

量子論の起原

石原 純

緒 言

近時に於て最も多く我々の耳目を驚かしたところの自然科学的理論は相対性理論であつたことを誰しもが知っている。それは光速度と運動との関係に対する問題に起つて、アインシュタインをして先ず我々の従来形づくつていた時間及び空間の概念に著しい変革を持ち来さしめ、この両者を綜合した四次元の世界のなかに多くの物理学的形像を極めてみごとに排列整序することを可能ならしめたのであつた。物体の運動を始めとして、その種々の重要な性質、特に久しい間全く理論的に何の手がかりさえ見出だし得なかつた万有引力の如きものもここにその形像を求めることができるようになった。そしてあの宇宙論のような絶大な理論的考察さえ堂々としてそこから生れることができたのであつた。

物質の根原要素として今日我々に知られている電子も亦その諸性質と共にこの相対論的四次元世界のなかに安住の場処を見出だし得たことは勿論であつた。併し電子がその個々の存在に於て我々の眼に触れるのは寧ろ特殊の場合に過ぎないのであつて、その多くは謂わゆる原子核と相結びついて一つの集団を形づくり、そ

ここに種々の現象を結果するのである。この原子集団がいかにして形づくられるか、又どんな変化がそこに行われるかと云う点に、すべての物質現象の根原が横たわっているのである。我々は今進んでこの問題を解き、之に対する形像を探し求めるところの無上の興味に惹かれている。之を考究しつつある原子物理学なるものこそ我々の自然科学に取つて現在の最も緊要な課題であり至大な興味であると云わねばならない。物質の神秘の謎をひらくべき鍵は今我々の手に渡されて、そのまさに振られるのを待っている有様に在るのもあろう。

問題をこの有様に導いたのは実に量子なる概念の発見によつたのであつた。原子内部の電子の運動については、それが一般に物体運動の法則に準ずる限りに於て、既に我々の知っている処のものを出ないと想像されたにも拘わらず、そこにはいかにしても我々の解くことのできない多くの微妙な関係が相伴うべきことがだんだんに明らかになつた。その最も著しいものは之等の原子から発する光及びエックス線のスペクトルである。即ち一つの原子に属する多数のスペクトル線の観察が微細精緻に達すれば達する程、その波長や強さの間に一定の法則的關係の成立することが漸次見出だされて来た。この経験的事実こそ我々に隠れた原子内の機構を最も雄弁に物語るものでなければならなかつた。けれどもこの意味多い言葉をいかに翻譯したならよいかについて、我々は量子の概念が通訳者として最も有力にはたらいてくれるであろうことを悟るまでは、只わずかにその魅力ある響調に耳を委ねるに止まつていた。ところが一たび量子の概念がプランクによつて輻射の問題に導き入れられ、ボーアによつてスペクトルの理論に適用せられてからは、之が不思議にも原子内部の微妙な機構を律する最も重要な要素として認められるに至つた。そして量子論なるものが原子物理学の中心に位するようになった。

とは云え量子の概念は、我々が従来の電気力学によつてのみ解しようとしたところの、従つて純粹に連続的な電子の運動、並びに之に伴う種々の現象をして不連続的に行わしめるように強いるものである。即ちそこには従来の力学及び電気力学の根本原理と相容れないでもあろうところの何等かの要請を必要とするように見えた。そして我々は実に忍ぶことのできない矛盾をも暫らく眼をつぶつて容認しておかなければならぬ理論上の一大困難に遭遇したのであった。或る事實は我々を連続理論に引き留めておこうとするのに、他の新たに見出だされた事實は一步を不連続理論に踏み出さなければ、いかにしても解釈されないと云うディレンマに陥つたからである。相対性理論が偉大な成功をもつて自らの勝利を誇り得た間に現代の理論物理学者は奇異な量子論の謎に久しく彷徨しなければならなかつた。けれども彼等はその缺くことのできない同僚としての多くの実験物理学者と相提携して自らの進むべき路を熱心に開拓した。しかも最近数年間に於ける彼等の業績は実に眼醒ましい勢をもつて高く結ばれた柵を跳び超えたような観がある。私がここに量子論の梗概を一般に報じようとするのも之がために外ならない。

量子論は物質の最も微細な要素に関するものであるだけに、それだけ精細な多数の事實を基礎としなければならぬし、しかもその結果はやはり微小な物質原子の機構に関するに過ぎないから、従つて一世の耳目を聳動させた相対性理論ほどに華美に映じないかも知れない。けれどもそれは物質に関する最も根本的な問題を解決する点に於て、その重大さから見て決して彼に譲るべきものではない。特にその実際上の応用に至つては恐らくは測り知れないものが将来にあらわれるでもあろう。我々は嘗て例えばエネルギー保存の原理を自然科学上の一大原理と見做して来たが、それよりも勝るとも決して劣りはしない重大な意味を現に問題と

せられつつある量子の概念に帰しなければならぬであろう。それは更に恐らく自然の認識そのものに対する我々の従来の思想をさえも或る程度まで変更せしめねばならないように見える。我々は量子を通じてもう一度慎重に自然を見なおさなければならぬのである。之等これらの意味で、この一篇の叙述が多少専門的に亘わたる点があるとしても、それは暫しばらく寛恕を乞わねばならない。併しかまた、より詳密に知ろうとする熱心な学徒に対しては、特に一般者のために難解の数学的論理を取り除いた私の微意を諒して頂きたいのである。

量子論の由来

量子の概念は実に我々の夢想だもなし得なかつた処に、云わば或る偶然をもつてあらわれて来たと言つてもよいのであつた。それだけに我々の思想に取つて容易に同化し難い不思議なものとして見做みなされた。なぜなら、我々が従来物体の運動を論じ、又熱量の変化を観測し、その外電磁気のエネルギーについて理論的に考察する場合に、すべてエネルギーとしてあらわれるところの量は常に連続的に増減し得る処のものとして誰も疑わなかつたばかりでなく、若もし之に反してエネルギーが突如として不連続的に或る有限量だけ変化すると仮定したならば、却かえつて之に対する自然的の機構を考え出すことに非常な困難を見出だしたてもあらうからである。しかも量子の概念はその最初にエネルギーのかような不連続性を要求する仮説として導き入れられたのであつた。

それは既に述べた通り輻射の問題に関して起つたのである。高温度の物体が熱輻射を発することは昔から能よく知られたことであつて、我々の太陽が常に熱と光とを我々に供給してくれるのはこのお蔭もぢろんであること勿論

