

速度加速度の話

桑木彥雄

力学は運動現象の学問なり。ここに例を運動会にとり此の学問構成の由来のあらましを示さんとす。

まず運動を考ふるにはそこに運動する者なくばならず。蓋し、「我れ考ふ、故に我れ在り」と云うが如し。運動する者として力学に考ふる者は物質なり。幾何学的或る表面にて限られたる一部分の物質、之れを物体と呼ばん。力学は物体の運動現象の学問なり。此の物体の中にはベースボールの球も、ボートの櫂も、或は車、或は船、又は木の葉、花卉、降る雨、吹く風、或は鳥獸、月も地球も、凡て自然界の者にして、其の運動即ち其の位置の移り行きを目撃し得られ、又目撃し得らるべしと類を以て推し得べき者皆其の中に含まれざるはなし。是等は物の運動現象を觀て通有の状況を考え出だし力学なる学問は成り立つ。然も此の学問の中には是等物体の運動として考えて充分に説き得るものより外は論ぜず。例えば熱き空気の上昇すると云う現象に於いては、上昇は一の運動現象なれども、熱なる状態は単に運動として目撃し得べからず。されど此の現象を残りなく力学にて論ずる能わざるべきなり。然るに前に挙げたる舟車雨滴の類を一々に吟味せば皆所謂唯々移動のみの現象を呈するはならず、之れに伴いて或は化学的変化もあるあるべし、或は電気磁気の現象を起こすもあるべし、有様の現象を示すものに至りては又一層の複雑を見るべからん。然も力学に云う物体は唯だ移動をのみ爲し、移動をなすの外何の変化をも表わさずと云うなり。実は他の変化なしとせずんば移動と云うことが既に確實ならざるべし。他の変化ありとせば異なりし時に二つの異なりし場所にあるものが同じ物なるを云う能わざるが故なり。されど自然界の物体は微細に吟味せば時の移り場所の変わりし時に、時間空間の外に変化あるが通常なりとせば、力学に云う物体は自然界の所謂物の凡てを含みて、然も

何れにも同じからず。是れ一の抽象的学問なり。されど力学のみが特に抽象的なりと見做さるべきにあらず、学問と云う学問は皆抽象ならざるなし。例えば人身生理学に云う「人」は誰某にもあらず、彼某にもあらず、^{しこう}而して誰某も彼某も人身生理学の対象の中に属し、是等の人々の生理を研究して人身生理学あるが如し。今運動会を見物して、運動をなす一の物体として人体を考うれば、是れ亦力学中の一研究題目なり。此の運動を最も完全に、^し然かも最も簡単に記すには如何にすべきかを学ばんとす。最初に観察すべきは運動場裡人体を仮りたる空間の一場所、精密に云えば其の中の一点が時と共に其の位置を移し変えること、即ち単に幾何学的空間と時間との関係にて、是れ特に運動学と云わるるものなり。

まずプログラムに100メートル競争と云うものあり。スタートの所に競争者立てり。合図あるまでは動き出さず、その位置を変えず、之れを力学にて静止にありと云う。^{しか}併し今是の人々は全く静止不動なりやと云うに大いに^{しか}然らず。地球の外より見れば此の人々は地球と運動を共にしつつあるなり。^{かえ}却って東より西に^か駈け出しつつ太陽を常に同じ方向に見る様にせば、^ま先ず地球自転の運動より免れ去ることを得べけん。是れによりて観れば^ま先ず静止と云い運動と云うは、比較的の言葉なるを得るに足らん。以下凡て地球^{すべ}に対して移動せざる時、之れを^ま静止にありと云わん。

100メートルの競争は合図の後此の距離を最も先きに走りおうすることを競う者、一着の名は是れだけの距離を最も短き時間にて走りたる場合に得らるるなり。^{しこう}而して一着の人は^{はや}速いと云われ、後着の人は前着の人に比して遅しと云わる、之れを少しく言い換うれば、前者は速い度合が大に、後者はそれが小なるものなり。速き度合、之れを^{つづ}約めて速度と呼ばん。既に大小を比し得らる、次ぎの一步は之れを数学的^{みな}量と見做すことにあるなり。同じ距離を走りたる時間の短き時に速度大なりと云われ、長き時に小なりと云わるるを以て見れば、^ま先ず時間に反比例する量と云うべし。精密に云わば速度を表わす数と、時間を表わす数とが互に反比例する者なり。以後常に上の如く云いて語を省く。又一着の人が決勝線に入りた

