

# 『ブルバキ数学史』について

村田 全

この文章は、もと『ブルバキ数学史』の邦訳（東京図書、一九七〇）の付録「訳者覚えがき」として書いたものだが、その後、一、二の部分の少く詳しくして別の形で発表した同じ標題（仏文）で行なったポアンカレ研究所での講演（一九七二）と、それに加筆した *Comm. Math. Univ. St. Paul*（立教大学数学雑誌）所収の論文（一九七五）、および「数学史編纂の哲学的側面」（英文）と題する、第十四回国際科学史会議（東京、一九七四）でのシンポジウム講演。そこで本書に収録するに際して、それらの内容をよりこむべく第二、三、四節を中心に大幅に加筆訂正し、更にとりどころに参考文献を書き加えた。

## 一 ブルバキのことなど

私をはじめブルバキの名とその著書《*Elements de mathématique*》のことを聞いたのは、敗戦後間もなくの一九四八年だったと記憶する。まだアメリカ軍の占領下にあった時代で、当時学生だった私たちには——そしておそらく当時の多くの先生がたにも——原書の入手など望むべくもなく、わら半紙にガリ版刷りの『集合論要約』などを、くじ引きでやっと手に入れたりしたものだ。

ブルバキの『数学原論』を翻訳するという企ても、かなり古くから一度ならずあった由だが、そのうちに東京図書による企画が始まり、そこには私までが誘い込まれて、清水達雄氏——昔からの企画の主謀者の一人——と共に、編集委員兼訳者として「歴史覚えがき」を担当することになった。私といえどもブルバキの「歴史」の重さは重々

知っていたのだが、おだてられたり、おどされたり——「あなたは珍しいことに（少しでも）「歴史覚えがき」を読んでおられる」とか、「あなたに引き受けてもらえないと、この企てを投げ出さなくてはなりませんぞ」とか——している内に、雰囲気は巻き込まれたというか、色気が出たというか、思い切つてやつてみるかという気になつてしまった。この受難決定の日、そして公式にはおそらく『ブルバキ数学原論』翻訳の第一回編集会議と記録されているのは、一九六六年一月一二日である。

その翻訳では、私は主として『集合論』と『実一変数関数』との「歴史」を分担した。それらは質量共にブルバキの「歴史」の中の双壁をなす雄篇で、その二つを敢て引き受けたのは、いかにも自信に満ちたことのように見えるかもしれない。しかし実を言うと、その二つの分野は数学の中で私にも少しはわかる少数の部分に属する上、ブルバキの「歴史」の中で私がその頃までに読んでいた（つもり）ものは、その二つの他になかったのである。もちろん私も、この「つもり」なるものがかいかに他愛ないものかという位のことには初めから承知していたが、それにしてそのことはやがて後から後から、とつくりと思ひ知らされたことであつた。

ここにちよつとおもしろいのは、集合論の「歴史」と実関数論の「歴史」とが、単に一巻の双壁であるばかりでなく、むしろこの一巻の両極端に位置することである。すなわち集合論史は、もとの形では『数学原論 集合論』——構造の哲学に始まる巻——の最後にあるのだが、どうかすると我田引水の匂いすらする位にブルバキ的「構造」の概念の形成に至る歴史を展開し、それによつて充実した内容をかち得ているのに対し、実関数論の歴史の方は、もともと「構造」の哲学に一番当てはまりにくい分野であるのを、たとえば「分類 (classification)」というような点に注目するなどしつゝ、却つてこれもまた極めて充実したものを作り上げている。清水氏の訳された「代数」や「位相」その他の「歴史」は、この点に関する限り、上の二つの「歴史」の中間に位置するように思われる。

さて原著者ブルバキのことだが、これについては、

森毅『現代数学とブルバキ』（東京図書、一九六七）

のような立派な本がすでに出ているので、ここではほんの概略だけを述べておこう。御存知の方も多いと思うが、ブルバキは実は個人名ではなく、数人の数学者の共同筆名である。すなわち一九三〇年代のフランスで、ヴェイユ（A. Weil）、シュヴァレー（C. Chevalley）、夭折したエルブラン（J. Herbrand）、あるいはH・カルタン（Cartan）など、当時の前衛的な若手数学者が一〇人ぐらい集まって作ったグループがこれの発端で、一九三一年に山で遭難したエルブランはおそらく「ブルバキ以前」のメンバーと言うべきかもしれないが、他はすべて発足当時のブルバキの錚々たるメンバーだと聞いている。ただしこの三〇年ばかりの間に、発足当時のメンバーはすっかり入れかわって、今ではまるで違ったメンバーになっている。

考えてみると、人は年を取るけれども集合は年を取らない。「ブルバキ」は一九三九年ごろから『数学原論』の刊行を始め、現在（一九七〇年三月）迄にすでに三四冊、なお延々と書き続けそうな気配さえ見せている。しかもその一方、一九四八年以後は毎年『ブルバキ・セミナー・ノート』を出しているし、『数学原論』の改訂もその間に折にふれて行なっている。もし遠い将来、このような事情がわからなくなった上、その出版物だけが残されたりしたら、この幻の二十世紀的天才の人物や思想を、人はどのような驚きの目をもって見るであろうか。そう言えば、古代ギリシアの『原論』の著者「ユークリッド」を、ある学問的集団の呼称であって個人名ではあるまいと推測する今日の学者の中に、ブルバキの一人であるヴェイユを数えることのできるのは、案外、語るに落ちたということかもしれない。

ブルバキの正体はこのように多（Mannigfaltigkeit）であるけれども、全体の作品には極めて統一（Einheit）的なところがあって、さすがは多様体（Mannigfaltigkeit）論のリーマンや集合論（Mengenlehre、旧名Mannigfaltigkeitslehre）

——現代的な多と一の理論——のカントルの、あるいは単子論のライプニッツや古代的な多と一の論のユークリッドの、後裔だけのことはあると思われる。実際、『数学原論 (*Éléments de mathématique*)』という標題自身も、ユークリッドの『原論 (*Éléments*)』の向こうを張ったものであろうが、普通なら *mathématiques* と複数で書くところを、わざわざ単数にして、その統一性を強調しているくらいなのである。ところがここに、この『数学史』の原題の方は、“*Éléments d'histoire des mathématiques*”と複数形になっているという事実がある。これはちよつと奇妙な気のことだが、考えてみると、ブルバキの数学は単一であっても、それより前の「数学」は多種多様という趣向でもあるのだろうか。揚げ足とりの的に言えば、この『数学史』自身、全体を通じて決して一人の作品なのではなく、また同じ時期に書かれた作品というのでもなく、修史の態度姿勢から各篇の長短精粗に至るまで全く多種多様であるけれども、それが別に複数「*mathématiques*」の由来なのではあるまい。ともかく小さい点の統一はかなり不足しているが、大綱においてはそれらの全体を厳然と貫く或る種の哲学が存在していると言つてよい。言うまでもなく、それはまずブルバキの旗印である「構造」の考えであり、さらにはその考えが基礎をおくところの一種の形式論的経験主義というふうな姿勢である。われわれはいずれそのような問題についての考察にも触れるつもりであるが、その前にまず言っておきたいことがある。

それは、この「歴史」がいわゆる読みもの的な歴史でなく、また個人の伝記や年代記のたぐいでもなく、むしろ数学の内容をある程度以上わきまえ、かつその背後にある考え方ないし哲学について、(普通にいう専門的とはいささか違った意味で) 本質的な志向を持つ学問の徒のための歴史であることである。私はもともと、何の学問であれ、およそ一個の学問についての歴史とは本来そうなくてはならぬものと信じているので、このようなことをわざわざ断わるのもおかしなものだとは思ふのであるが、今日の世間一般における数学史の受け取られ方などから見て、そのことはやはり触れておく必要があるように思う。そこで次にその辺のことについて、二、三の私見を述べてみ