である。同様に多くの燈光も炉中の物体も亦熱と光とを輻射している。ところでどんな物体が一定の高温度で最も多く熱を輻射するかと云う問題に関して、我々は実験的に、そして亦理論的に次の事実を見出したのであった。即ち最も多く熱を吸収するものが最も多く輻射するのである。我々はすべての熱及び光を吸収する理想的の物体を考えて之を完全な黒体と名づけた。そして完全な黒体が一定の温度に於てどれだけの熱を輻射するかについて、又特にかような黒体壁によつて取り囲まれた空間内に於ける輻射の熱平衡の状態について論究せられた。ところで他方に於て我々は之等の物体から発する熱や光がすべて電磁波動の一種に外ならないことを見出だし、そして単にその波長を異にするものうちで比較的波長の大きなものは熱としてあらわれ、波長の小なるものは光として眼に感ずるに過ぎないことを知るに及んで、黒体輻射中に含まれる種々の波長の電磁波に対してエネルギーがどんな割合で分布せられるかについて、更に実験と理論とが進められて行つた。通常輻射の法則と称せられるものはこの結果を云いあらわすものであるが、我々はそこに実験的に見出だされたそれと理論との間に或る懸隔を生ずると云う事實に遭遇したのであった。

我々の理論の根拠とするところは、既に気体分子の運動学的理論に於て証明されたところの謂わゆるエネルギー等分配の法則であつた。即ち非常に多数の独立な力学的対象がそれらの間の直接的な交互作用によつて、又は或る媒介物による間接な作用によつて、力学的に連絡せられた後に、一定の（熱力学的）平行状態が到達せられる場合には、之等の対象が有する各々の独立な自由度に対してエネルギーが一樣に分布されなければならぬと云う法則である。我々は輻射の各々の波動を一つの力学的対象と見做すことによつてそこにこの法則の適用をゆるそうとするのは極めて至当のことであると考へたのであつた。そこで英国のレーリー及

びジーンズは輻射の一定波動に属する独立な波動の数を理論的に計算し、依つて一つの輻射法則に到達したけれども、不幸にしてそれは実験的に見出だされたところの法則と一致しないばかりでなく、抑も黒体輻射の熱平衡の可能性をさえも否定するものであつた。

一方で単に熱平衡の可能性を仮定して、純粹に輻射の熱力学的性質を究めようとする理論的考察がドイツの諸学者によつて試みられたけれども、そこには尚お前述のエネルギー等分配の法則に相応するような何等かの仮定が附加されなければ完全な法則に導くことができないのであつた。ここにプランクが始めてエネルギー量子の仮説をつくり、エネルギーの分配が常に或る一定の単位即ち量子なるものの整数倍のみによつて行われ、すべての対象の間に偶然の法則（確率）に従つて分布されるものであると仮定することによつて成功した所以を見ることが出来る。丁度それは一九〇〇年であつたが、彼がいかに実験によつて十分に味方せらるべき輻射の法則を得ることができたとは云え、当時その量子仮説は余りに勝手過ぎるとせられ、若くは正當な理論的根拠を缺くとして批難せられ、且つ之が容認を躊躇せられなければならなかつたのは寧ろ当然でもあつた。

それにも拘わらず事實はどこまでも最も雄弁にプランクの法則を裏書した。即ちその後行われたルーベンス及びクルバウムの精緻な実験は少なくともその結果の正しいことを証明し、もはや輻射に関して他の法則の可能性であると云う望みを我々に放棄せしめた。そればかりではない。意外にも光に関して既に以前から我々の知っていた多くの事實が直接に量子仮説の成立すべきことを示すように見えることが一九〇五年に至つて、アインシュタインによつて指摘された。即ち写真その他の光化学作用や光によつて金属面から電子を射出さ

せる光電効果の如きは光の波長の小さい程強くはたらき、特に謂わゆる紫外線や、更に後に至つて極めて短波長の電磁波に外ならぬとして証明されたエックス線に於て一層強烈に作用し、之に反して赤及び赤外線ごとの如き、波長の比較的大きな光では、いかに分量を増しても之等の作用を呈しないと云う著しい事實は、既に光の効果が単に全体のエネルギーの分量に依らないで、却つて波長の大小に特有な或る要素によつて行われることをもの語るのであつた。アインシュタインはプランクのエネルギー量子が波長に逆比例すると云う事實からして、前記の光の諸作用を個々の量子によつて起るものと解することによつて極めて明瞭に波長の短い光に於ける効果の著大さを説明することができた。又螢光及び燐光の如き光によつて刺戟せられて別に物体自身が特殊の光を發する場合に、刺戟すべき光と物体の發する光との間には常に前者の波長が後者よりも短くなければならないと云う謂わゆるストークスの法則は、大なる量子が常に之より小なる量子にのみ変化し得べきことを示すのであると解した。アインシュタインは之等の事實から遂に光に於ける個々の量子に獨立の存在を与え、謂わゆる光子假説を立てたのであつた。

彼は更に一九〇七年に物体の含む熱がプランクの輻射の法則に従うべきことを推論し、之がために各々の原子が一定の振動数をもつた振動体として輻射並びに吸収を行うとなし、依つて物体の比熱に対する新らしい公式を導き出した。この公式は高温度に於ては従来實驗的に知られていたデュロン及びプティエの法則と一致するが、低温度に於ては著しく之と外ずれる。ところが丁度液体空気などの低温度に於ける比熱實驗が獨逸ベルリンのネルンストの教室に於て行われて、アインシュタインの公式の大体に於て正しいことを証明するに及んで、量子の假説はまた有力な味方を見出だしたのであつた。そして之が応用はそこに端緒を得

て物体の諸性質に関する種々の問題にまで拡張されて行った。比熱の理論は更にデバイやボルン及びカルマンによって補足せられて事実との一致をより完全に達し得たばかりでなく、固体の状相方程式や熱及び電気の伝導の理論にまでも同様に原子振動体の仮定に基づく考察が試みられ、常に低温度に於けるそれらの性質を云いあらわすのに成功した。

この外にアインシュタイン及びシュテルンが始めて分子の廻転エネルギーに対してエネルギー量子の仮説を導き入れて気体の比熱を計算したと同時に、同様の思考は、ブエルムによつて赤外部に於ける吸収スペクトルに應用せられ、又後にホルム等によつて磁気の理論にも適用せられ、更に気体分子の飛動エネルギーに対する量子仮定は始めてザックール及びテトロードをして気体の物化学常数なるものの計算に成功せしめた。