る時に、他の人は未だ之れに達せざるなり。されば一着の人が100メートルを行きし同じ時間に於いて、他の人は100メートルに足らざること何メートルかを行きしものなり。1時間に2里半歩む人は2里歩む人より速しと云わる。速度は距離に正比例すと云うを得べけむ。

^{すなわ}乃ち時間に反比例し、距離に正比例する一の量を考え得たり。速度は距離と時間との外に之れに関係するものあらざるが故、今例えば100メートルを12.5秒。12.7秒。13秒にて走りし人々ありしとせば、

$$\frac{100 \text{ メートル}}{12.5 \text{ 秒}}, \quad \frac{100}{12.7}, \quad \frac{100}{13}$$

是等の比を以て直ちに此の人々の此の競争に於ける速度と称すべし。6個の林檎^{りんご}を3人に平分する時は、1人の分は $\frac{6}{3}$ にて2個を得らるる如く、

$$\frac{100}{12.5} = 8$$

よりして第一者は平均每1秒に8メートル走りしと云うことを考え得べし。速度は比を以て定義せらるる故、之れを毎半秒4メートルと云うも同じことにて、實際100メートルにて足を止めたりとも、毎分480^{ママ}秒なる速度と称するも何の妨もなきなり。是れは名称のことなり。是れとは全く別の事なれど、若し実際に運動の距離と時間との割合が1秒に8メートル行き、2秒に16メートル、半秒に4メートル、 $\frac{1}{10}$ 秒に $\frac{8}{10}$ メートルを行くと云う如く、此の運動の間に於いて何れの所にてても時間を任意に大小にしたるとき、之れに相当して距離が大小になる割合、即ち先きの如き分数の値が^{すべ}凡て同じなりし時は、此の運動は^{すべ}一様なる運動なりと云わる。速度を表わす数が運動の間に於いて不変なるなり。

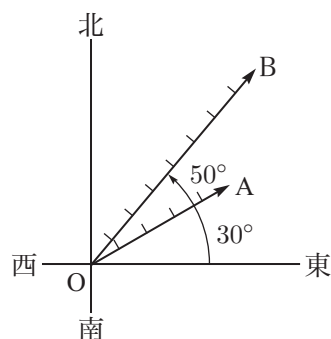
一様なる運動にては等しき時間に等しき距離を行く。2倍の距離を行く時間は2倍なり。例えば^{ぐあい}工合良き時計の針の先きを見るべし、又滑らかなる氷の上に石^{すべ}を^{すべ}こらしたる者も一様なる運動に^{ほぼ}略々近し。(細かく云えば時計の針は皆人の得る如く、不連続に動く。氷面と石との間に、^{いわゆる}所謂、摩擦あり空気の抵抗あり。此の事は次章に述ぶべし)地球の自転に於いて地球に固定せる点は一様なる運動を

なす。地球が其の軸のまわりに同じ角度だけ廻るは常に同じ時間を以てせり。否、実に吾人の時を測る標準は是れに外ならず。恒星日、太陽日の称は是れより出でしなり。

運動の道の長さや時間との関係を述べたれど、例えば時計の針の先の運動と水上の石の運動とを考ふるに共に一様なる運動に属し或は其の速度を表わす数も同じなることを得べし。然も一は円き道を行き、一は直線の道を行く。之れを区別して考ふることを学ばざるべからざるべし。先ず簡単なるものより始め、直線の道を行くとするも、夫れが西へ向かつて行くと、南へ向かうとは異なるべし。されば運動の方向を記載するを要するなり。先きに導きたる速度なる量をして数値のみならず、方向を有する量と見做さしめ、運動の方向を以て速度の方向と定む。

或る時刻の後速度不変なりと云わば、速度の方向不変なりとのことと、速度の大きさ不変なりとのことの二つを云い表わせる者にて、夫れより後の運動の方向変わらず、即ち直線の道を行きてなお運動が一様なりと云うなり。

速度を図に表わさんとするに、東30度北毎秒5メートルの速度と、東50度北毎秒8メートルの速度とはOA、OBの二線によりて之れを代表せしめ得べし。二線の方向は二速度の方向の相互の関係を示し、二線の長さは二速度の大きさの割合を表わし居れり。



扱て100メートル競争より進みて長距離競争となり、200、400、乃至1,000メートルとなれば、短距離競争にては判然見分け難き一現象あり。1,000メートルのならば一廻二廻は比較的急がず、終わりの一廻に急馳をなすと云い、隅田河のボートレースにて旧石碑から大へビー杯云うあり。此くの如き時は初めの1分に経過したる距離と、終わりの1分に経過したる距離とは等しからざるべし。斯くの如き場合には初めの1分間に於ける速度も、終わりの1分に於ける速度とは異なる

