三上義夫君の論文に就て

林　鶴一

綴術とは其定義判明ならずと雖（いえども），余は無限級数に展開する一種の方法なりと信ず。大宝元年 (701)[1] 発する所の学令には算書十種あり。其一は『綴術』なりと伝う。此等の算書は支那に於て晋 (265–419)，魏 (388–557) を経て唐 (618–906) に伝わりたるものならんも，「其綴術の如きは隋代 (589–617) の人其理を得ずして既に之を捨けりと。然（しか）らば当時の邦人も亦同じく之に通じたるもの有らざるべし」(遠藤利貞君『大日本数学史』上巻第十六頁)，此時頃に於ける綴術は如何なるものなりしや全く窺い知るを得ず。唯其名の同じき所より推察すれば之れも亦無限級数に展開する方法なりしならん。而（しこう）して此綴術を発見したる人は祖沖之 (430–501) なりと（遠藤利貞『大日本数学史』中巻第六十八頁)，又清の阮元の著『疇人伝』第八巻第十一丁には「沖之又注九章造綴術数十篇」とあり，祖沖之は宋 (420–478) の人なりともせられ（遠藤利貞『大日本数学史』中巻第六十八頁）又齊 (479–501) の人なりともせらる。齊の永元三年（即中興元年）(501) 死せりと（阮元『疇人伝』第八巻第十一丁）云うを以て見れば齊の時代の人と云うを以て真なりとせんか。余も亦是れ迄遠藤君に従いて宋の人なりとなせしことありと雖（いえども），自今以後之を訂正せんとす。祖沖之は有名なる天文学者なりしを以て見れば暦算の上に於て円周率を要せんこと勿論（もちろん）なるべし。彼は円径を以て一丈となさば其盈数（えいすう）は三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽にして其朒数（じくすう）は三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽なることを決し，正数は盈朒（えいじく）二限の間に在り，故に密率は円径一百十三円周三百五十五にして約率は円径七円周二十になりとせり。之れ Adrien Anthonisz(1527–1607) と Archimedes(287?–212B.C.) との発見する所のものと相一致す。此円周率の決定には祖沖之は彼れの綴術を用いたるやも計り難し。然（しか）れど

---

1) 参考の為西暦紀年数を挿む。

も余は其術の如何なるものなりしやを知る能わず。

享保七年 (1722) 建部賢弘は綴術を編せり。之を『不休建部綴術』と云う。不休は賢弘の号なり。建部賢弘は関孝和の弟子にして，其師関孝和も亦一種の綴術を得たりと。『不休綴術』は「探索術にて一般世に称する所の綴術（関氏の綴術）とは大に其意を異にせり」(遠藤利貞『大日本数学史』中巻第六十八頁)。此建部の綴術と関の綴術とを比較し，更に能うべくんば祖沖之の綴術とを比較すること甚肝要なり。而して関若くは建部は皆自から綴術なる名称を用いしか或は後世の人が其術に此名称を附せしか，其何れにしても前きに祖沖之の綴術なるものあるに拘わらず此名称を用うるに至りしは祖沖之の方法と似たるならんとするに由るか。或は疑もなく祖沖之の方法と似たるに由るか。或は当時の人（関及建部等も）は祖沖之の方法を其の一部なりとも知り居りたるには非ざるか。然らざれば名称が偶然相一致したるものにて何等の関係なきか。余は偶然の一致なりとするは非なりと信ぜんとす。若偶然の一致を非なりとせば既に関，建部の綴術が無限級数に関する以上は祖沖之のものも亦然りしならん。而して祖沖之の術が如何にして関或は建部の知る所なりしかが研究すべき問題には非ずや。『不休綴術』には円の弧背（現時単に円の弧と云う）を求め，円周の如きは一つの推算法を立てて真数四十一位（小数点下四十位まで）に合するものを得たり。『不休綴術』に於て建部が弧背の自乗を求むる為に行う所の方法は先ず無限級数の初め数項を求め次に此数項の数値の構成せらるる法則を帰納的に発見し（例えば因数分解，招差法の如きものによりて）(三上君の説によれば同書には之を探会すと云うと)，由りて其級数の他の項を決定するものなりと。祖沖之の術も亦之に似たる所ありしならん。若し異なる所ありとせば其の所謂探会の方法に於てならんと信ず。関の綴術亦然からずや。