量子論はかようにして急速に我々の物理学の諸方面に重大な影響を及ぼすようになった。今世紀に入るまでは量子の概念についてその片影をさえ見ることのできなかつた我々は、僅かに最初の十年の間にもはや量子に対して考慮しないでは多くの実験的事実を全く解釈することのできない位置に立たせられてしまったのである。併しながら量子そのものの存在は、これ程事実によつて強いられながら、それでも最初に述べた通り理論的に之を肯定しようとする根拠については多くの疑を挟まねばならない有様にあつた。私はここに自然科学がすべての他の先験科学と全く趣を異にする重要な特質を最も明らかに見ずにはいられない。なぜなら先験科学に於ては常に我々の理性的な思惟が之を指導し、我々は寧ろ安んじて之に依頼することができるに反して、自然科学に於ては必ずしもそうでない著しい事情が往々にしてあらわれるからである。この言葉は誤解されてはならない。勿論それは我々の理性的思惟が後者に於て役立ち得ないと云うことではなく、只

我々が先験的に形作つていたところの思惟が必ずしも可能なすべてではなくて、却つて単に偶然に最初の意識に上つたところのものに過ぎないことを教えるのである。自然科学に於て我々は屢々事実との矛盾に直面してその路を塞ぐような困難を経験し、その上で始めてより適切な理論を求めてゆくのである。たとえ我々は理論の最後の勝利を信ずるにしても、それは以前の理論をみじめに打ち砕いてくれた事実のお蔭であることを忘れてはならない。そしてかような事情は亦恐らく先験科学に於ても全く無縁視してはならないのであつたらう。

原子理論に於ける量子仮説

量子の仮説が偶然にも多くの事実を記述するために役立つたのは一つの僥倖でもある。併し我々は自然科学に於て一定の理論的体系に到達せんがために、決してこの僥倖をもつて満足しているわけにはゆかない。更に進んで我々がこの仮説をつくるべき先験的根拠を探し求めてゆかなくてはならないと共に、従来承認して来た他の多くの理論的根拠との間の一切の矛盾を取り除かなければならない。けれども之が俄かに完全には望むことができないとするならば、我々は先ず出来るだけこの仮説それ自身について周到な検討を試みてゆくより外はない。量子仮説の創唱者であつたプランクは理論物理学者として当然その責務に自分を委ねたと共に、或る程度までこの仮説の意味を深めることができたのであつた。

彼が最初に導き入れたものはエネルギー量子であつたけれども、それは全く一定の値をもつものではなく、波長に逆比例し、従つて振動数に比例するのであつた。即ちエネルギー量子 ϵ を振動数 ν によつてあらわすな

らば、 $h = \frac{h}{2\pi}$ なる関係が成立し、比例常数 h が始めて普遍的な値を取るのである。この h はその物理学的
 デイメンションから見て、力学に於ける作用量と同種のものであるから、プランクは之を作用量子と名づけ、
 ここに量子論の核心を探ろうとしたのであった。例えばプランクの輻射法則に於て $h = \frac{h}{2\pi}$ なる極限を求めれ
 ば、それはレーリー及びジーンズの法則に帰着し、その外すべて物質の諸性質に対する量子論的公式は同様
 の極限に於て量子論以前に知られた式に変化する。即ち有限な作用量子の存在こそ量子論の本質的な特徴で
 なければならぬ。プランクは、物体原子の内の電子の運動を数学的に云い表わす場合に、その一般化座標
 q と之に相応する一般化運動量 p とで形づくった「状相空間」なるものが、その体積に於て h の整数倍に区
 画せられ ($\int p dq = nh, n = \text{整数}$)、この区画に相応する電子の運動のみが実現するのであると解しようとし
 た。之は少々抽象的であつて直接にその意味を捕捉するに困難を感ずるであろうけれども、併しプランクが
 作用量子に於てその重要な理論的基礎を求めようとしたことは一つの卓見であると云わなければならぬ。

一九一三年になつて前述のような電子の運動が実際に一つの原子模型として丁抹デスマークの若い物理学者ボーアに
 よつて論ぜられた。原子内に於て周廻運動をなしている電子の体系を考え、之を原子模型として種々の性質
 を導き出そうとする試みは、既に一九〇三年に英国のジョン・ジョセフ・タムソンや、我が国の長岡半太郎
 等によつて始められたが、個々の原子に関する種々の実験的事実がその後相次いで明らかにせられるに従い、
 漸くかような原子模型に関して我々に十分の知識が供給せられるようになった。即ち英国のラザフォード等
 の研究は陽電気体としての極めて小さな原子核の周囲に陰電子が周廻すること、丁度太陽に対する惑星の如
 き有様であることを確実にし、又他方に放射性元素の物化学的性質やエックス線スペクトルなどの研究は、各

元素の原子内に周廻する電子の数を謂^いわゆる原子番号なる数に等しいとして完全に決定することを可能ならしめた。我々は今与えられた核及び電子体系の運動を理論的に考究すればよいのであった。

けれどもこの運動が単に従来律せられていた力学及び電気力学の原理になつてのみ取り扱われるとするならば、恐らく原子の真相を完全に云いあらわし得ないであろうと云う懸念があつた。なぜなら、之等^{これら}の原理によれば電子の周廻運動に伴つてそこには必ずエネルギーの輻射があらわれねばならないから、原子自身のエネルギーやその諸性質はこの場合に漸次^{ぜんじ}の変化を受けるのであつて、従つて我々が各々の物質について経験しているその一定不変の性質を説明することができないばかりでなく、現に実験的に知られている多数のスペクトル線に対する微妙な法則^{ごと}の如きは遂^{つい}にかような理論的基礎から導き出すことを望み得られないからである。ボーアはここに於てともかくも先ず最も簡単な原子として水素原子を採り、之に量子仮定を適当に応用することによつて極めて巧妙にスペクトル線の法則を導き出すことに成功した。

水素原子は原子番号1であり、単に一個の電子が核の周囲を廻ると考えられる。ボーアは最初その運動を円形軌道に制限し、且つ^かプランクの仮定に相応して、その運動量能率が $h/2\pi$ の整数倍に等しいようなものだけを定常軌道と名づけて、之に実現の可能性を与えると共に、之等^{これら}の軌道運動に於て電子は決してエネルギーを輻射することなく、常に一定の状態を保つと仮定した。そしてスペクトル線の輻射は、電子が之等^{これら}の定常軌道運動のうちエネルギーのより大きなものから、そのより小さなものへ、即ち外部軌道から内部軌道へ、何等かの刺戟によつて転移する場合に起るのであつて、その際の輻射波長は丁度^{ちやうど}前後のエネルギーの差が輻射波動の一エネルギー量子になるように決定せられると仮定した。この二つの仮定から彼は容易に輻射の波