たい。

## 二 学問としての数学史について

そもそも数学という学問自身が世間からは、厄介な計算や証明ばかりしている学問というふうに大いに誤解されていると思うが、数学史への無理解はさらに一段とひどいようである。数学者として一人前以上の人の中にさえ、時としてその方面への理解の乏しい人が見うけられる。どうも人びとは、数学や自然科学が、歴史を超越した真理を求める学問だという建て前の論に心を奪われ、それらの学問にも歴史があり、これが長い眼で見るとその学問の進路や本質に根底的な影響を及ぼしているのだということを、しばしば見失っているらしい。実際は、数学的真理の内容に歴史は関与していないにせよ、他ならぬその真理が求められるに至ったという事実の底に、まさに歴史は存在しているのである。

もちろんこのような意味での歴史は、ひとり数学と言わず、どんな学問においても意味のあるものである。ところが、特にわが国だけのことも言えない様子であるが、いずれにせよ、現在までのところ、数学あるいは一般に自然科学系の学問についての真に学問的な歴史というものは、日本では従来いささか閑却され過ぎたきらいがある。早い話が大学での講座を考えても、哲学科に哲学史の講座があり、経済学部には経済史や経済学史の講座があるなど、文化科学や社会科学の領域ではそれぞれの歴史が学問として問われているのに対して、自然科学系の学部や学科にはどうもそのようなことがない。これには、学問の性質上それは当然のことだとする見方もあるかもしれないが、その一方で、数学や自然科学におけるいわゆる実学的性格の過剰を、ここに見ることもできるように思われる。

しかし特に数学の場合には、このような一般論にさらに加えて論じるべき節がある。それは数学が（実質上十七世紀に始まるところの自然科学などより一段と深くかつ広く）自然科学史をはじめ、文化史ないし人類史全体の上

に影響を及ぼしてきたその程度の評価の問題である。実際、今日の数学は古代ギリシアにおける人類最初と思われる論証体系の確立に始まり、近世には記号法的演算力をわがものとし、特に十七世紀以後はいわゆる科学革命の推進力の一つとなり、ついに今日の圧倒的な数理科学にまで成長したものであって、数学の内部だけで見ても、その変貌展開の様相には眼を見張らせるものがある。しかし本当のところ、事はそれだけで終わるのではなく、自然科学への影響を含めて、それが人類の歴史の上で演じてきた役割については、今日に至るまで余りに低く評価され過ぎてきたと言うべきであろう。これは今後の文化史全般についての、あるいはむしろ——今後の社会の動きへの影響などまでをこめて考える場合——人類史一般についてさえ、一つの重要な課題ではないかと考えられる。

ともかくこうしてみると、学問としての数学史の意義という場合、その数学史が数学自体の中で果たす役割と、同じく人間の歴史一般の中で果たす役割とが区別されると言つてよいが、細かく言うと、ここにはさらにもう一つの要素が認められる。すなわち今述べた二つの歴史上の役割を契合するものとして、いわば数学への歴史と呼ぶべきものがあり、これがその二つの歴史に然るべき影響を与えているという事実があるのである。この「数学への歴史」という思想を、私は最初に、

下村寅太郎『科学史の哲学』（弘文堂、一九四一 絶版）

から学んだ。この考えは、特に西欧において、「数学」という学問がいわば虚無の中から次第に一つの形をなしてきたものだ、ということを意識し、そこに西欧文化史を貫流する一つの重大な哲学的要素を認めようというのである。あるいはもつと正確に、今日の「数学」へとつながってきたところの、一つと言つてもむしろ混沌として多彩な或る学問的思潮の展開——あるいはその「学問」ということの意味の変遷自体がまた吟味の対象となるような或る展開——を問題にしようというのである。今日のような意味での「数学」を作ろうという意図が太古からあったはずは到底ないにもかかわらず、結果において今日見るような「数学」ができ上がり、それがこのように人間の

世界に力を及ぼしている——このことは、数学の中のことか外のことを問う以前の問題として、大きく言えば人間の運命にとつても極めて大きい一つの問題であると言えるであろう。

さて数学史というものを上のように分かつ場合、ブルバキの「歴史」の多くの部分は、当然のことながら第一型の歴史、すなわち数学の中における歴史として、数学自体の発展を跡づけ、整理し、かつできる限りはその発展の将来をも見透しうべき視野を与える態のものである。

これに反して第二型の歴史、すなわち自然(科)学史、人類文化史ないし人類史全体の一つの要素としての数学史という見方は、社会経済史的な志向を持つものもとより、哲学史的志向のものも、自然科学史的志向のものも、このブルバキの「歴史」の中には乏しいように見受けられる(その中では哲学史的要素がまだしも認められるというべきか)。いずれにせよ、近世以後きわめて最近に到るまで、数学と物理学が相たずさえて展開されてきたことは、まぎれもない事実であり、この件が黙殺されていることは、この優れた歴史の第一の弱点といつてよい。けれども、これに対してブルバキの側から直ちに一応の弁明が返ってくるであろうことも想像に難くない。その一つは、同書の序文に断られているように、微分方程式論や関数論のような現下の問題に関連の深い分野について、「それに相当する書が『数学原論』の中でまだ書かれていないというだけの話」なのかもしれないし、あるいはむしろ、事を鮮明にするために主題をしばったということかもしれない。これらはいずれも、もつともなことであるが、それと共に、ブルバキ特有の構造の考えとも無縁ではあるまいと思われる。というのは、微分方程式論や、特に数学と物理学との関係などという対象は、構造の一筋縄で整理すべく、いささか混沌の度が過ぎるように見うけられるからである。

次に第三の、数学への歴史という視点、すなわち虚無混沌の中から数学が形をなしてくる過程についての関心も、特に意識的な志向は見られないようであるが、第二型の場合と違って、この型の歴史はもつと考慮されてよかつ

たのではないかと思われる節がある。この点について、つぎにもう少し述べよう。

ブルバキの歴史、特にこの本の第一篇などをよく読んでみると、この歴史がまず「数学」の形成を概観し、そのあるべき形に対して明確な意見を持ち、その意見に準拠して史実の整理排列を行なっているものであることがわかる。一個の主張を持ちながら、なおかつ客観的な歴史になっているという点は極めて見事であるが、同時にそれは、自己に偏した作意の存在と危くも相接するものであつて、私が上で、「数学への歴史」という視点に不足が感ぜられると言つたのは、ブルバキ的「数学」の原型が、いささか古すぎる位にまで求められ、ひいてはそのような「数学」が、自己形成的なものでなしに、或る程度まで既成のものとして取り扱われ過ぎていたのではないか、という危懼に連なる。私はこの考えを、後で述べる歴史家サポールの論文の雰囲気に触発されて捉えたのであるが、少なくともこの点にブルバキの「歴史」に迫るべき一つの手がかりがあるのではないかと考えている。要するに、もしこれが今述べた第三の型の歴史への要求に対するブルバキ側の解答であると解してよいとすれば、私はその考え方——構造の思想を軸にして、虚無混沌の中からの数学の形成を説こうとする姿勢——を、一つの見識として敬意は表すものの、いささか単純素朴なものとして、或る程度以上に高く買う気になれない。ブルバキの歴史はあくまで近代以降——おそらく十七世紀の前後からこちら——の数学の歩み、特にその純数学的側面を描くに当たつて、最もその本領を發揮するものではないか。これがこの点に関する私の意見である。

