの数列が近似的に或る（無限の）等比数列に近いことを見抜き，それの和（つまり極限値）をとって，π は（真の値 3.1415926535 $\cdots\cdots$ に対して）「3.1415926539 より僅かに小」と述べたのである。



建部はこの関の方法を大幅に改良し，更によい近似値 $3.1415\cdots2+\varepsilon$（少数 40 位まで正しい）に到達した。これを得るため，彼は関の方法によって $(s/2)^2$（s は小さい弧 AC）を計算し，$(1/10^4)(1.000000\,333333\,5111\cdots\cdots)$ という値を得た。そしてこの値を鍵として用い，（R を直径，c を弧 AB と弦 AB に挟まれた小線分 CD として）$R=10$，$c=10^{-5}$ に対する c/R の多項式として $(s/2)^2$ の値を近似しようと試

みたのである[11]。上記の値 $1.000000\,333333\,5111\cdots\cdots$ は，ほぼ $1+(1/3)\cdot(1/10^6)$ に等しいから，残る誤差についても同様の仕方で分数での近似ができるはずで，彼はこの仕方を繰り返し用い，極めて卓抜な計算によってそれを達成した。その結果は

$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 = \frac{1}{10^4}\left[1+\left(\frac{2^2}{3\times 4}\times\frac{1}{10^6}\right)+\left(\frac{4^2}{5\times 6}\times\frac{1}{10^{6\times 2}}\right)\right.$$
$$\left.+\left(\frac{6^2}{7\times 8}\times\frac{1}{6^{6\times 3}}\right)+\cdots\cdots+\left(\frac{12^2}{13\times 14}\times\frac{1}{10^{6\times 6}}\right)\right]$$

この式は有限項だが，その係数，

$$\left(\frac{2^2}{3\times 4}\right),\ \left(\frac{4^2}{5\times 6}\right),\ \left(\frac{6^2}{7\times 8}\right),\ \left(\frac{8^2}{9\times 10}\right),\ \left(\frac{10^2}{11\times 12}\right),\ \left(\frac{12^2}{13\times 14}\right)$$

が著しい規則性をもつので，これをどこまでも限りなく延長するのは容易である。

この級数は $\sin^{-1}x$ のテイラー級数と同等であることが後に判明した[12]。後者は建部の発表の 15 年後にオイラーが得たものである。なるほど，建部の方法はオイラーほど理論的ではなく，数値的段階に止まっていた。オイラーの方法は，解析学の体系的理論であるライプニッツの『無限小解析』に基づいており，遥かに広大な応用領域を得ていた。とはいえ，建部の堅忍不抜な精神と洞察力は真に驚くべきものであり，その創造力が賛嘆に値することに疑いの余地はない。建部は関と共に，オイラー，ニュートンなどに比肩できる数学者であろう。

建部のこの仕事はその著『綴術算経』(1722) に集められている。字義通りにいうと，「綴術」は「つづりの法」だが，実質的には「繰返し法ないし数学的帰納法」である。恐らく彼はその標題を，シナ数学最大の数学者で，シナのアルキメデスと言われる祖沖之（429 頃–500）の書，『綴術』から取ったのであろう。この本も上記の『日本国見在書目録』(891–894) に登録されていたが，シナではその出版後，間もなく失われてしまい，10 世紀以後には日本でも失われてしまった。和算家の

---

11) $(s/2)^2$ の公式を得るため，建部はまず係数の列，1/3，8/15，9/14，32/45，25/33，72/91 を求めねばならなかった。言うまでもなく，この仕事にも卓抜な工夫が必要だったものだが，彼はこれだけに止まらなかった。この列の第 1，第 3，第 5 の分数の分母分子に 2^2 を掛け，第 2，第 4，第 6 には 2 を掛けることによって，彼は $(2^2/3\cdot 4)$ 以下の規則的で美しい形を得たのである。何というすばらしい洞察！ なお，5 章の後半を参照。

12) $y=\sin x$ であるとき，y から x を定める関数を y の逆サイン $(\sin^{-1})$ と呼ぶ。記号では $X=\sin^{-1}y$

目に触れえた祖の結果は，不等式 $3.1415927 > \pi > 3.141592$ と，二つの近似分数 22/7，355/113 とだけであった。これらの値は隋王朝の正史，『隋書』(636) に記載されていたので，建部が祖の算出の仕方を参照する余地はなかったのである。