長に関して謂わゆるバルマーの法則として知られているところの系列公式を得たばかりでなく、その公式に現われるリドベリー常数と称するものの数値を理論的に正しく計算することさえ出来たのであった。波長を λ 、リドベリー常数を R とすれば、この公式は二つの整数 n 及び m によつて一般に次のように記されるものである。

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad m = 2, \\ n = 3, 4, 5, 6, \dots$$

この場合に於けるボーアの仮定は最初甚だ人為的に見えたにも拘わらず、その結果がみごとに事実と一致すると云う処にこの理論の非常な強味が置かれねばならなかつた。更にヘリウム原子は通常二つの周廻電子をもつのであるが、之がイオン化せられた際には只一つの電子を残すのであつて、その關係は全く水素の場合と同様であり、只原子核の質量が水素のそれに比べて四倍となるだけの相異に過ぎない。ボーアは之を詳細に計算して、従来実験的に水素に属すると想像せられたスペクトル系列が実はこのイオン化せられたヘリウム原子に帰すべきことを見出だし、そこには明らかに原子核の質量の相異をも指示することができた。尚おまた多くの原子のエキシ線スペクトルは原子核に近い電子の同様な軌道転移によつて生ずるものであつて、外部電子の之に及ぼす作用を省略するならば、やはり水素の場合と同様に論ずることが出来、従つてそのスペクトル法則がバルマー公式と同様のものによつて云いあらわされ得ることを明らかにした。

併し以上のボーアの理論は、暫らくその仮定の当否を措くとするも、原子に対しては一つの模型に過ぎなかつた。なぜなら、電子の運動に関して之を単に円形軌道に制限したことは、考察を簡単にすることができ

た点で利益があつたとは云え、厳格な理論上からは不当の制限に外ならなかつたからである。つまり核と電子との間には第一近似に於て距離の二乗に逆比例する、静電氣力がはたらくのである。そしてこの場合に電子の取る軌道は、太陽のまわりの惑星の軌道と全く相等しく、一般にはケプラー楕円をなすのであつて、円形軌道はその特殊の場合に過ぎない。しかも円運動では変化する位置座標は方位角だけに限られるので、運動の自由度が唯一つに過ぎないのに反し、楕円運動では方位角と共に力の中心からの距離が変化するから、それは二つの自由度をもつたものである。この一般の場合にボーアの仮定した量子条件が果していかなる形を取るべきかは、理論に取つて根本的の重要さをもっている。

この問題は一九一五年に至つて^{ドイッ}独逸のゾンマーフェルトによつて完全に解決された。彼は^{おのおの}各々の自由度に相応する一般化座標 q 及び運動量 p に対して、

$$\int y u = b p d \quad (X \text{ 数}) \quad (u = \text{波数})$$

なる条件を仮定すると同時に、この座標 q は、力学に於けるハミルトン函数の満足すべき微分方程式の積分に対して謂^いわゆる変数分離の方法が可能となるように選ばなければならないことを要求した。上の例で中心距離及び方位角をあらわす極座標はこの条件に適應するけれども、之に反して通常の直交座標は之に適應しないのであつた。ゾンマーフェルトは之によつて可能な定常軌道を計算し一定のエネルギーに相応して扁平率を異にする数個の楕円軌道のあらわれることを示した。(扁平率零なる楕円として円はそのうちに含まれている。) 彼は更に相対性理論^{したが}に従つて電子の質量の変化することを計算に取り入れ、扁平率を異にする各々の楕円軌道に於て実はそのエネルギーが多少変化することを結論し、^{したが}従つてその個々の場合に輻射せられる

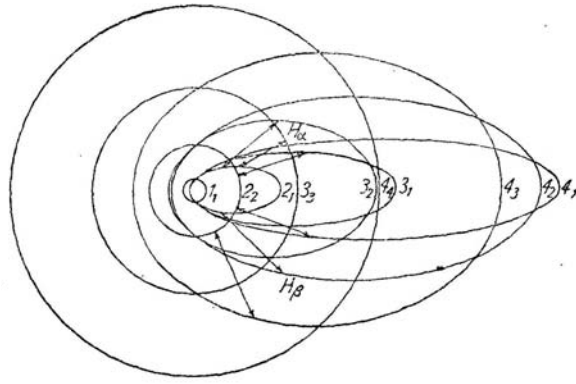
スペクトル線の波長が亦多少変化することを示し、大体に於て一本のスペクトル線としてあらわれるものが実は微細な数本の線の集合であることを説明し、イオン化ヘリウムの場合に実験的に測られた同様の微細構造と比較して極めて能く一致することを明らかにした。又スペクトル線が一般に磁気及び電気の場合に於て数本の線に分岐する現象、即ちゼーマン効果及びシュタルク効果として知られている現象も、亦全く同様の方法で量子論的に導き出され、しかも精細に事実との一致を期することのできるのが、ゾンマーフェルト、デバイ、エプスタイン等によつて証明された。

ここに至つて量子論はもはや単なる仮説ではなくて、その域から一步を踏み出して一つの根柢ある物理学的理論と見做されなくてはならないようになった。量子概念の成立に対して疑を懐いていた人たちもこの驚くべき理論的發展の前に、もはや之を転向せしめることはできなくなった。かようにして量子論はその眼ざす途を真直ぐに進むことができたのであった。

量子論に於ける理論的及び実験的諸発見

ゾンマーフェルトの理論は、原子内の電子が行うところの通常の楕円運動に在つてはその二つの自由度に相応して二つの独立な量子条件を必要とすることを示したので、従つて之によつて決定せられる定常軌道は二つの整数によつて特質づけられるのであった。かような整数を一般に量子数と名づけ、之等の定常軌道に相応するエネルギーの値をエネルギー準位と称している。ボーアの最初の理論が示したバルマー公式に於ける整数はここにあらわれる二つの量子数の和であつて、ボーアは後に之を主量子数として、又二つの量子数

のうち方位角をあらわす座標に相應するものを副量子数としてあらわした。前者を n 、後者を k として記せば、この兩者の間に当然 $n^2 = k^2$ なる關係が成立しなければならない。ボーアは之によつて特質づけられる軌道を n_k なる記号であらわした。



第一図

我々はここに於て原子内の隠れた機構を或る程度まで想像することができる。最も簡単な水素の原子に於ても既にそこには核を廻つて多くの n_k 軌道が網を張つたように存在している（図参照）。電子は之に与えらるべきエネルギーの如何によつて之等の定常軌道のいずれか一つに沿うて周廻することができるけれども、その中間の空間に止まるわけにはゆかない。そして一つの軌道から他の軌道に転移することによつて輻射を吸収し若くは放出するのである。最内部に位する軌道、即ち水素の場合に於ける 1_1 軌道は原子が全く輻射過程を終つた後に到達すべきところのものであつて、通常我々が経験する原子の性質は即ちすべて之に因するものでなければならぬから、我々は之を原子の標準状態として見做すことができる。