念のために一言すると、私は何も自己の主張を持って歴史を書くことが悪いと言つていのではない。むしろ反対に、数学史の場合にしても、本当に「歴史」と呼べるだけの歴史は、史実を蒐め、かつそれを整理するに当たつて、それ自身の「数学」とその「哲学」を持つのが当然だと思ひ、その点で従来の「数学史」に、しばしばあきたりないものを感じている。ブルバキに対する前記の感想は、このような共感ないしは敬意の上に立つ一つの努力目標にほかならない。



ところでこのような高い意味での歴史概念を一方におき、もう一方に、今日一般に行なわれている数学史が実は十九世紀の数学と歴史学との共同の成果であったとの事実をおき、この両者を結びつけて考えると、ここに一つの興味ある結論が導けるように思う。すなわち、今日われわれが「数学史」と考えているものは、実は十九世紀的な「数学」の概念の下で蒐集され、同じく十九世紀的な「歴史」の概念に則して整理排列されたのであって、別に十九世紀的という点にこだわるわけではないけれども、これらに対する批判は、その根底にある「数学」概念の吟味までを含めて、徹底的に行なわれるべきことだというのがそれである。そしてこの見地から見ると、ブルバキの歴史は二十世紀現在の今日において、そのような批判の皮切りとして最も優れたものの一つであると思われよう。もとよりいわゆる修史の問題——過去に作られたもろもろの歴史を吟味し、新たな視野からする史料吟味をもそこに加えて、改めて歴史を編纂すること——は、今日以後の数学と歴史学、あるいはむしろ数学史学なるものに課せられた根本的な課題の一つであり、すぐ上で述べたことも当然その一つの要素である。従って、いかにブルバキの歴史が優れたものであろうと、それだけで一切が終わったなどとは言えない大問題であるけれども、それにしてもこのブルバキの歴史は今後非常に長い期間にわたって、この方面における重要な位置を占めることであろう。批判ももとより易しいことではないけれども、批判の対象たりうる業績を打建てるのは、また一段とむずかしい仕事だからである。

なおこのような問題と並んで、わが国の数学あるいは自然科学が、明治以来、あるいは現実に密着し過ぎて実学の方向に傾き、あるいは専門の分野に徹するの余り孤立的な学問分野を守る方向に傾き、共に特に歴史的・文化的視野をしばしば欠いてきたことは、ここでもやはり考えておきたい。ブルバキの歴史はわれわれに自分たちの学問的伝統の底の浅さを見せてくれる——こういう言い方は、私などが口にする分には不謹慎あるいは不適切であるかもしれないが、認識しかつ超克すべき事実として、十分考慮されてよいものだと思うのである。

### 三 「基礎の歴史」をめぐる(Ⅰ) — ギリシア数学、特にサポー説との比較

ブルバキの「歴史」はしばしば「ギリシアからブルバキまで」と言われるが、同書の重要ないくつかの篇において、そのことは実際に認められる。しかもそれが単なる事実の羅列に終わる通史でなく、また事実の裏付けのない概念のあるいは通俗的な史談でもなく、そこに一本の筋が通ったものであることは、すでに前節で述べた通りである。

このような特色の一番はつきり現れているのは、その最初にある「数学の基礎、論理、集合論」の篇であろう。すなわちここには、いわば論証前夜の状態にある古代数学に始まり、二十世紀の基礎論に至る壮大な流れが描かれていて、しかも全体は、ブルバキの言う数学的構造の要素をなすいくつかの事項を中心に、それぞれの節に分けて構成されている。正確な内容は現物によって読み取って頂くとして、次にその全体にただよっている雰囲気について触れてみたい。

この篇は六つの節からなる。一節「論理の形式化」では、アリストテレスの形式論理学、ライプニッツの記号論的「結合法」から現代までの(記号による)論理の対象化の道程が、二節「数学における真理の概念」では、ギリシアの論証法から後、ルネサンスから近世を経て、非ユークリッド幾何学、ヒルベルトの『幾何学基礎論』に至る流れの中で、数学的真理が経験に即しつつ形式化されて捉えられていく過程が、また三節「対象・モデル・構造」では、この標題にいう三つの主題の線に沿って、数学的構造の中に数学の単一性が獲得されていく過程が、それぞれ描き出されている。その後に「集合論」(四節)が来、したがってまた「集合論の逆理と基礎の危機」(五節)、「超数学」(六節)が続いて、それでこの篇が終わるといふのは、論理的順序から言っても歴史的順序から言っても、まづまづ当然の筋書きであるが、ここでも、たとえば六節において、重点は必ずしも(よく世間で言われるような)無矛盾性の証明をめぐる出題に置かれてはおらず、むしろ、より構造的な、いわゆる決定問題の方に置かれている。いずれにしてもこの「歴史」は、そこに空無虚構が打ち建てられているというのとはおよそ異質な、透明で精

緻で客観的なものだけでも、それでもこれに接するに当たって、上記のような哲学ないし意図がそこに存在するということを意識しておくのは、悪いことではあるまい。

つぎに、この「基礎の歴史」のうちで古代史に関する部分と、この方面における最近の研究成果との関係について、二、三の注意を添えておく。

ブルバキのこの篇の一節（三節）においては、古代ギリシア数学、特にユークリッドの数学の特質およびその形成——とブルバキの見るところ——が、その篇の全体の構成に関して重要な伏線になっている。しかもこの篇自身がこの一卷の基盤の役割を持っているようなものだから、この伏線の意味は決して小さくないのだが、その部分で強調されていることはほぼ次の三点にまとめられるであろう。

(1°) 論理学の形式化を導いたのは、古代以来つねに数学であった。

(2°) ギリシア公理論は経験論的起源を持つ。

(3°) ギリシア数学における数学的存在の基本的性格は作図可能性である。

ところが、比較的最近のことであるが、ハンガリーの優れた数学史・哲学史の専門家であるサボー (A. Szabo) 教授は、(ゼノンの逆理で有名な) 前五世紀のエレア学派の哲学の研究から出発し、広汎詳細な資料分析と卓抜な史眼とによって、ユークリッドの公理系の形成およびその特質に関して、極めて革新的でしかも説得力のある説を發表した。それは一九六〇年のことで、私見によればその影響はおそらく今後においてむしろ強まるものと思われるのだが、ともかくその説の基本線は前記のブルバキの線と見られる (1°) (3°) と鋭く対立するのである。そのことを説明するため、多少脇道にはなるが、しばらくサボーの所論を概観してみよう。「より詳しくは、本書第二章の他、サボー (中村幸四郎、中村清、村田全訳) 『ギリシア数学の始原』 (玉川大学出版部、一九七八)、サボー (中村、伊東、村田訳) 『数学のあけぼの』 (東京図書、一九七六)、伊東俊太郎、原亨吉、村田全『筑摩数学講座

『数学史』（筑摩書房、一九七五）の第一部などを参照されたい。」

前節で、学問としての数学史について二、三の考えを述べたが、それにしてもこの学問に、例えば数学や自然科学におけるような「発見」や「革命」がありうるということは、一般にはまだ余り認識されていない。私が先にサポールの説を「極めて革新的」と呼んだのは決して誇張ではなく、むしろサポールの業績そのものが、この学問における「発見」や「革命」の生きた実例なのである。してみると、この意味だけから見ても、この「脇道」には十分の意義があると言つてよいであろう。

よく知られているように、ギリシア古代の根本史料の不足は、ギリシア数学史を再現する際の決定的な障害であるが、サポールはこれを、史料原典——その中には従来、比較的軽視されていた古代末期のものも含む——における術語の変遷の吟味などの新しい客観的手法によって補おうとする。またその際、今や古典的となつているギリシア数学史像——古典的とはいつても、それは主として十九世紀の研究成果である——必ずしも捉われることなく、上の史料処理の裏付けをもつた卓抜な史眼をもつて、改めて事の大局を見透そうとする。細かいことは別として、次にこの方法によつて明らかにされた、二、三の重要な論点を挙げよう。