『綴術算経』は和算の歴史の中で，数学の方法論や数学的考察を論じた唯一の書物である。彼の「質の哲学」は特におもしろい。

彼は先ず数学者の間に，解析的と直観的の二種類の質を区別する[13)]。解析的とは，建部自身のように，厖大な計算を全くいとわない人々を言い，直観的とはそれよりも「安楽椅子探偵」の流儀を好む人々を言う。次に彼は数学の中に十進法に基づいて，三種の無限を分類する。すなわち (1) 無限小数のような 数の無限，(2) 有限の数から 数の無限 を生み出すことのある 演算の無限，例えば除法や開平算。これに対して例えば加法や乗法のように，有限の数から必ず有限の数を生む演算は 演算の有限 である。(3)質の無限，これは，与えられた有限の数値から，どんな有限的演算を用いても答えが有限の値として定まることのないような問題の質を指す。建部に言わせれば，彼が無限級数によって π の研究に成功し，関がそこまで成功しなかった理由は，円の問題が質の無限の性質をもつこと，そして関の数学者としての直観的質が問題の質と適合しなかったことだという。してみると，建部の結論は，数学者の質が同じ質の問題に「たまたま巡り合う」とき，その問題は解けるが，そうでないときはむずかしい，というにあろう。

無限級数をこのように意識的に用いたことを考えてみると，建部の無限級数に関するアイディアは，現代数学と比べて不完全なのは言うまでもないが，他の和算家とはもとより，関と比べても格段に明快だったと言ってよい。彼は有限の級数がこのように無限に延長されることを洞察したとき，数学の世界に一定の規則性が存在することを信じ，数学的世界に存在する或る調和を確信したに違いない。しかしこの建部ですら，この（内的な）数学的世界と外的な物理学的世界との間の調和には，遂に思い到らなかったように思われる。そしておそらくこれは，和算と西洋数学との間の最も根本的な哲学的相違であろう。

13) 彼のこの注意は，ポアンカレによる数学者の型の分類，解析的計算による論理形と内的認識（洞察）による幾何学形と，を連想させるかもしれない。(ポアンカレ『科学と方法』，第二篇，第二章，1908，岩波文庫，吉田洋一訳あり)。

建部の用いた章句「たまたま巡り合う」もまた意味深長である。これは単にユニークな意見というに止まらず，将来の数学の哲学にとって深く思いを刺戟する挑発的なもののように思われる。事実，調和についてのこうした意味づけを見ると，「数学者の質」と「たまたま巡り合う」に関する建部の言葉は，深い意味を暗示しているように見えるが，それは，その言葉が数理哲学研究に到る一つの新しい方向を仄(ほの)めかしていると思われるからであって，その方向とは，数学と物理学の間に存在する調和を指すのみでなく，研究者の主観性と外界の客観性の間のまた別の調和も考慮すべきでないかというものである。

衰亡と西欧との接触

松永と久留島の後，和算の活動は次第に衰えた。無限級数は依然として研究されていたが，和算の新しい大勢は，本質的な問題からはずれ，単なる好奇心や幾何学的美に傾いた事柄を追求するようになった。もちろん，少数ながら優れた和算家もなおいた。18 世紀の末には安島直円(あじまなおのぶ) (1739–1798) が対数に関するいくつかの定理を得ているが，それは舶来の対数表に基づいて得られたもので，その頃まで，ヨーロッパでは知られていなかった結果である。また，一種の定積分表も作った。安島の優れた後継者である和田寧(わだねい) (1787–1840) も，それ以上の定積分表を作った。しかし和田は極貧の生活を送り，遂に陋巷(ろうこう)に窮死して，その多くの業績は，弟子たちの名で出版されたもの以外，すべて散佚(さんいつ)してしまった——和算の衰亡を象徴する悲しいエピソードである。

鎖国の時代 (1639–1854) においても，シナとオランダ経由の道は残されており，それを通じて西欧世界に関するいくらかの知識は伝えられていた。1720 年以後はキリスト教に関係のない書物の輸入が許され，18 世紀の終わりまでには，相当の人が世界情勢や西欧科学についてかなりの知識をもっていた。事実，アリストテレスの『形而上学』やニュートンの主著『自然哲学の数学的原理』の邦訳が，オランダ語訳を介して出版されていた。しかし西洋の技術や科学を紹介したのは，主として洋学者と呼ばれた一群の人びとで，おかしなことに，和算家たちはそれらの話題や西欧数学に必ずしも興味を示さなかった。和算家がユークリッドの『原

論』の漢訳を見たとき，おそらく彼らたちの扱う複雑な図形と比較してのことだろうが，『原論』の重要性も内容の高さも理解できず，余りに初等的な数学書と判断したのである。

今日，日本における数学的活動は和算とはほとんど何のつながりももっていない。この点について，和算の潜在的な悪影響を口にする学者もいる。実際，ごく最近まで日本の多くの数学者は，純粋数学と他の数理科学とを切りはなしたがる傾向をもち，数学について哲学的考察を試みる者は更に少数であった。この傾向が薄れはじめたのは，ようやく最近のことである。（なお，脚註 2) 参照）