この考察を基礎としてボーアは一九二二年に元素の自然系（週期系）を説明することのできる原子構造の理論を大成するに至つた。もと電子排列による元素の自然系の説明は一九〇三年のタムソンの試みに始まつたのであるが、その後発見せられたエックス線スペクトルに関する多くの研

究を参照して一九一六年に独逸ドイツのコツセルが之を大いに進展せしめたのであったが、一方で米国のリュウイス及びラングミューアは物化学的事実に基づいて原子内の電子配置を論じた。そして前二者が物理学的に電子の運動を考慮したのに反して、後者は之を無視し、各々の電子おのおのに一定の静止位置を与えている。けれども電子の周廻運動の存在は既に前に述べた精細な量子論的考察からしてもはや疑うことはできない。ボーアは勿論もちろんこの立場を採つたけれども、更に物化学的事実をよく云い表わすリュウイス及びラングミューアの見解をもそこに調和せしめたのであった。即ち多くの電子が定常軌道の上に動くとき、その個々の時刻に於ける相対的位置をして略ほぼ彼等の論断したものに相応せしめることが、より適切であると考えたのであった。

ボーアは先まず元素の原子核を原子番号の順次に考え、之等これらに於て電子が一個ずつ合せて原子番号の数まで集結せられてゆくとしてその過程を詳かに考察した。この思考に対して最も多く助力したものは、既にコツセルの場合にそうであつた如く、エックス線スペクトルにあらわれる事実であつた。なぜなら、之等これらのスペクトルは核に近い電子の転移によつて発せられるからである。

元来エックス線スペクトルのうちにはその振動数、従したがつて輻射エネルギーの大小によつて数個の集団が區別せられるのであつて、之等これらの集団は各原子毎に多少波長を異にし、それぞれK、L、M、N等の系列として知られていた。又エックス線が吸収せられる場合にその波長を変ずるときは常に或る波長に於て吸収が急激に増大する限界の存在することが実験的に示されていた。之は丁度ちょうどこの波長に相応するエネルギー量子が原子内の電子に与えられることにより、この電子を原子から逐おい出すことのできるのを意味するのであつて、従したがつて吸収限界をなす振動数を測定するならば、それに相応するエネルギーが原子内の電子に対する一つの

エネルギー準位をあらわすものでなければならぬ。実際に各々の原子についてエックス線の吸収限界を測定し、之に相応するエネルギー準位を計算するならば、エックス線の輻射スペクトルの波長は、丁度ボーアの理論に従つて之等のエネルギー準位間の転移として計算せられたものと全く相一致することが示されるのであった。之等の事実によつて我々は、K系列の輻射に於て電子が転移すべき軌道として一箇のエネルギー準位を、又同様にL、M、N系列の輻射に於て転移すべきものとしてそれぞれ三、五、七箇のエネルギー準位を見出だしたのであつて、之等は亦それぞれK、L、M、N準位と名づけられ、そのうちの数箇のものは、 L_1 、 L_2 、 L_3 の如き記号によつて區別せられた。更にN準位の外部に五箇のO準位、三箇のP準位の存在することを明らかにした。

ボーアは之等のK、L、M、……、P準位に対してそれぞれ主量子数1、2、3、……、6を帰すると共に、原子番号の大なる元素では之等のすべての準位間の適当な電子転移に相応するエックス線のあらわれるのに反し、原子番号の小なる元素では漸次量子数の大きな準位が消失すると云う事実から、実際に原子の標準状態に在つて電子が取り得る軌道と、一定の量子軌道に属する電子の数とを決定した。その結果によれば、元素の自然系に於て謂わゆる第一、第二、第三乃至第七週期に属する元素の原子に於てはそれぞれ最外部の軌道の主量子数が一ずつ増すのであり。又各々の原子に於ける電子が之等の軌道にいかん分布せられるかによつてその原子の物化学的及び物理的特質が説明せられるのであった。

之は実に驚くべき理論的発見であると云わねばならぬ。我々は古くから多くの物質を学び知つたけれども、そしてそれらが八十餘箇の元素に帰着し得ることを物化学的に見出だしたけれども、尚おそれらの元素

は偶然に各々の性質的相異をもつて生成したと云うより外、何の必然的な理由をも捉むことができなかった。そして元素の自然系なるものによつてその間に性質的週期的に変化するのを知り得たにしても、それは何等かの連関が存在すべきことを暗示したのに止まっていた。原子の電子的構造が論究せられるに至つて始めて我々は元素の種類による性質的相違をそこに求めようとする端緒を開いた訳であるが、容易に具體的の解決に達し得ようとは誰も想わなかつたであろう。ところが量子論の出現と、その急速な發展を可能ならしめた多くの事實的発見とは意外にも原子内部に隠れた神秘を我々の前に明らかにし、依つてボーアの天才的頭腦をして一々に原子をその核と電子とから構成せしめる創造的過程を描かしめるに至つた。前世紀の最も偉大な物理学者に向つて之をしも聞かしたならば、彼は亦理論のこのような發展に対して恐らく驚異を感ぜずにはいないであろう。抑も我々の自然科学は常にこのような飛躍の運命に置かれていたのであった。

だが我々は決してそれ程速く最後の階段に踏み進むわけにはゆかないのであった。先方に歩いてゆけば行く程、更に遙かな前方が我々の前に展開されるのであった。ボーアの理論がその多くの成果を遂げた間に、我々の解かねばならない事實は尚お続々として新たに見出だされて行つた。先ず第一に我々はエックス線スペクトルが既に示した多くのエネルギー準位を単に二つの量子数 n 及び k だけによつて悉く特質づけるわけにゆかないことを知つた。即ち之等の準位は一對の n 及び k が歸せられるものうちに更に二つずつの異なつたものの存在することをもの語っている。之と同様の事實は通常の光のスペクトルを多くの系列に分析する場合に於てもあらわれ、又之等のスペクトル線が呈する複雑なゼーマン効果などに於ても示された。私は簡単にこの問題を記しておこう。要するに之等はエネルギー準位を特質づけるためにもう一つの新しい量子数

を必要とすることを我々に教えるのであつて、それは特にランデやゾンマーフェルドのゼーマン効果の量子論的研究によつて明らかに証明され、之が内部量子数として云いあらわされた。