第一に挙げるべきは、ギリシア数学における数学的存在の本質が、帰謬法などの間接証明法に与えられた反経験的・理念的性格にあることの指摘である。ギリシア数学、特にユークリッド『原論』におけるそのような存在性は作図可能性のことだという考えは広く行なわれているが、実は意外に新しく十九世紀末の数学史家ツオイテンの確立した説である。ところが『原論』の中でも、無数の素数の存在に関する定理での「存在」は、作図可能性によつては説明できない。これに対してサポールの説は、数あるいは図形を構成あるいは形成すると思われる「多者」（＝集合）あるいは「運動」という概念を中心として、これを否定する立場と、これを擁護する立場との対立を考え（ゼ

ノンの逆理！）、両者の間で、にわかに肯定も否定もできない「仮説」として、超経験的・理念的な「数学的存在」が確立されたと考え、それらを一括するのである。この考え方はブルバキのもつ一種の経験主義と対立するものと見られよう。なおサポー説によれば、このような仮説法的性格の公理論は、後に、これと違った立場にあるアリストテレスの論理学の影響のために、長らく埋もれてしまったのだと言われる。確かにユークリッドあるいはそれ以前から、それ以後の例えばアルキメデスに到る大多数の数学者の「公理」観は、アリストテレスの公理論と大なり小なり喰い違っており、この事実は従来も数学史家の間で問題視されていたのだが、サポーはこれについて、例の術語変遷史を踏まえた上で、アリストテレスの総合が当時の数学者の実際活動を必ずしも忠実に反映しなかったものと論じ、それによって過去の諸説よりも説得力の強い解釈を示している。

以上の考え方に伴い、ギリシアの理論的数学成立の時期の判定も変わってくる。すなわちサポーによれば、その時期は、従来しばしば唱えられていたプラトンの時代ではなく、より古いエレア派の時代とされ、従来、プラトン哲学の影響と見られていた点は、プラトン哲学へのエレア派の影響を介して、実はエレア起源のものであったと認められる。すなわちギリシアの理論的数学は、ブルバキの意見とは違って、エレア派の弁証法の一つの発展形態として捉えられ、ユークリッドの公理体系の形成も、この線に沿って説明される。

この最後の件の輪郭は次のようになる。プラトンの対話篇には公理的論証の形成を示唆する部分があくつもあり、ブルバキも『ポリティク国家』からの引用をしているが、サポーはそれらの考えの背後に、一種の仮定法的討論があったことを、術語変遷史などを傍証として描き出してみせる。ここで「仮定法的討論」というのは、或る仮定ないし要請の下で結論を導き、それによって結論あるいは仮定自身の妥当性を論ずる一種の対話的弁証法で、この場合の仮定ないし要請は、（帰謬法の仮定のように）否定されるためのものもあり、（証明も否定もできぬまま）一種の暫定協定として保持されるものもあり、特に後者の中には、長年の間に「原理」として通用するに至るものもある。実はユー

クリッドの『原論』で「定義」、「公準」、「公理」として使われている用語は（後代で使われ出した用語は別として）、すべて原義として「仮定」ないし「要請」の意味を持つ言葉である。そしてこれらがエレア学派の帰謬法的性格の強い対話的弁証法での「仮定」ないし「要請」という意味を母胎とし、やがて次第に「原理」の意味を獲得してゆきながら、その過程においてそれぞれ今日の意味の「定義」なり「公理」なりに変わっていくところに、ユークリッドの『原論』の形成過程を見よう——このような考え方が、この方面におけるサポー説の大まかな筋書きである。したがって『原論』の形成は従来考えられたよりずっと古くにさかのぼって考えられるが、この場合、ギリシア的公理論の持つ根本的性格は、従来よりずっと対話・弁証の法に近く、むしろ現代的とさえ言いたいような仮定法的傾向のものとして捉えられており、この立場でのギリシア数学形成史は従来のものと——根本的に、というか否かは見方によって異なるにせよ——かなり違ったものになるであろう。

以上のサポーの考え方が、ブルバキのギリシア数学史観と対蹠的たいせきなくつかの面をもつことは明らかであろう。そしてそれは、ブルバキが、その創意と批判に満ちた修史の態度にもかかわらず、前世紀後半から今世紀前半にかけての数学史家達の優れた業績——そしてサポーの当面の批判対象でもあるもの——に、直接にせよ間接にせよ、影響されていることを示すものであろう。もとより私は、サポーの批判の対象となった過去の史家たちが同時にサポーの先駆者であり教師でもあることを——おそらくはサポー自身もそうであろうが——忘れないし、彼らの業績への批判にしても、必ずしもつねにサポーを是とし、ブルバキを非としているわけのものでもない。むしろ、サポーの業績全体がこの方面での最終的な結果だなどと考えるのは、この方面の学問の実態を知るにつれて、いよいよ信じられなくなってくる。そして学問の歩みというものは所詮こうしたものだという思いさえするのであるが、それにしても相対的な意味でいうと、サポーの説の説得力は圧倒的である。その意味で、サポーの所説を、前に三か条に要約したブルバキの論点と対比してみるのは無駄ではないであろう。

(1') ギリシアの理論的数学(純粹数学)の起源はエレア学派の弁証法、特にその帰謬法的論法の確立の中にある。(従つて数学が論理学を導いたのではない)。

(2') ギリシアの公理論は反經驗的なエレア哲学の中で初めて確立された。

(3') ギリシア数学における存在論の基本的性格は、(たとえば素数の非有限存在の証明に見るように) 反經驗的・論理的なところにある。

この内(1°)と(1')との関係は、「数学」にせよ「論理」にせよ、当時はまだ未生以前の生のようなものであつて、明確な形に整備された今日のそれぞれの学問を頭におくのでは誤りのもつたであろうし、結局(1°)と(1')との対立は必ずしも決定的なものとまでは言えないかもしれない。しかし(2°)、(3°)と(2')、(3')との間には、かなり本質的な喰い違いがあるように見える。それらはもとよりここで手軽く論じうる程度の問題ではないが、ともかくこの辺には多くの興味ある主題のあることを言っておきたい。そして私自身は、この点に関しては、結論的にブルバキよりもサポールの業績を選ぶ。それは、サポールの歴史構想——もちろん史料による裏付けを含めて——が、ブルバキよりも広汎深刻であり、従つて説得力も強いと思われるからである。

そのような主題の一例としてこの項の最後に注意しておきたいのは——そしてそれはひとり当面の問題にとどまらず、修史の基本的姿勢一般、いわば修史の哲学、の問題としても興味深いものでもあるが——、サポールの描く古代数学史像がブルバキのものと同蹠的たいせきでありながら、もう少し広い視野に立つて考えるとき、全体として決して異質なものでないと思われることである。というのは、サポールの説には、今日の仮言法的公理論の原型がすでにギリシアの数学の中にあつたという示唆があるのであつて、もしブルバキの側がその古代史の筋を書き直すことさえいとわなければ、その示唆はブルバキにはむしろ歓迎されるべき筋合のものだからである。ここで修史の基本にも関連する問題というのは、公理の仮言的性格や、対象の論理性・反經驗性というようなこと——サポールの意味での