りし値を有せるなり。又1分の間^に於いても初めの1秒と終わりの1秒とに於いて経過の距離が異なれば、二つの時に於ける速度が異なれり。或る時刻に於いての速度と云う観念を是れより生ずるなり。其の時刻を中に挟みて前後若干の時間と、其の時間に経過したる距離との割合を造り、其の時間を益々小さくすれば、其の比は益々精密に——若し爾か云うべくんば——其の時刻に於いての速度を云い表わすべきなり。元来運動は時間を考えずして考え得べからず。単に一時刻に於いての運動と云うは無意味なり。或る時刻に於いての速度と云うは一の略語にして、其の時刻の近辺に於いての速度と云うことなり。其の近辺と云う範囲を1分にするよりは1秒にする方、1秒にするよりは $\frac{1}{10}$ 秒にする方が、其の時刻と云う字が活るなり。夫れのみならず次ぎの事あり、或る時刻に於いての位置を与えらるれば、一物体が其の時刻に於いて空間内に占むる場所を知り得べし、而して知り得る所は夫れのみ。されど之れに加えて其の時刻に於いての速度を得るときは、次ぎの若しくは前の時刻に於いての物体の位置を知り得るなり。此の「次ぎの時刻」なるものが何秒後のものなるか、秒の何分一の後^の者なるかが此の時刻の近辺として取りたる範囲の広狭に關係し、此の時刻に極めて近き次ぎの時刻に於いての位置は、其の範囲を極めて狭く取りたるものにあらずば、精密に過らずに示すことを得ざるべし。此くの如き時刻に於いての速度を得ることは実地の問題としては困難にして、或は不可能なるべきが、思考の上にては想像するに難からざるべし。

又直線の道を行くときは運動の方向は其の直線の方向是れ即ち速度の方向なり。或る時刻に於いての運動の方向は前と同じく、次ぎの時刻に於いて占むる位置に關係し、次ぎの時刻を限りなく近く取れば、速度の度外^に大ならざる限り、其の位置なる者も限りなく近かるべく、此の二つの近き位置を連ぬる方向が運動の方向なり。即ち速度の方向なり、切線の定義を知れる人は直ちに曲線の道を行くものは其の一点に於いての速度の方向は、其の点にての其の曲線の切線の方向なるを解するに難からざるべし。其の切線にて前方と後方とあるべし。次ぎに占むべ

き位置のある方を前方と云わば便利なるべく、速度の方向は、乃ち切線上前方なる語に於いて全く定めらるべきなり。

扱て此くの如くして或る時刻に於いての速度なる語の意味も明らかに、大いさも方向も共に判然し来たりたるならん。今一の運動に於いて、此くの如く定められたる速度が全時間中不変ならざりしときは、加速度ありと称す。位置の変移の割合を速度にて表わすと同様に、加速度と云うは速度の変化の時間に対する割合を云い表わすものなり。

運動状態は加速度によりて始めて最も簡単に表わさるるなり。蓋し各瞬間に於ける位置を知れば、物体運動の道行は悉く得るを得。運動の記載の完全は是れのみにて充分なり。されど等しき時間に等しき移動をなす場合には是れが速度なる一の量にて全体を完全に表わすべく、然も一々に位置と時間とを対比して与うるものよりは簡単なり。速度が変わり行く時、それが等しき時間に等しき速度の変化を為す如き場合には、加速度なる一の量によりて完全に、且つ簡単に全運動を表わし得べきなり。

等しき時間に等しき速度の変化をなす運動を等加速度運動と云う。

等しき速度の変化と云うは如何なることなるか。先ず速度は之れを表わす数値と方向とを有す。数値に変化あれば速度不変ならず、方向に変化あれば速度不変ならず、数値、方向共に変化あれば固より同断なり。而して方向の変化に就いては今暫らく之れを考えず、単に数値のみの変化ある時に就いて論ぜん。然れば方向変わらずとするが故、是れ一の直線運動なり。直線運動にして等加速運動なるものは落体の運動に於いて殆んど実現さるるものなり。落下する物体としては、成るべく表面の小にして、然も空気よりは相応に重く磁気熱等の影響を成るべく避くるとせば、アトードの装置等によりて示す落下物体の時間と距離との割合は次ぎの如し。