独立性と独創性についての付言

和算の独立性と独創性は三つの方向で示される。

(a) 和算が最も急速に進展したのは，鎖国時代であった，(b)π の場合に見られたように，人は和算の前進した経路を辿ることができる，(c) いくつかの結果は彼ら独特の方法で得られている。その多くは数値的方法である[14)]。

日本の歴史家の中には，微分積分学が関，建部，その他少数の人びとの手で，「円理」の形で考案されたと論じた人がいる。しかしこの主張は誇張であって現在は放棄されている。和算の達成したものは，その独創性はさることながら，ここで示したように，すべて一群の断片的な結果に止まる。変数，関数，微分法などの，解析学の基本的概念も現れておらず，まして（微分法と積分法が互いに逆の算法であるという）微分積分学の基本定理や，デカルト，ニュートン，ライプニッツ，その他の人びとが発展させた，数学的な自然哲学については何の触れる所もなかった。

ただ，ここでもまた鎖国のことを考慮せねばならない。和算家の得た結果の大部分は，孤立した文化的伝統の世界，特にギリシャ数学の伝統から切り離された世界において，勝ち取られたものであった。従って和算は，そのあらゆる弱点は弱点として，数学の世界史において，少なくとも一つの並々ならぬ史的現象とし

14) 実をいえば，数的吟味による発見の方法は，必ずしも和算家の活動を特徴づけるわけではない。事実，ヨーロッパでも，特に 17–18 世紀において，ニュートンやオイラーを含む多くの傑出した数学者が，定理の発見のみでなく理論建設の手掛かりとしてこれを用いていた。してみると，われわれはここでも再び，ギリシャ的伝統が既に知られていたか否かを問う形で，伝統の重さを強調すべきなのであろうか。

て評価されるべきである。

なお一つ注意されねばならないのは，以上の諸点が数学の比較史の基本問題に，あるいはむしろ人間の文明の比較史の基本問題に密接につながっていることである。一方において，和算の独立性は数学の普遍的真理性についての説得力のある証拠と見られるが，その反面，和算とヨーロッパ数学の間に客観的な比較がありうるか否かを決めることが，そもそも問題含みなのである。偏りのない客観的比較がいかなる基盤の上で得られるべきであるか。あるいはむしろ，そのような基盤を立てることなど可能なのであろうか。西欧文化の伝統がそれ自体の偏りをもつのと正に同じように，日本文化の伝統も自らの偏りをもつ。このような注意は，奇をてらう発言のように見えるかもしれないが，ひとり数学の比較史に対してのみでなく，数学の哲学に対しても，何か実りのある結果を産むことであろう。（村田『日本の数学・西洋の数学』(1981) 第 V 章参照）

参考文献

ポアンカレ（吉田洋一訳）『科学と方法』（第 II 編，第 2 章），原著 1908，岩波文庫版，注釈

Mikami, Y. 1913, *The development of mathematics in China and Japan*, (reprint，1961，Chelsea)

Smith, D. E. and Mikami, Y. 1914, *A history of Japanese mathematics*, Chicago, Open Court.

日本数学会編（中心は彌永昌吉ほか）『岩波数学辞典』（初版 1954；第二版 1968；第三版 1985）岩波書店，英語版 *Encyclopedic Dictionary of Mathematics*, （初版 1977 は原書第二版の訳，第二版 1987 は同第三版の訳）

日本学士院編（中心は藤原松三郎）『明治前日本数学史』全 5 巻，1954–1960，岩波書店

村田全，茂木勇『数学の思想』1966，日本放送出版協会

平山諦，下平和夫，廣瀬秀雄編『関孝和全集』，1974，大阪教育図書

Murata, T. 1975, “Pour une interprétation de la destinèe du Wasan-Aventure et mesaventure de ces mathématique,” *Proceedings of the XIVth International Congress of the Histry of Science,* TOKYO.

Murata, T. 1980, Wallis’ *Arithmetica Infinitorum* and Takebe’s *Tetsujitsu Sankyo*—what underlies their similarities and dissimilarities?, *Historia Scientiarum* Vol. 19, Tokyo.

村田全『日本の数学・西洋の数学——比較数学史の試み』1981，中公新書，中央公論社〔改訂版：「ちくま学芸文庫」，筑摩書房〕

PDF 化にあたって

本 PDF は,

「知られざる日本」第 2 集（2001 年，国際経済交流財団）所収

を元に作成したものである。

科学の古典文献を電子図書館「科学図書館」

http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html

に収録してあります。

「科学図書館」に新しく収録した文献の案内，その他「科学図書館」に関する意見などは,

「科学図書館掲示板」

http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs

を御覧いただくか，書き込みください。