——が、古代において実際にあつたことか、それとも現代的思想の古代への投影に過ぎないことかという問題である。この種の問題の具体的な判定は極めて困難であるけれども、いずれにせよ、ここには、ブルバキの数学観にその一面を示している現代数学の側からのサボーに対する隠在的影響の吟味、あるいは、より一般に、一つの数学史編纂の仕事に対する、その時点での数学観の顕在的または隠在的影響の吟味という重大な問題が潜んでいるように思われる、もちろん同じことはブルバキの「歴史」についても言えるが、こちらの方は初めから旗幟鮮明なだけに、事は多少とも簡明である。

今まで述べてきたようなことを論ずるに当たって、ブルバキが古代数学史に関してどのような資料を使っているか、また過去のどのような研究を踏まえているか、などの点を明らかにすることは大切である。もちろんこれは『ブルバキ 数学史』巻末所収の文献表によればすぐにも確かめられそうなことであるが、そこに用いられていない文献は何かというような点まで考えると、なかなか厄介なことになる。しかも、引用されていないものは利用されていないなどとは、決して断定できないことだから、事態は一層面倒である。ここでは簡単に、ブルバキの「文献表」に引用された古代史関係の文献で、今考えている問題に関連するものを挙げるだけしておく。

史料原典または註釈。アルキメデスの著作、アリストテレスの著作、ディールス・クランツ編『ソクラテス以前の断片集』、エウクレイデス（ユークリッド）の著作、ヒースの英訳註解書（アルキメデス、アリストテレス、ユークリッド）、プラトン『国家』。

研究書または研究論文。O・ベツカー『エウドクソス研究』（一九三三（三六）、同じく『偶数奇数論』（一九三六）、J・M・ボヘンスキー『古代の形式論理』（一九三三）、H・ハーセ・シヨルツ『ギリシア数学の根底的危機』（一



九二八)、T・ヒース『ギリシア数学史』全三巻(改訂版一九二二)〔邦訳のあるのは、これの要約版〕、O・ノイゲバウエル『古代数学史序説Ⅰ』(一九三四)、R・ロビンソン『プラトンにおける誤りの自覚』(一九四二)、O・テプリッツ『プラトンにおける数学とイデア論の関係』(一九二九)、『対話篇エピノミスの数学的章句』(一九三三)、B・L・ファン・デル・ウルデン『ゼノンとギリシア数学の根底的危機』(一九四〇)、同じく『ピタゴラス学派の数論(Ⅰ)』(一九四七)、H・フォクト『プラトンその他の前四世紀の史料による無理量の発見史』(一九〇九)、K・フォン・フリッツ『ヒッパソスによる通約不能性の発見』(一九四五)。

こうして見ると。この引用は、従来の標準的な数学史の立場からならば十分妥当であり、むしろ水準よりずっと高いものであることが分かる。しかしその反面、そこで何が引用されていないかを吟味してみるのには、単なる無いものねだりでない意味をもつであろう。すなわちそれは、少し上で述べた修史の基本的問題もからんで。ブルバキの「歴史」をその消極的な面から浮彫りにするに違いない。そのような意味で見ると、ブルバキの「文献表」に挙げられていないものとして、例えば、一方でパッポス、プロクロスなどの古代末期の史料原典が、また他方では十九世紀末のH・ハンケル、H・G・ツオイテン(共に言及なし)、あるいは(多少の言及はあるが)M・カントル、J・L・ハイベルク、特にP・タンヌリ——サボアの優れた先駆者の一人であり、従ってまたその批判の矢面に立つ人の一人でもある——などの研究業績が、それぞれ挙げられる。もとより、古代史を専門に論ずるのでない限り、それらが引用参照されている、いないは特に本質的なことでもないけれども、ブルバキに引用されたものの中に、その数学観、数学史観に近いものが多いのに比べ、引用に漏れたものの中にそれから遠いものが数多く見られるのは、意識的なことならば意識的なことなりに、無意識のことならば無意識なりに、修史の姿勢としてそれぞれの意味をもっているものと思われる。

ただし私はこのことによって、ブルバキの歴史には牽強附会がある、などと言おうというのではない。むしろ修

史という仕事がかかえた一つの宿命的な傾向を、事実として指摘し、それと共にブルバキにせよ、サポールにせよ、その他それぞれの「歴史」のありのままの相に近づこうとしているだけなのである。

なお一つ、修史の問題に関連して、ここにちよつとおもしろいのは、ブルバキの「歴史」の改訂の様子が垣間見られるような或る小さい出来事のことである。元来この「基礎の歴史」の篇は、『数学原論 集合論』第一版（一九五七）の中で発表された後、そのままの形でこの『数学史』第一版（一九六〇）に収録されたのであるが、その後『集合論』第二版（一九六六）の中で二、三の修正を受け、ほぼその形によって、この訳書の原本である『数学史』第二版（一九六九）に収められた。この第一版における数学史関係の引用では、一九五二年のP・ベナーの『中世論理学史』が一番新しい文献であったが、これに対して『集合論』第二版では、数学的帰納法を成立させたのがパスカルであるとするH・フロイデンタルの論文（一九五二）が追加され、それに対応する本文にまでかなり大きな修正が加えられている。次いでこの『数学史』第二版においては、その場所の参考文献自体が、一九一七年に発表されたW・H・ビュシイの論文W. H. Bussay, The origin of mathematical induction. Amer. Math. Monthly, vol. 24(1917)で置きかえられている。この最後の置きかえの根拠は、年代の古さという以外に、あまりはつきりせず、私などはフロイデンタルの論証の方が本格的だと思ふのであるが、ともかくこのように、ある事項の修正が本文にわたってまで行なわれ、資料もつねに吟味されているということは、ブルバキの『数学史』への信頼度をいよいよ高めるものと言ってよいであろう。ただそれだけに、一九六〇年のサポールの仕事を見落としている（らじら）ことは、ここでひとしお惜しまれるわけである。実はこの第二版では、一九六二―六三年の公理論的集合論に関する有名なコーエンの論文P. J. Cohen, The independence of the continuum hypothesis, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A., vol. 50(1963)によって、本文および脚注の大修正も行なわれているのだから、もしここで、歴史学においてコーエンの仕事に匹敵するようなサポールの論文への言及があったとしたら、錦上さらに大輪の花を添えるようなところが

あつたに違いない。もつとも、考えてみるとサボーの論文への言及は、先に述べたようなさまざまな影響を全体の構成の上に及ぼすであろうから、あるいはそのような配慮もあつて、かえつて手控えたということかもしれないが、いずれにせよこの問題の今後の展開には注目すべきものがあると思われる。

#### 四 「基礎の歴史」をめぐつて (II) —— フランス経験主義のこと

ブルバキの「基礎の歴史」で現代に近い部分についても、なお多くの述べておきたいことがあるが、それをまともに取り上げるためには相当な準備が必要なので、ここではフランス経験主義の数学と呼ばれるものについて簡単に触れるにとどめておく。話の重点は上で論じた修史の一般論につながる部分にある。

フランス経験主義というのは、今世紀の第一四半期に活躍したフランスの数学者、ボレル、ベール、ルベীগなどの人達の数学の基礎に関する考え方の一般的傾向を表わす呼び名である。ただし実質的には各人各様のニュアンスがあり、彼らが特に意識してフランス経験主義なる一つの主張を唱えたわけではない。

この立場がはつきりした形をとつたのは、一九〇五年に発表されたツエルメロの選択公理の解釈をめぐつてである。ツエルメロの論文は、カントルの残した問題（濃度の比較可能性の前提としての整列可能定理）の証明として、ヒルベルトへの書翰の形で公表されたが、それに加えて、この公理による整列集合の「存在性」をカントルと同じく論理的・観念的に解するという意味で、カントルの集合論の直接の継承になつていた。これに反して、上の三人のフランス人達は、おそらくフランス数学、特に解析学の伝統に従い、その公理に具体性、現実性、ないし古典数学への実効性を期待し、それが満たされないことを理由として、その公理の妥当性に疑義あるいは反対を唱えた。そこでフランスにおけるツエルメロの理解者であつたアダマールを観念論者（イデアリスト）と呼び、その論敵となつた右の三人を経験主義者と呼ぶわけだが、この論争は、もとより、数学というそれ自身多分に *historical* な学問の中での