距離 0 s 4s 9s 16s ……………

時間 0 t 2t 3t 4t ……………

速度不変なれば距離と時間と正比例して増加することは既に得る所なり。今此の場合にては距離は時間の平方に正比例せり。 t 秒の間に s 距離行きたりとして t, s を以て代数記号とせば、次ぎの方程式あり。

$$s = kt^2$$

k は比例の常数なり。 t と s との相応じて変わることに關係せぬものなり。今 t' 秒の間に s' 行き、 t'' 秒の間に s'' 行きたりとせば、

$$s' = kt'^2, \quad s'' = kt''^2$$

$$\frac{s'' - s'}{t'' - t'} = k(t' + t'')$$

$t'' - t'$ 秒の間に $s'' - s'$ 距離行きたることを得るが故、其の比は此の間の速度を与うるものなり。 t' と t'' とが極めて近き時刻なりとし、其に之れを t なる時刻と呼ばば t 時刻に於いての速度は $2kt$ にて表わさるべし。 $2k$ は常数なり、之れを g なる一字にて代えん。然れば t 秒時間^{しか}に経過したる距離 s 並に t 時刻に於いての速度 v は、

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

$$v = gt$$

なる二式によりて完全に云い表わさるるなり。 t' 秒に於いての速度 v' 、 t'' 秒に於いて v'' とせば、

$$v' = gt', \quad v'' = gt''$$

$$\frac{v'' - v'}{t'' - t'} = g$$

$v'' - v'$ とは何ぞ。是れ即ち此の場合に於いての速度の変化なり。方向の変わりなきが故、数値の変わりにのみ着目せば充分なり。 $t'' - t'$ は此の変わりに要せし時間なり。此くの如き割合を名づけて此の時間に於ける加速度と称し、此の場合に

於いて g なる一の常数に等しと云うは t'' , t' の取り方の如何に無干係に同値を与
 うると云うことなり。此くの如く直線運動にて距離が時間の自乗に正比例すると
 きは速度は時間に正比例して変わり、加速度は不変なり（自乗、正比例等の語が
 唯だ数の上に係わるべく、茲に云うは略語なることを既に述べたるが如し）。之
 れを逆に、直線運動にて速度零より始まり不変の加速度ある運動をなすものは
 経過の距離が之れに要せし時間の自乗に正比例することを知り得べきなり。距離
 時間に正比例せば加速度零なり。

直線運動にて距離と時間との関係右の如くならざれば、加速度は時間の移り行
 き、場所の変わりにて不変なる値を有せざるなり。

直線ならざる道を行く運動は、其の速さ即ち速度の大いさの不変なると否とに
 論なく加速度あり。其の如何なるものなるかを明らかにする為め次回には先ず運
 動の分解合成のことを云うべし。

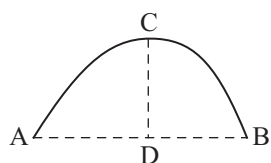
運動の分解

桑木彥雄

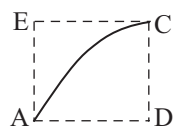
運動の分解とは一つの運動を例えば水平と垂直との向きに分解するが如きにて合成とはまた水平の運動と垂直の運動との合成したるものを考うるが如きなり。然れども、元来同じ時間に同じ物体は二つの場所を占むる能わず。されば一つの物体の運動の道は唯だ一つあるのみ。分運動や合運動に如何なる意味あるかと云うに先ず彼の高飛、幅飛の競技を見ずや。或は2メートルの高さを飛びたりと云い、或は3メートルの幅を飛び越えたりと云う。2メートルや3メートルは是等の場合に於いて運動者経過の距離を夫れぞれ垂直に測りたること、水平に測りたることに外ならず。換言せば高飛は垂直分運動の距離の長さを競うもの、幅飛は水平分運動の距離の長さを競うものなり。

槌投げ、砲丸投げ、クリケット球投げも同じ意味に解せらるべし。

是等の場合に於いて運動の道は凡て、目撃せらるるが如く或る曲線なり。例えばACBの運動の道にてCDが高さとなり、ABが幅となる。ACに就いて云えば、その水平線上の幅はADなり。AよりDに水平に行き、DよりCに垂直に至ると云うとACの曲線の道を行くと云うことは、AよりCに至ると云う始と終との位置のみを考れば両者に差別あらず。



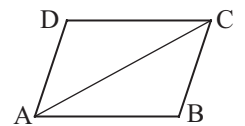
今AEを垂直にCDに等しき長さに取り、ECを水平にADに等しく取れば、AEを経ECを過ぎてもAよりCに至るべく、此の時には初め垂直に、後に水平に進むもの故、前とは順序逆なり。



是れは事の序に書き記したるにて、又後に用いることあるべし。吾人は先ず分運動なるものが運動会場に競技として既に意義を有するを知れり。然も一つの物体が同時に一つ以上の運動をなすと云うことに疑を存せしなり。されど尚お