この内部量子数が何を意味するものであるかについては、我々は先ず^ま次の事實に注目する必要がある。周廻電子の運動量能率はボーアの仮定に從つて標準状態に於ては $\frac{h}{2\pi}$ に等しい。之は常に一定であり、從つてその磁気能率も亦一定の値をもつのであつて通常之をボーアの磁子（マグネトン）と名づけている。一つの原子の内部に多くの電子が周廻することは、即ちかような磁子を多く含むことであるが、^{これら}之等の電子の軌道面は勝手に向くわけにはゆかないのであつて、既にボーアがリュウイス及びラングミュアの見解を採り入れたように、それらは或る一定の配置を取るものであつた。しかも之は量子論的に簡単な法則に從うべきことがここに始めて見出だされたのである。即ち各々の電子軌道面は原子全体の磁気能率が常にボーア磁子の整数倍になるように向くのであつて、この倍数を云いあらわすものが内部量子数に外ならないのである。

電子の軌道はその大いさ及び形ばかりでなく、その空間に於ける相対的位置もまた量子的に規定されると云うことは、原子機構の益々微妙極まることを示すものであろう。ところが我々の驚きは尚^なお之に止まらない。量子全体が外部磁場に置かれた場合にやはりそれが勝手な方向に向くことはできないのであつて、外部磁場の方向に於ける原子の磁気能率の分素が亦常にボーア磁子の整数倍でなければならぬのである。この倍数をあらわす数は磁気量子数と名づけられ、スペクトルの研究に於てその存在が示されるばかりでなく、直接に実験的にも証明されたことは実に著しい事柄と云わねばならない。即ちシュテルン及びゲルラツハは始めて一九二二年に鎔融せられた銀から発する原子放射線を電磁石の対立せる両極間に導いてこの事實

を見出だしたのである。原子の空間量子化と称せられるのは之である。

私は更に今日極めて精細に進みつつあるスペクトルの解析が帰結したところの、もう一つの量子論的仮定をここに記しておかなくてはならないであろう。それは一九二五年にウーレンベック及びグーヅミットによって導き入れられた仮定であるが、電子それ自身が丁度惑星の自転の現象と類似して一定の軸のまわりに旋廻して居り、その運動量エネルギーが $h \frac{1}{2\pi}$ の $1/2$ 倍に等しいと云う事柄である。即ちここでは量子数が整数でなくて、却つて $1/2$ であることは、一見極めて不思議に考えられるけれども、多くのスペクトル公式に於て之を単位としたところの謂わゆる半整数のあらわれる事実によつて、恐らくそれは否定され得ないのであろう。

以上極めて簡略に記した多くの量子数の存在こそは現に我々に知られている原子構成の秘密である。原子内の電子は之等の量子に支配せられて常に不連続的变化を呈するのであつて、その中間に横たわる状態は決して定常的には実現し得ない。そればかりではなく、若し我々が電子の転移過程を詳かに見るならば、そこには尚お或る一定の制限が成立しているのであつた。即ちすべて量子数の変化は全く勝手には起り得ないのであつて、或る特殊の変化のみが選択されているのである。例えば主量子数は任意に変わることができ、副量子数は一定に止まるか又は単にだけ増減すると云うようなこと、又内部量子数も同様に一ずつ増減すると云うようなことである。之等は通常選択規則と名づけられているが、それがどんな根拠によつて成立するかは、量子論に取つて亦重要な問題でなければならぬ。

かような選択規則を理論的に導き出す試みは既に一九一八年にルビノウィッチによつて企てられた。彼は原子と之から輻射せられた波動とを合せた体系を考え、その全体の運動量エネルギーが恒存則に従わなければなら

ないことを要求して、選択規則と同時に輻射波の偏りに関する法則をも導き出した。即ち選択規則に準ぜらるべき量子数は単に0か又は ± 1 の変化だけをゆるすのであつて、前者では波動が直線的に偏り、後者では円形に偏ることを示した。又ボーアは電子の運動をフーリエの振動級数に解析した連続理論と、量子数の十分に大きい場合の量子理論とが互いに一致すると云う事実から、彼の謂^いゆる相応原理なるものを立て、振動数や強さや偏りに対するこの場合の相応に基づいて、之を量子数の小さい場合に推移させることにより、全く同一の選択規則及び偏りの法則に到達した。そしてこの結果は亦能^よく実験的事実と一致する点に於て著しいものであると云わなければならぬ。併^{しか}しながら我々は更に量子論の本質を深く究めるに當つて、ルビノウィッチの仮定やボーアの相応原理がどこまでこの本質と相容れるものであるかど云う意味を明らかにしておくはならなかつた。相応原理はこの外にスペクトル線の強さに対する推定をも与えるので、実際上には寧^{むし}ろ便利なものであつたが、併^{しか}それは連続理論と量子論とを二元的に認めるところのものであるだけに、理論的に徹底しない嫌いがあることを免がれなかつたから、やがて完全な量子理論に到達する過渡的のものとして止むを得ないのであつた。

量子論の新発展

由來量子論にはその最初から連続的波動論との明瞭な矛盾をあらわしている点で、理論上の最大困難が横たわつていた。それが着々として原子に関する諸事実を説明することに成功して來たに拘^{かか}わらず、我々は常に奥歯に何物かを挟んで食物を嚙むと云つたような不満足を感じずにはいられなかつた。若^もしこの障^{しょう}礙^{がい}を取

り除くことができたならば、それがいかに愉快さを増すであろうとは想像せられたけれども、我々は遂に久しい間之を如何ともすることができなかつた。ボーアの相応原理は単に極限的に両者の一致することを認めただけであつて、両者の矛盾を根本的に取り除くにはまだ十分の役目を果し得ないのであつた。一方でアインシュタインの光量子仮説は全く連続理論から離れて光の量子的存在を仮定したのであつたが、それが種々の事実の説明に役立つとは云え、光の干渉や廻折の如き波動的現象を之によつて解することの困難があり、又量子の振動数とか波長とかが何を意味するかをも不明瞭にしてしまふ缺點があつた。そして多くの物理学者はなるべく之等の矛盾に触れることを避けて、只量子的現象を電子の制限せられた運動に於てのみ眺めようとした。けれども上に述べたように選択規則や偏り及び強さの法則は我々をしてボーアに従つて相応原理に頼らしめるか又はルビノヴィツチに従つて輻射波動を考慮に入れるかしなければならぬようにした。従つて問題を徹底的に解くためには、いかにしてもこの矛盾の適切な処理に立ち入つてゆかねばならないように我々を導いたのであつた。