ことで、経験主義といつても、数学を哲学的な意味での経験主義によつて基礎づけようというようなことではない。この論争において、アダマールはボレル達の考えを、数学に心理学を持ち込むことだと攻撃し、ボレル達はアダマールに、経験的なものにせよ、心理的なものにせよ、具体性を欠いた単なる論理的思考が数学でありえない、むしろそれは数学の埒外にあると反論した。しかしつきつめると、この問題は、そこで論じられたこと以上に、数学という学問の最も根底的な性格に関する意見の対立であり——というのは、西欧的数学は古典ギリシア以来、理念の世界と経験の世界との二つの支えの上に立つ二重性格的学問であるから——、しかもそれは、ギリシア以来の数学、あるいはむしろ西欧的学問一般における中心的問題の一つたる「無限と連続」に直結することであつたため、所詮もの分かれに終わる運命にあつたと思われる。

ところがその後の数学の動きは、大局的に見て、——デデキント、カントル、ヒルベルトをつなぐ線上で——ここで言う観念論の方向に進み、ブルバキの数学理念構造もまたこの線上にある。もちろん、それにはそれなりの理由があるわけであるが、いずれにせよその結果、経験主義の数学、特にその数学理念は次第に無視されてゆき、今日ではほとんど忘れ去られた感がある。それに比べると、ブルバキのこの学派に対する取扱いは、今日の一般的数学史書の例に比べて格段に深い理解を示しているとは思ふが、それでもなお、次元の違うその主張を、デデキント・カントル・ヒルベルト・ブルバキと続く線の上に言わば投影して論じている気味があると、私には思われる。これに反して私の方ではフランス経験主義の数学、特にボレルとベールの無限論と連続論を、(あえてブルバキに即して言えば) 数学的構造の枠から漏りこぼれるもの、数学的对象において構造論的アナロジイでは律しきれない部分、それを把えようとした独自の努力と見、ただしその努力の途上で種々の理由によつて——ここにまた多くのことがあるのだが——挫折したものと考えている。カントルといわず誰といわず、古来の無限論、連続論で、何らかの意味で「挫折」していないものがあるだろうか、という感情を一部にいだきながら、である。このような次第で、私

はこの点に関するブルバキの修史の姿勢にはかなり批判的である。要するに、構造という枠をその根底に据えて論ずる歴史には、その識見の高ければ高いだけに、その枠と異質なものが入る余地が乏しくなってくるように見えるというわけである、もつとも、それは必ずしも経験主義、あるいはそれと或る面で似たブラウエルの直観主義だけの問題ではなく、またひとりブルバキの「歴史」に止まるものでもなく、言ってみれば、一つの主体が縛るものによって、逆にその主体自身が縛られるというような、いささか余儀ないことではある。そしてそこにはまた、「歴史」ということそのものに対する深刻な反省を要する問題があると思うが。問題を、経験主義あるいは直観主義に関する数学史編纂の範囲にしぼっても、なお考慮すべき種々の点があると思われる。

念のために断わっておくが、私は今日の数学を経験主義や直観主義の線上に引き戻そうと考えたりしているので決してない。むしろ私は、数学とは合理的思考あるいは合理的学問一般のための文法のようなものと考えており、その意味でブルバキのよさについても、いくら分かっていても、それにして数学を動かすものの中には、整理されて余所行きの顔をした「数学」とはおのずから別の要素があることを信じ、かつそれが必ずしも客観的にとらえられるものでないことを信じるために、しかもまたそのような契機が、捨てられたものの中に時として残ることがあることを知っているために、或る忘れられた過去の事件に対しても、単なる骨董趣味でないにがしかの関心を寄せ、あえて上のような贅言をも口にしたというわけである。

『フランス経験主義に関する著者の私見の詳細については、拙稿「集合論の初期における二つの連続観」(『科学基礎論研究』No.28, 1966)、『反原子論的連続論の後退をめぐって』(同No.30,1967)を参照されたい。』

## 五 「微分積分学の歴史」をめぐって

「基礎の歴史」と共に、「微分積分学の歴史」もまた質量ともに充実した雄篇である。正直に言って、私にはこ

の部分の翻訳が「基礎の歴史」より一段と骨が折れた。私は、この二つの「歴史」を含む『ブルバキ 数学原論』のそれぞれの巻に「あとがき」を寄せ、この翻訳には西欧の学問的伝統のかなりな部分を移すようなところがあつて、その伝統の深さを思うとき、この移植は泰山を移すことのような気がするという意味のことを述べた。この感想はまったく真実の言葉であつたが、それにしても、まずさしあたって移すべき一塊の山巒の嵩みは、この「微分積分学の歴史」において一段と大きかつたと言わねばならない。

このようにわれわれにとっては、まずブルバキの「歴史」を消化し、消化し、消化することが問題であるが、その消化の過程において問題になるような事柄を意識しておくことは大切だと思うので、相手の巨大さは重々承知の上で、ここでもこの「歴史」について二、三の雑感を添えることにしよう。

この篇について直ちに気づくのは、微分積分学という学問がブルバキの思想圏内において必ずしも取扱い易いものではない、ということである。これはこの『数学原論』の本体の部分について特に当てはまることで、実際、『実一変数関数』の巻は『数学原論』の全巻の中でいささか異質な感のする部分である。ただしこれは、われわれが解析学を学習する際にも大なり小なり感じることで、実際、たとえば抽象代数学などならば、初めからかなり厳密な扱ひ方もやれなくはないけれども、微分積分学となるとなかなかそうはいかない。こちらの場合には、今日の高校で行なわれているような計算を主とする段階、その精密化の段階、そして必要があればさらに批判的な再構成の段階というような、何回かの出直しがどうしても必要のように思われる。そしてそれはまたこの学問自身の歩んできた道の縮図でもあるわけだが、ブルバキは、そのような幾変転を経た混沌たる歴史を、優れた数学的識見の下に選ばれた広汎な史料を駆使し、同じく識見ある史眼によって整理して、全体を「テーマ分析の形で」次のように構成している。

この篇はまず約一〇ページの導入部に始まる。これは古代のアルキメデスに筆を起し、十七世紀の無限小解析

学の諸問題をこれと対比しつつ、この篇を通じての問題点を要領よく摘出する重要な部分である。すなわちそこでは、アルキメデスの厳密な証明法の中に「統一」的方法ないし「形式」的記法の欠けていることをさりげなく指摘しておいて、後の「分類」や「代数化」の問題を巧みに予告し、またこの「歴史」が「いわば一つの交響曲の、ゆっくりにあるが必然的な展開であって、そこでは『時代精神』がその作曲者であると共に、そのオーケストラのタクトを振っている」ことを述べ、各個人は「だれ一人として演奏中のテーマをリードしているものはない」し、「そのテーマたるや、精巧な対位法によって、どうにもならない程複雑にからみあっている」ことを指摘して、その取扱いが「テーマ分析の形」にならざるを得なかった事情を説明している。そのテーマとは、つぎの七つである。

- (A) 数学的厳密性のテーマ（無限小・不可分量・微分のテーマと対比して）
- (B) 運動学
- (C) 代数的幾何学
- (D) 問題の分類
- (E) 補間法と差分法
- (F) 無限小解析の代数化
- (G) 関数の概念