仔細に考うれば一物体が一運動をなすと云うは如何なることぞ。そが静止にあらざと云うことなり。静止とは如何なることならん。先きに云えり、吾人の得る所は唯だ比較的静止のみと。汽車に乗り坐して所謂一瞬に千里を行く時、風呂敷包が旅客の背に止まりて旅行する時、人は汽車に対して静止せり、風呂敷包は旅客に対して静止せり。然れども共に地球に対しては動くなり。手と足とを動かさず、運動会に所謂運動には当たらずるべけれど位置を変うれば静止に非ず、静止にあらざれば力学に於いて之れを運動にありと称す。人は静坐せり、然も汽車が東京より大坂に至れば人もまた東京より大坂に至りしなり。是れは人の汽車に対する静止と汽車の地球に対する運動とを合わせて人の地球に対する運動を知りしものなり。人が車中にて動きつつありしならば如何。例えば汽車が新橋より品川に至る間に車内にて右の椅子より左の椅子に転じたりとせば、地球に対しては此の間に人は新橋ステーションの右側より品川ステーションの左側まで移動したるなり。此の斜運動は人が實際地球に対しなしたるものなれども、人は先ず車内の運動を自覚し得べく、それと汽車中の一員としての地球上の運動と是れが同時に行われて先きの斜運動を結果せしものと考えらるべし。斜運動が合運動にして他二者は分運動なり。

同時に二つの運動を有すことは比較的運動の考よりせば新しき事にもあらざるべし。而して二つのものに均しき一つのもの



ものを求むること、即ち合運動を求むることは上来の記述にも少々表わしたる如く ABCD を平均四辺形とせば AB, AD が方向と大いさにて二分運動を表わせば AC は合運動を方向と大いさに於いて前全様に表象せるものなり。

是れ所謂移動の平行四辺形と称する一の原則なり。経験的事実を基とす。

其の如何に経験的事実に拠るかと云うに、是れ二つの運動が同時に存在する時に夫れぞれの大いさ方向が互に他のものの有無に関係せずと云うことなり。此の事を演繹的に証明し得るものならず、或は之れを運動の相互独立の原則と云う。

3なる数と2なる数とを加うと云う時、^も若し同時に2があるため3が2.5となるが如きことなしと云うが即ち相互独立の謂^いにして、此の結果として是れには5なる数を得るなり。此の和は数学に於いては約束の上に成り立つと云い、同様のことを力学にては自然界の経験の上に成り立つと云う。学問^{それぞれ}夫々の立脚地の異なればなり。

二ツ以上の和は容易に類推し得べし。差のことも亦容易に解し得らるべし。前図にてACよりABを引き去りたればADとなるべし。

直線運動にて考えしこと同じ筋道を^ふ踐まば速度加速度の和と差とのことも類推するに難からざるべし。

^か斯くして知り得るは速度の方向が変わりたる時二ツの速度の差を如何にして求むべきかなり。此の差を時間に対し割合を考うれば、即ち加速度の大いさと方向とが如何にして曲線の道より尋ね得らるべきかを得るに苦心はあらざるべし。^ま先ず原理上の困難は以上につきて^{や や かいじよ}少々刈除するを得べけん。此の上は之れを数学の記号に託して計算を行い自然現象の記載をなすべきなり。^ま先ず簡單なる一例をとり球^な抛げの曲線を記載せん。

観察によれば、地球表面にての運動者には、^{すべ}凡て垂直に^{およ}毎秒毎秒凡そ980センチメートルの加速度あり。(極と赤道とにて^{ほ ぼ}略々 $\frac{1}{200}$ の差ありとす)今水平面と α の角度をなしてVの速度にて^な抛げ上げたりとせば、前の如く之れを垂直と水平との運動に分解して考うれば、球^な抛げの運動は水平分運動は等運動となるべし、其の速さは $V \cos \alpha$ なり。加^な度^な度の大いさを g とせば垂直分運動なる不等速運動の速度は t 時刻に於いて $V \sin \alpha - gt$ にてあらわさるべし。即ち出発後 t 秒に於いては球は出発点よりの水平距離 $Vt \cos \alpha$ 垂直距離 $Vt \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2$ にして最も高く上がりし時は垂直分速度零なる時にして其の時の t は