この時に當つて我々を新たに刺戟したのは、一九二二年の米国のコンプトンによつて見出だされたエックス線散乱に関する事実であつた。彼はモリブデンの発するK系列のエックス線が石墨中に於ける自由電子によつて散乱せられる場合を實驗し、散乱エックス線の波長が第一次線即ち投射エックス線よりも稍々長くなることを測定した。之はコンプトン効果として爾後他の人々によつて確められたが、通常の波動現象としてはいかに説明に困難を感じるものであつて、却つてエックス線のエネルギーを物体粒子と同様に見做し、之が電子と衝突する際にエネルギー及び運動量恒存の法則が成立すると仮定するならば、容易に第二次エッキ

ス線の波長の変化をそのエネルギー量子から事実と一致して計算することができるのであった。

この異常な事実は我々を再びアインシュタインの光量子仮説に立ち戻らしめるに十分であった。固^{もと}よりこの仮説に拠らない人々は波動論の立場から之を説明しようとして種々の仮定を之に附加することを試みたけれども、上に述べた粒子的エネルギーの仮定が遙かに簡単であり且^{かつ}つ最も明瞭であるのを否定するわけにはゆかない。従^{したが}つて寧^{むし}ろ之に基づいて一般の量子的諸問題の解決に向うと云う路が、たとえ困難は依然としてそこに横たわるにしても、必ずしも打ち開かれなことはあるまいと云う一縷^{いちる}の望みが繋がれていた。

この研究に於て一つの僥倖を得たのは仏蘭西^{フランス}のド・ブローイーである。彼はかようなエネルギー量子の形像として、一定の波長をもった波動の一束を考察したが、之等^{これら}の波動はその相互の干渉によつて一つのエネルギー焦点を形づくり、それが全く物質粒子と同様に運動することを示すことができた。けれどもこの場合にエネルギー焦点が普遍的光速 c よりも小さな速度（群速度）で動くと考えれば、ここに成り立つ關係からして波動位相は c よりも大きな或る速度をもつて進むことになる。従^{したが}つて相対性理論から見てブローイーの考察した波動は単に位相を運ぶだけであつて、エネルギーを運ぶものではない。併^{しか}し若^もし我々がこの位相波の振動数とエネルギーとの間にプランク及びボーアの量子仮定を導き入れるならば、ゾンマーフェルドの立てた量子條件は或る閉じられた路 q に出遭うところの位相波の週期の数が整数でなければならぬと云うことに帰着する。これは丁度廻折格子^{ちやうど}のフラウンホーフェルの理論に於ける干渉の條件、又は定常波のあらわれるための共鳴条件と同じ形式をもつものであつて、この條件の満足されるときに始めて位相波の連続的進行が干渉によつて消失しないようになるのであると解することができる。

このブローイーの論文は一九二四年に公けにされたが、之に関して広い見地から論じたアインシュタインの重要な論文に刺戟されて、^{ドイツ}独逸のシュレーディンガーは同じ思想を展開し、彼の謂^いわゆる波動力学なるものを建設するに至ったことは、量子論に取つて特筆するに足る一業績であった。彼の方法は、彼自身が既に指摘している通り、^{およ}凡そ百年以前にハミルトンがその光学に於て取つた処のものである。それは簡単に云えば波動エネルギーの進行を全く力学の一般原理に從^{したが}つて取り扱つたものであつて、その後その儘に顧みられなかつたものであるが、シュレーディンガーは之をブローイーの位相波に応用して、その波動函数に対し一つの波動方程式を見出だした。そしてこの方程式の解としての函数が通常の周廻電子に対して有限に止まるためには、エネルギーが精密にボーア・ゾンマーフェルドの理論の与える処のものと一致する特殊の値を取らなければならないことが示された。この結果は実に驚くべき多くのものを含んでいる。特にここでは量子数なるものが極めて自然に位相波の性質として与えられるばかりでなく、我々が量子的に解こうとする種々の問題を正しく答えることができるのであつた。かようにして波動力学は、それが生れてからまだ間もないうちに、既に非常な勢をもつて進展している。

波動力学に於て最も特異とすべき点は、従来我々が思惟して来た電子の軌道や位置の概念を全く取り除いてしまつて、^{これら}之等を位相波及び之によつて惹^ひき起された或る振動状態をもつて置き換えてしまつたことである。シュレーディンガーはこの事情を^{ちようじ}丁度幾何光学から波動光学への推移と同等に解した。幾何光学に於ける光線や光点なるものは、我々が光を大きな範圍に於て觀察する場合に成立するけれども、之を微小な範圍に見るならばそこには波動の連続が存在するだけに歸する。我々の従来の電子力学は即ちこの場合に於ける

幾何光学に外ならないのであつて、我々は今新たに波動力学に進むべきであるとしたのは亦頗る興味ある事柄である。嘗て前世紀に於てマクスウェルの理論は電気学と光学とを結びつけて統一を与え、之等の現象をすべての力の場によつて説明しようとしたが、その後ローレンツの電子論に至つてそこに物質的要素としての電子を導き入れて、之を力の場と両立せしめるようにした。若し我々が波動力学によつて更に力学を場の理論と融合せしめることができたとするならば、我々はそこに量子の困難な問題を或る程度まで解決すると共に、物理学理論の体系に重大な統一を与えることができるようになるであらう。只併しこの場合に仮定せられた位相波なるものの認識論的意味について尚お論ぜられなければならないであらうが、我々は暫らくそれらを後日に残すより外はない。

私はこの文の最後に於て、波動力学と全く時を同じくしてあらわれた量子論のもう一つの方向の重要な発展を記さずには置かれぬ。それは同じく独逸の若い学者であるハイゼンベルクによつて手をつけられたものであつて、それに引続いて彼及びボルン、ヨルダン、ディラック、パウリなどの鋭気ある人々によつて盛んに発展せられつつある処の、謂わゆる量子力学なるものである。ハイゼンベルクが最初之に赴いたところの警抜な着眼点は、従来の量子論に於てはエネルギーの如き観測し得る量を計算するための形式的規則のなかに、電子の軌道とか位置とか週期とかを含んでいるが、それらは原理的に観測し得られない量である以上に、この量子的計算規則は明らかに直観的な物理的根柢を缺いていると云うことであつた。尤も之等の規則がそれ自身論理的であり、一定の制限された範囲に應用し得るものならば、既に他の多くの物理学理論に見る如く、之が直観性を缺くことに対して必ずしも批難されなかつたであらう。併しそれらは実際には古典力学を