本文にはこの後になお五ページばかりの結びの部分があって、話を現代につないでいる。

これらのテーマの取扱いはどの一つについても識見の高い充実したものであるが、私が第一に取り上げたいのは、(D)の「問題の分類」である。このようなテーマは大ていの「微分積分学史」には出てこないのだが、ここではそれが他のどのテーマよりも、ずっと多くのページ（約一二ページ）をさいて論じられている。そしてこれが最も大切なことだが、このテーマと、これに続く(E)の「代数化」のテーマこそ、複雑にからみあった時代の流れを、一つの統一

に導いた有力な要素として扱えられているように見える。このような視野を生み出した動機——ただし、このたびはまことに適切な——として、私はここでまたブルバキの構造の思想を持ち出したと思うが、これは果たして私の思い過ごしであろうか。むしろ私の本音を言えば、この微分積分学史が、今日までに書かれた同類の書物や論文の中で最も深刻かつ最も創意に富んだものとなったのは、まさにこのような点に注目し、かつそれを史料によって裏付けたことによると、私は思っている。その意味で、ブルバキの歴史のこの章は、歴史編纂における主観的構想と客観的史料処理の調和ある一体化——前に同じ理由によって、私がブルバキよりもサボーを選ぶとしたこと——の最も成功した一例であり、ブルバキの歴史の各章中の白眉であると思われる。私が以下にあげる批判めいた言葉——本当は批判などというものではないのだが——は、あくまでこのような評価の上に立つ贅沢な注文にすぎない。

そのような意味で注目したい第一のテーマは、(B)の「運動学」である。というのは、「分類」が構造の思想に或る親近性を持つと見られるのに対して、「運動」の概念は本質的にその思想に遠いもののように思われるからである。もつとも、ここであまり多くの期待を持って(B)の「運動学」を眺めると、その割に実際にはさほど大きなことは起こってこない。ただ何となく、その分析の目を逃れた何者かがあるような気がするという程度である。しかし私は、もしこの「微分積分学の歴史」にして、なおかつ、いくらかの不備があるとすれば、ここにいう何者かなどもその一つではあるまいかと思ひ、また前節で経験主義などの問題と或る共通性を持つ意味合いにおいて、このこととの周辺でブルバキの思想の枠を漏れる何者かがあるのではないかと思っている。

もちろん私が今述べた「運動」というのは、関数や運動群などの数学的形式によって捉えられるものより、さらに根源的な或るもののごとく、ここではむしろギリシア哲学の「一と多」、「静止と運動」などの数学以前の観念を想定する方がよい。そのような「運動」を「数学」によって捉えようという思想の源をどこまでさかのぼって考えればよいかは、学問の歴史における一つの大きい問題であるが、一般に近世的な微分積分学の形成史においては、そ



の中にニュートン流の幾何学的・運動学的・自然学的伝統の流れとライプニッツ流の代数学的・原子論的・形而上学的伝統の流れとを区別し、特に運動学的伝統の淵源をルネサンスの混沌の中に求めることが多い。しかし、もしこのような見方を取るならば、この微積分学形成に至る流れの底には、エレアのゼノンからユークリッドの『原論』に至る古代理論数学の形成を底流とした或る学問的意図と、ことによると一脈相通するものがあつたかもしれないとさえ思われる。もつとも、このような「歴史」は、すでにブルバキの「歴史」とは別個のもの——別個の数学的契機、別個の哲学的契機に動かされたもの——と言うのが本当かもしれない。

このような「運動学」をめぐる問題のついでに、すでに触れたことだが、重ねてここに贅沢な注文を持ち出すならば、この「微積分学の歴史」の中に力学あるいは物理学との関連の見られない点は誰にもすぐわかる欠陥である。というのは、微積分学の形成こそ、単に数学的動機のみには動かされたものではなく、むしろ運動学や力学などとの交渉に動かされたものであつたことは、ほとんどまぎれもない事実だからである。しかし考えてみると、この問題はまことに厄介なものであつて、かつてブルバキ自身も、このような問題には手を出さない、という趣旨のことを書いたことがある（後でふれる『数学の建築術』参照）。そうかと思うと、最近も数学者のボホナーが『科学史における数学』（拙訳、みすず書房）という書物の中で、そのような問題への肉薄こそ、十八世紀の多くの解析学者をして、より近代的な力学体系を組立てさせた原動力だつたという説得力のある試論を展開して。その厄介さを裏から支えた形になった例もある。それやこれやで、私はこの点をブルバキの「歴史」の不備であると主張するだけの元氣は持たないが、ともかくここにもまた、いかに大きな困難は予想されるにせよ、ブルバキの「歴史」を超えるべき手がかりがあるという予感だけは持っている。

ただ、いずれにしても、ここでいささかおもしろいのは、ユークリッドの『原論』第七、八、九巻の数論以来今日に至るまで、自然数という段階的な対象に関する理論が論理と割合うまくなじむのに対し、連続的な対象がどうも

もう一つ論理となじまないことである。まさか、論理というものが、(「Aである。故にBである。故にCである」というふう)に)文章を折り目正しく段階的に変形する手続きだというような点で、それ自身も段階的な対象である自然数などと肌が合い、一方、連続者とは肌が合わないなどというわけでもないだろうが、ともかくその勢の赴くところ、折り目正しい対象に折り目正しい論理をという構造の思想は、やはり自然数の延長上にある対象の中にこそ、その本来の舞台を見出すものらしい。数論化の試みをすり抜けてなお未練の残る「連続者」本来というようなものは、基礎論の方面にせよ微分積分学の方面にせよ、どうもそもそもブルバキ的「数学」の——従ってまた現代数学の——網には、かかりにくいような気がするのだが、どうであろうか。

この「微分積分学の歴史」を支える史料分析の広さと、特にその深さについては、ほとんど感心するばかりである。ただし日本でも少数の研究者の手もとには、この部分に引用された文献がすでにほとんど完備している。

## 六 その他いくつかの点

私はこの覚えがきの初めに、今まで述べてきた一つの「歴史」は『ブルバキ 数学史』の傾向の両極端を示すものであると述べたが、その「中間」にある「歴史」もまた、言うまでもなく、それぞれに固有の特徴を持っている。その全体について極めて大雑把に概観すると、「基礎の歴史」にすぐ続く部分である代数学の歴史、特にその前半に当たる「代数学の進展」、「線型および複線型代数学」、「多項式と可換体」などは、いずれもかなり長いものであり、内容的にも「ギリシアからブルバキまで」の調子をそれぞれ保っているように見える。後半は次第に現代に重点が移っていくが、「基礎」と「微分積分学」の二篇に次ぐ長篇「可換代数学。代数的整数論」をはじめ、こちらもなかなかの力作ぞろいである。分野別に一括して見ると、「代数」の部分はこの一巻の中でも、もつとも均衡の取れた部分だと言えるかもしれない。

代数の「歴史」に比べると、位相や積分の「歴史」には、まずどちらかという短い篇が増え、次に内容的には全般に現代史的傾向を強めている。したがってその方面の数学を志す者にとつては、自分の分野に対するよい歴史の概観が得られるという良さは十分にあるが、歴史の厚味というような点で幾分物足りなく思う人もあるかもしれない。実際、「微分積分学の歴史」で一応の故事来歴が示された「積分」の方はともかく、「位相」はいくらか断片的で、これに関しても「代数」の初めの部分のような（ギリシアからブルバキ）でないまでも、せめて「ライプニッツからブルバキ」ぐらいの）ものが欲しい気がしないでもない。