$$t = \frac{V \sin \alpha}{g}$$

抛なげたと同じ水平線上来たりし時は垂直距離 0 となりし時にて其の時間は

$$\frac{2V \sin \alpha}{g}$$

之れを $Vt \cos \alpha$ の t に置き換うれば水平に行きし距離

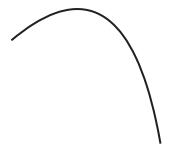
$$\frac{V^2 \sin 2\alpha}{g}$$

を得べし。此の距離が球抛なげ、槌ハンマー抛なげなどに測る長さなり。初めに抛なげ出す時に与うる速度を 2 倍にせば、之れは 4 倍になるべく、3 倍にせば 9 倍になるべし。尚おまた α が入り込み居る故抛なげ出す時の傾角を変うれば同じ初速にても異なりし長さを得べし。正弦は 90 度の角にて極大の値を得、即ち 45 度の傾角にて抛なげ出せば最も遠方に達すべきことを得るなり。

斯かくして球の画く道は一種の簡單なる曲線にて、円、楕円等も同じく所謂二次曲線なるものに属し、之れを抛物線ほうぶつせんと称す。抛物ほうぶつの画く線と云うものが其の曲線の特色となりしものなり、鼠の色を鼠色、狐の色を狐色と云うと同様なり。其の形は實際物を抛なげてその影像が眼に留むる位置の連続的軌跡を見て知りぬべし。噴水より出ずる水粒など大方此の形を保つ。幾何的に画き出だしたる抛物線ほうぶつせんは図の如し。



されどなお精細に自然界に抛物の画く曲線を見れば完全に此の所謂抛物線ほうぶつせんをなすものあらず。多少次図の如き形になり居れるを見るなり。是れは先きに云える g なる加速度の外に水平の方向にも加速度あり、所謂空気いわゆるの摩擦抵抗などの存するが故にして射撃術には重要なること故、特に弾道なる名の下に研究せらる。又砲台より放つものの如き遠距離にまで達せしむるものには地球の廻転の影響も考えざるべからず。



兎も角是等には実験の事実の確實なるものあらば、凡て速度の和法加速度の和法の原理にて他の影響を算出し得べく、また其の分運動を知れば合運動の實際のものと一致することよりして速度の和法等の過たざることを得るべきもあり。

扱て先きに一言断り置きしが其の後不精確に言葉を重ね来たりし一事あり。そは今運動せる者の大いさを考えしか否かなり。余は先きに「厳密に云えば其の一点」と云いき。競争の際には瓜先き、スタートの線を踏み越え居るを許さず。足決勝線に入らざれば着番に入らず。幅飛びにても踏み切りの尖点より、先きの腫の跡までを測る、運動者の部分を区別せるなり。されど其の長さの測り方もセンチメートルの分数まで厳密に調ぶるに至ればテープを持ちつつ甚だ惑わざるを得ざるべし。通常左様の細かき所を勘定に入れず計算に四捨五入と云うことあるが如し。此の道理にて、例えば小石塊を抛げ飛ばしたるものの如きは其の道を先きに云いたる曲線即ち幅のなき線にて殆ど完全に之れを表わし得べし。地球が太陽を周る運動を論ずるには太陽よりの距離に比し地球は其の大いさを勘定に入るを要せざるなり。斯くの如き時は、地球を一の点と見なして運動を記載し得なん。是れ所謂質点なり。点と云うは其の大いさの上のみにして其の他の事柄にては数学的点とは全く基本の考を異にせり。

物体を甚だ細かき部分に別かち、其の各部分の運動を考うれば夫れぞれは質点と見なし得べく夫等が同じ時に皆平行に等しく移動をなせば物体を平行移動をなすと云う。

然らざれば物体内に比較的移動あるなり。廻転か変形となり、変形には「ずり」と膨脹とあり。変形なしとなす物体を剛体と云い、変形あるを弾性体と云う。

以上の如きは力学中運動学の最も初歩なるものを示ししものなれど然も根本的問題は既に是等の中に提起せられつつあるものなり。運動会の譬喩幸にして読者の理解を早からしめしか否か。

振 動

桑木彥雄

大凡そ物其の平を得ざれば則ち鳴ると云えり。艸木は風之れを撓むれば鳴り、金石は之れを撃つあれば鳴ると。然れども、鳴ると云わずして振ると云わば亦一層大なる真理なりと。嘗て之れを某先生に聞きぬ。物平を得ざれば振動し而して鳴って振らざるものなきも振って鳴らざるものあればなり。平とは釣合なり、力の釣合なり、然かも是れには安定なる釣合を意味す。