無視し得ないに拘かかわらず、之との矛盾を含む点で許容し難いものであるに相違ない。ハイゼンベルクはこの見地からして、実験的には到底観測を望み得られない概念、即ち電子の位置、軌道、週期の如ごときものを全まったく見棄ててしまい、只観測し得る量の間になり立つ経験的關係のみを云いあらわす新しい力学を形づくろうとしたのであった。電子の軌道や週期を見棄てる点で之が上述のシュレーディンガーの理論と同様であるのは興味ある事柄である。只シュレーディンガーが更に超直観的な位相波の概念を取り入れたのに対し、ハイゼンベルクが観測的事実を抽象的に云いあらわそうとしたのは、亦注目すべき処である。

ハイゼンベルクは即ち電子の運動を空間時間的に記述することを避けて、ボーアの振動数を二つの整数の函数として認めると共に、輻射も亦同じ整数の函数として与えられることを仮定した。そして之に基づいて一般に量子論的函数が満足すべき数学的條件を見出だそうとした。

この結果として彼の二つの時間的函数の乗積 $\psi(\mathbf{r}, t)\psi^*(\mathbf{r}, t)$ は必ずしも常に $\psi(\mathbf{r}, t)\psi^*(\mathbf{r}, t)$ に等しくないことを帰結した。云い換えれば量子論的函数は一般に乗法の交換法則を満足しないような特異のものである。彼はこの考察に引き続いてボーア・ゾンマーフェルドの量子條件と電子の運動方程式とを量子力学的に転化し、その解として振動数及びエネルギーばかりでなく、軌道転移の確率をさえも与えることに成功した。

ハイゼンベルクの導き入れた量子論的函数の数学的性質に関しては、ボルン及びヨルダンが之を詳細に論究してその基礎を確実にした。之等これらの函数は二つの整数的変数をもつものであるから、この変数の各々おのおのを零から無限大まで変ずると、そこに二次元の無限マトリクスを得るのであって、マトリクス計算法によつて始めて之を取り扱うことができるのである。かような函数に対して彼等は力学の根本方程式を形作り、之が古

典力学に於けるハミルトン・ヤコービーの正準方程式と同一の形になることを示し、之から全く論理的に量子論の諸結果を導き出した。

この量子力学の大成は、既に述べた通り、シュレーディンガーの波動力学のそれと共に、実に最近の二大収穫であると云わなければならぬ。波動力学が量子的關係を連続的なものなかに見出だした間に、量子力学は最初から純粹に不連続的に諸概念を定義しているのであって、ここでは例えば多くのエネルギー準位は連続的に可能な値のうちから選び出された特殊のものではなくて、それ自身だけが自然的に与えられる唯一のものであると考えられているのである。従つて量子数なるものの概念は、もはや特に量子状態を指示する意味を失つて、只何等かの実用的の見地から之を順序づけ番号づけるだけの差別的指数以外の何ものでもないことに歸する。なぜなら、之以外の状態は量子力学的には実在として認識されないからである。

波動力学及び量子力学が全く出発点を異にし、形式を異にしているに拘わらず、之等から導き出される量的關係が殆ど相一致し、しかも能く事実に相応していることは、最も著しい事柄である。固より尚お考究されなければならぬ問題は多いであろうけれども、そして両者の認識論的意味についても、もつと深く尋ねられなければならぬであろうけれども、今日量子論が之等の發展を持ち來したことに對して、我々は既往の久しい困難を顧みて、一応の満足を感じ、之等の学者の努力に感謝しないではいられない。ともかくも量子論は我々に多くの新しい重要な見地を開いてくれた。既にゾンマーフェルトが屢々指摘した通りに、それは我々の自然科学がその存立の権利を委ねていた因果律に對しても新しい意味を要求するように見える。物理学に於ける因果概念が古昔から通俗的に解せられたところのものとなつて、それが單に数学的必然性を

もつた或る函数關係に歸せられなければならないことは、既に前世紀に於てマツハの如き人々によつて論ぜられた処であつた。けれども我々が経験形式の一つとして非可逆的の時間の概念をもつ限りに於て、我々は時間の一点即ち一定の時刻に於ける状態を知るならば、之から必然的の法則關係によつてそれ以後の状態を常に導き出すことのできるのを認めていた。之が即ち今日まで信ぜられていた因果律の本質であつたのである。ところが今は量子論に於て原子内の電子の状態転移が果してかような因果律に従うかどうかを見るならば、我々は恐らく思い半ばに過ぎるであろう。第一に我々は個々の電子の状態転移を必然的のものとして観測する何等の手段をももつていない。それは只或る偶然的確率をもつて起ると考え得られるだけである。更にその状態転移に於て我々の観測し得べきエネルギー現象は決して最初の状態だけに関するものではなくて之と同時に転移後の状態にも同等に關係している。即ちこの変化は電子の将来を予想して始めて決定せられると云つてもよいであろう。之と同様な事情は既に古典力学に於けるハミルトンの原理に於てもあらわれないけれども、我々が特に量子状態を考える場合に、一層適切に見られるに相違ない。之に關しては私は尚お進んで量子力学及び波動力学に於ける之等の認識と併せて論じたいけれども、今は只因果律に關するこの特異性を指摘するに止めよう。

量子論が実に物理学に於ける最大の問題として現在我々の前にあらわれていることを示すならば、私のこの文の目的は足りる。我々の物理学は之によつて原子内の最微の世界にその新らしい基礎を求めているのである。

(太陽、昭和二年九月号)

(附記)。この文章は波動力学や量子力学の出現によつて量子論の理論的基礎が与えられるに至つた直後(一九二七年)

に書かれたもので、従ってその後の更に大なる発展については言及されていないが、併しそれだけに之等の理論に至る迄の歴史的経過を比較的解り易く見ることが出来る点で、今日に於ても必ずしも無益ではないと考えて、ここに載せることにした。なお当時ハイゼンベルクによつて量子力学と称えられたものは今日ではマトリクス力学と称することが多い。それは爾後之と波動力学とを総括せる理論体系がディラック等によつて発展せられ、今日では之を専ら量子力学と称しているからである。

-
- 『自然科学的世界像』（岩波書店 一九四〇年二月、第四刷）所収。
 - PDF化するにあたり、旧仮名遣いは新仮名遣いに改めた。
 - 旧漢字は新漢字に改めた。
 - 読みやすさのために、適宜振り仮名をつけた。
 - PDF化には`LATEX2 ϵ` でタイプセッティングを行い、`dvipdfmx`を使用した。

科学の古典文献の電子図書館「科学図書館」

<http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html>

「科学図書館」に新しく収録した文献の案内、その他「科学図書館」に関する意見などは、「科学図書館掲示板」

<http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs>

を御覧いただくか、書き込みください。