ただし、それにしても、ただでさえうかつには書けない現代史なるものを、特に数学などの学問について書くというのは、とても普通の人間にできることではない。それは単に事の全体を概観するのが極度にむずかしいというだけのことではなく、明日になるとそれが何処へどう転び、あるいはどう引張っていかれるか、わからないためである。ところがブルバキは多にして一なる個性的集団の力をもって、あえて過去から現在に至る数学の全体を大観し、しかもそれと共に、あるいはむしろ、それによつて、自らの明日を切り拓いている。それがまた西歐二千年の伝統の上に、しっかと足を置いている処が偉いのである。ブルバキの数学なり哲学なりにいかに異論のある人でも、このような事実と、それが後代に及ぼすであろう直接間接の影響については、もはやこれを認めないわけにはいかないであろう。少なくともこの『数学史』に関する限り、十九世紀の数学史学の成果が永く忘れられないのと同じように、これもまた永く人びとの記憶に残るに違いない。

最後にちよつと大袈裟な話になるが、ブルバキの数学における真理性の所在について一言しておきたい。とは言つても、私はこういう千古の大問題を手軽くさばこうなどと考えているのではない。むしろ、もしこれに簡単に答えよと言われたならば、私は躊躇なく、「そんなことがわかるものか」と開き直るつもりでいるのである。

とは言うものの、ブルバキの場合、一見まことに記号論的・形式論的に見えるその「数学」の根底に、意外に経験

論的な要素の潜んでいることは注意しておいてよいと思う。このようなことに関するブルバキの考え方は、たとえば『数学の建築術』（銀林浩氏の訳で、ルリヨネ編、村田監訳『数学思想の流れ（1）』（東京図書）に収録）によっても知ることができるが、簡単に言うと、ブルバキはその形式的理論なるものを、あくまで現実的実在に対する一個の理論モデルだと考え、そこに得られる種々のモデルを関連ある全体として理解していくところに、統一的な「数学」という学問の存在を認めているものようである。たとえば「実数」という理論モデルを掴まえる道程において、代数的構造、順序構造、位相的構造などの様々の局面が引き出され、そのような一見抽象的な手続きの枠組によって、より現実接近した「実数」のイメージが浮き出されてくる——こうした筋書きがこのブルバキの数学の世界であろう。

このような数学的モデルの持つ真理性については、モデルが集合概念を根底に置く形で組立てられている点で、集合・論理という一連のものへのわれわれの信頼に、ちょうど対応するだけの保証があると考えているらしい。従って集合論の無矛盾性についてはもつと神経質になってもよさそうであるが、三節でも触れたように、あえてその点には深入りしようとしめない。どうもこの辺には、単なる形式主義あるいはそこに予想される先験主義などは違つた、一種の経験論的楽観主義——それはもちろん相対的な安心感に過ぎないもののはずだが——があるように見える。私はこういうことを頭において、今までしばしば、ブルバキの哲学を形式論的经验主義というような名で呼んできたのである。

もつともブルバキは、このような形式論的数学が現実の中に、どうしてこうもうまく適合するのかという問題には、あまり深入りしたからでない。さきにあげた『数学の建築術』の中でも、「実験的現象と数学的構造の間の密接な関連」をめぐる、わざわざ「われわれはその深い理由を知らないし、今後とも多分分からないであろう」と断わっている。

実はこの点について、ソ連の数学者リャプーノフは、「現代数学の基礎とスタイルについて——ブルバキの論説に関連して——」という評論（銀林浩訳、森毅『現代数学とブルバキ』所収）を書き、その中で、全体としてブルバキを高く評価するが、たった今引用した部分に「若干不明瞭な点のあること」が残念だと言っている。その論旨は、このブルバキの公理論的方法こそ、さらに徹底させて「応用数学のために」、あるいは「数学の理論と一般の物理的理論との間の相互関係」の解明のために、もつと使えるものだといふのである。リャプーノフのこの見解の根底には、物質的世界の統一性という大きい前提があつて、それは私にはそう単純に納得できないところだけれども、ブルバキの流儀をリャプーノフの言う方向に拡大することは、大いに結構なことであろうと思う。私はこの話題に入つた早々にもちよつと断つたように、「数学」の真理性の根源が、認識の原理の中にあるのか、自然の中に実在するのか、どちらだと決めつけるような気分には全くなれないけれども、ともかくも理論モデルを組立て、それを「現実」（と呼ばれるもの）と突き合わせてチェックしては、さらにモデルを修正し、そしてさらにまたチェックを進めていくという行き方は、真理の絶対性さえ欲張らないでおくならば、結構具合のよいものだと思うのである。

人間は自分の持つ綱の長さしか井戸の深さは測れないというわけで、以上は確かに私の綱で測つたブルバキであり、しかもそれがブルバキの「歴史」に対する私の視野をしぼるものにもなっている。言うまでもなく、このようなことは読者の方で十分弁えておられるであろう。同じことでも別の人が試みる場合には、もちろん別のブルバキ像が生じ、従つてまた別の『ブルバキ・数学史』像が生ずるに違いないのである。

最後に余談の余談のようなことを一つ付け加える。それはこの『数学史』と、東洋の数学、特に日本の和算との関連、あるいはむしろ非関連のことである。実際、本書には中国のことこそまだ少しは出ているが（「記数法、組

合せ論」、「整除性、順序体」、および「二次形式、初等幾何学」、和算のことは全く現れていない。国粹主義を振り回す気はさらさないが、和算といえば、ともかく中国数学を継いでその「数学」を超え、西欧数学と別個の伝統にあって、多分にそれと異質な学芸——あえて学問とは言わない——でありながら、なおそこに相通ずる多くの成果を収めたものであり、しかも世界的視野で見てもかなり独特の展開を遂げた珍しい文化現象である。この学芸の特質なり興亡の歴史なりは、単に趣味の対象というに止まらず、扱ひ方によっては、「数学」というこのえたいの知れぬ学問の或る側面に何らかの光を当ててくれるかもしれない。ところがこれが西欧の学界にほとんど知られていないわけで、もとよりこれは人類の損失などと騒ぐほどのことではないにしても、ちよつぴり惜しい気がしないでもない。とは言つても私自身その方面には全くの無知で、どうにもならないことなのだが、何とかならないものだろうか、と思うことがある。

もつとも、そういうことを言っていると、その前に数学史自身の立場で、もつとやつてほしいことがある、と付け加えたい気もしてくる。数学史においてブルバキの残した仕事を先に進めるということ、それもブルバキが初めから触れていない社会経済的要素の導入という態のことではなく——その方のことも別の意味で大切なことだが——、ブルバキの取り上げた型の「数学史」に真正面からぶつかつて、そこから更に一步でも二歩でも前進すること、それは理想としては口にできて、なかなか急にできることではないかもしれない。しかしこのブルバキの『数学史』に片鱗を見せている西欧二千年の文化的伝統は、たとえそれがいかに重いにせよ、もし受け止めるだけの価値あるものであるならば、受け止めねばならない。そして私は、それは実際に受け止めるだけの価値のあるものと信じているのである。和算の清算もさることながら、ある意味で現代数学の根底に横たわるもの——その歴史と哲学——への投資には、大分骨は折れるだろうが、もう少しぐらい仲間が集まってもよいように思っている。

(一九七〇年三月)

- 村田全 『数学史の世界』（玉川大学出版部、一九七七年三月）所収。
- PDF化には $\text{\LaTeX}$ 2<sub>ε</sub>でタイプセッティングを行い、`dvipdfmx`を使用した。

村田全氏のその他の著作については、

科学の古典文献の電子図書館 「科学図書館」

<http://fomalhaut.web.infoseek.co.jp/sciencel1ib.html>

に収録してあります。

「科学図書館」に新しく収録した文献の案内、その他「科学図書館」に関する意見などは、「科学図書館掲示板」

<http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs>

を御覧いただくか、書き込みください。