数多の力が一質点に作用し、其の合結果が或位置に於いて恰も0に等しからば、是等の力は互に釣合にありと称す。此の位置を此の質点の釣合の位置と云う。合力が0ならば質点の加速度0なり。或時刻に於いて質点が此の位置に静止せば釣合の状態の失われざる限り此の位置に静止するなり。広がりある物体に於ては移動と廻転と弾性的変形とをなさざる時にそが静止にありと呼ばば此の静止を保続し得る様なる力の組み合わせは互に釣合をなす力なり。是等の釣合に在りて静止せる質点並に物体の機械的エネルギーを考うるに、運動しつつあらざるが故に運動のエネルギーは0なり、即ち其のエネルギーの全量は位置のエネルギーなり。此の釣合より少しく揺がしエネルギーの変遷の情況如何を見るに（運動と云い静止と云うは比較的言語なること既に前号に述べたり、標準は場合により或は地球にとり或は空間に瀰蔓せるエーテルにとる）先ず物体を釣合の位置より動かすため他より仕事を加えたれば物体のエネルギーは増加せり。然れども其の後仕事を加えられず、また其の物体が他へ仕事をなさざればエネルギーは此の増加ありたるままにて其の後変化なし。唯だ唯だ運動のエネルギーと位置のエネルギーとが相消長するのみにして其の總和を常に不変に保つ。此の消長の有様に就ても種々のものを想像し得べし。先ず釣合の位置を去りたる時に位置のエネルギー其の値を変ぜざる場合あるべし（第一の場合）。又或方向に動かせば其れが増し

之れと反対なる方向に動かせば減ずと云うことあるべし（第二の場合）。或は此の二つの方向に於て共に減ずと云うことあり（第三の場合）。或は共に増すと云うことあり（第四の場合）。但し何れも変化を連続的に微を積んで起こる者とす。^{しこう}而して位置のエネルギー変わらざれば運動のエネルギーも変わらず、位置のエネルギー減ぜば運動のが増し、速度大となり、位置のエネルギー増せば運動のが減じ速度小となるべし。前の四個の場合にて第一の場合は水平面上に球を転じたる者の如し。摩擦等の影響なければ一旦得たる速度に変化なし。随處釣合の位置たるなり。第二の場合は重量あるものを手にて^{ささ}支えたるが如きにして、^な抛げ上ぐれば其の速度は漸々減ずべく、落下せば増加すべし。第三の場合は位置のエネルギーが其の位置にて極大の値を有せし者にして、何方にするも速度大となり益々釣合の位置を遠かる。頭重き物体の僅かに^お推せば転倒するが如きは其の例なり。之れを不安定なる釣合と云う。

第四の場合には位置のエネルギーが極小の値を占めしものなり。糸にて吊り下げられたる^{おもり}錘の如し。之れを水平に^お推せば糸を半径とせる円道を錘は上がるなり。然れば其の位置のエネルギーは増加し従って速度は減ず。或る限りに至れば^{しか}速度遂に零となるべし。然れども其の場所が釣合の位置ならざるため力の作用によりて其の得る速度は釣合の位置の方に向かい、運動のエネルギーが増し初むるため位置のエネルギーは減じて釣合の位置に至れば、極小の値を有するに至り速度は最大となり加速度は零なり、惰性によりなお運動を保続し、再び速度の減小し0に至るに及び其の方向を^か変ず。斯くの如く釣合の位置を右より過ぎ左より帰り左右に運動して或る定限を越ゆることなし。即ち釣合の位置に於いて位置のエネルギー極小の値を有すれば物体は安定なる釣合にあり。此の位置を中心として振動をなす。

物体の振動をなすや、^ま先ず認むべきは其の振幅と周期となり。振幅とは釣合の位置より移動の極端（即ち速度の0となるところ）までの距離なり。周期とは一回往復の時間なり。

振幅、周期の如何なる数的干係^{かんけい}を有するかは振動の場合により種々の差別あり。振動の最も簡単なるは所謂^{いわゆる}単一弦運動をなすものなり。一直線上の運動にして釣合の位置よりの移動の距離が時間の正弦函数を以て表わされ、加速度が此の距離に正比例し其の方向常に釣合の位置たる一定点に向かえるものを云う。

振子^{しんし}の振幅小なれば重力の分力は恰^{あたか}も錘^{おもり}の此移動距離に正比例し、また棒を撓^ため^{げん}弦を弾き板を打って起こす所謂^{いわゆる}弾性的振動にありては其の歪^{ひずみ}は弾力に正比例し各部分単一弦運動をなす。此の振動を受けて自ら振動する空気の分子も亦夫れぞれ単一弦運動をなすものなり。

単一弦運動にありては振動の周期は振幅の大小に無干係^{かんけい}なり。三百年前ガリレイは或る寺院の吊りランプの動揺を見て其の振幅小なれば速度小に、振幅大なれば速度大に、恰^{あた}かも一往復の時間が相均しく、振幅の大小に干係^{かんけい}せざるに着目せり。是れ即ち振子運動の等時性なり。然れども振幅既に小ならざれば単一弦運動をなさず、振幅の大小も周期の大小に影響すべし。単振子と称し、重さなき糸にて大きな錘^つを吊り下げたる者の振幅小にして単一弦運動と見なさる時は、其の周期は錘の品質や質量の大小に関せず、唯だ糸の長さの平方根に正比例し、重力の強さの平方根に逆比例す。重力の強さは地球面上に於いて均一ならざるが故に同じ振子の振動の周期は地球の各処に於いて均^{ひと}しからざるを知るべく、又一の場所に於いて糸の長さを4倍にせば周期は2倍となるを見るべし。例えば弦にありては其の緊張力を大にせば周期小に、其の質量大なれば周期大に、弦長ければまた周期大なり。凡て物体は其の形状状態によりて自己固有の振動周期を有するなり。周期とは前にも云える如く1回往復の時間なり。されば単位の時間に振動する回数も周期の反^{レリプロカル}数を以て表わすべく之れを振動数と称す。振動体の発する音の高低は振動数の大小によりて定まるなり。

単一弦運動にありては振動のエネルギーは振幅の平方に正比例す。此の故に振動体の音の強弱は振動体の振幅に關係す。

同一質点^{きよた}が許^{すべ}多の単一弦運動を同時に受くるときは其の合成の運動をなすべし。

結果或は静止に帰することあり、或は又他の単一弦運動となることあり、又其の画く曲線の具さに複雑を極むるあり。其の連続は振動の形を定め、吾人が音色の差別として感ずるは畢竟空気分子の振動の形の異なるによる。

水其の静平を擾乱せらるるや波をあぐ。此の時一起一伏進み行くものあるが如きを認むべし。然も水の各微分子は其の釣合の位置の附近にありて動揺するのみ。進み行くが如く見ゆる者は振動の状態なり。形なり。水の一部に於いて単一弦運動若しくは其他の振動状態にある時凝集力の影響する所之れを順次に水の他の部分に伝えて同じ状態を繰り返わさしむるなり。此の形の伝播に速度と云うものを考え得べけん。また振動の位相を同じくせる最近二点の距離を波長と称す。振動の周期と伝播の速度と波長とは何れか二つを知れば残りの一つは算出し得べし。

水の起こす波につき水の重さにより動揺するは重力波と称す。唯だ表面のみの細波は水面の毛管作用に由れるものなり。

地震の場合に於いては吾人は自ら土地家屋の振動を目撃す。之れを各処に於いての調査と比較すれば此の振動が一種の波として伝播し来たれるものなるを知るべし。

光がエーテルの振動なりと云い、電気また振動すと云うが如きは以上の如く其の振動を直ちに目に訴うること能わざるべきか振動として同一轍に論ぜらるる諸性質を具備するものあればなり。是れが波長伝播速度等皆測ることを得。

1秒振りの振子が時計に附せらるるものあり。振動の一端より他端まで行く時間が1秒なるもの故周期は2秒なり。空中にて音の伝播速度は毎秒330メートルを出入すること大ならず。楽音として耳に聞き得る音の振動数は略々30と4,000との間にあり。音の強さに就いては空気分子の振幅1ミリメートルの10万分1の位なるものをも聴き取り得べし。光波の速度は毎秒30万キロメートル黄色D線の波長は凡そ1万分の6ミリメートルなり。

振動のエネルギー消耗せざれば振子の振動長えに繰り返さるべし。然れども空気との摩擦振子の物質の粘性等はエネルギーを消失せしめ、振幅を益々小に遂

に振子をして止むに至らしむべし。

-
- ・『理科講話』（早稲田大学出版部刊、1907〔明治40〕年9月）所収。
 - ・原文は縦組みであるが、数式を考慮して横組みにした。
 - ・読みやすさのために、適宜振り仮名をつけた。
 - ・旧漢字は新漢字に、旧かな遣いは新かな遣いに変更したが、一部の漢字については新漢字によらず旧漢字のままにした。
 - ・PDF化には $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X} 2_{\epsilon}$ でタイプセッティングを行い、`dvipdfmx`を使用した。
 - ・科学の古典文献の電子図書館「科学図書館」

<http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html>

・「科学図書館」に新しく収録した文献の案内，その他「科学図書館」に関する意見などは，

「科学図書館掲示板」

<http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs>

を御覧いただくか，書き込みください。