偖次に円理術の発見に関する余の愚考を述べんとす。蓋し前陳せる綴術は円理術の起原となるものにして円理術を円理綴術とさえ云うことあり。此円理術なる名称に就ても関若くは建部の創めて用いたる所なるか，或は後世の人が附与した

る所なるかの疑問起るべし。此問題が解明せられざる間は如何なる方法が真の円理術と云うべきものなるかを決定する能わず。後世に於ては所謂円理術を以て諸種の問題を解きたりと雖，其初めに当りては円の弧或は周，又は其自乗等を無限級数に展開せんとするに前陳の綴術を適用したる其部分を円理術と云いたるなるべし。それが研究を積むに及んで初め綴術と云いたるものよりも稍々理論の整いたる形を有せしめ得るに至りて綴術なる名は初等のものに使用し円理術なる名は稍複雑なる高等のものに使用したるものならん。判然たる区劃を両者の間に置くことは蓋し困難ならん。

三上君が云える如く余も通例円理術と云うものは建部賢弘が著わせる『円理綴術』或は『円理弧背術』(遠藤君は其数学史に於て『円理弧背術』と云えり。其中巻第七十四頁参照）を指すものなりと信ず。たとえ之を適用する問題の種類は多しと雖此『円理弧背術』を以て円理術適用の標本なりと信ず。但後世円理術の変遷は則之ありと雖発明の当初に於ては此『円理弧背術』を以て円理術の標本と做すべきなり。然らば円理なる名称は建部の創始にかかるか今遽かに之を断ずる能わず。関も亦無限級数を用いて円の弧或は周を表わしたるべければなり。此建部の『円理弧背術』は関流の最秘書にして，其著作の年月は詳かならず。建部が関の養子新七より此秘法を得たりと云わるる伝説（三上君論文参照。猶詳細は遠藤君の『大日本数学史』中巻第八十一頁を参照すべし。川北朝鄰君等も亦此伝説を真なりとせらる）を正しとすれば三上君の云わるるが如く関家断絶の年即享保二十年 (1735) 以後の著作なるべし。建部は元文四年 (1739) に死したるを以て実に其の晩年の著作なりとすべし。三上君は其自説即建部が円理術の発見者ならんとの説を主張する上に於て此伝説を全然憶定 Supposition なりとせらる。然らば『大日本数学史』の著者たる遠藤君は其著書中の記事を述ぶるに就ては充分なる証左を握られ居ることなるべければ其憶定にあらざることを充分に辯解せらるることを要す。而して建部派より関流の本伝荒木派の学者松永良弼に此秘法の伝わり得る理由ありとの三上君の説に注意せられざるべからず。但三上君が反

証なくして単に憶定なりとせらるるは不可なりと信ず。余自身は今此伝説が憶定なるか否かを断定する材料を有せず。

三上君が建部を以て円理術の発見者ならんとせらるる最も有力なる理由は関孝和の直弟子久留重孫の弟子淡山尚綱の署名せる『円理発起』なる冊子の序文にあり。其一つは中根元圭（建部の弟子）のものにして他は淡山と共に久留の弟子なる蜂屋定章[1] のものなり。而(しこう)して此書は享保十三年 (1728) の著作にかかる写本なりと。余は未だ此岡本則録君の蔵せらるる『円理発起』なる書を一見したることなし。

三上君の述ぶる所によれば其中根の序文に於て建部が此書（『円理発起』）に於て記載する所の方法を得たるは享保七年（1722，前陳せる建部が『不休綴術』を著わせる年と同年）の春にして数十年研鑽後に之を得たりと。而(しこう)して此書中に記載する円の弧背の自乗を表わせる無限級数は前陳せる『円理弧背術』（新七より得たりと云わるる）中のものと毫も異ならず。但無限級数を得るに至る術路の説明は『円理弧背術』に於て精にして『円理発起』に於ては疎なりと。之れ三上君が其論文及直接余に語られたる所なり。此三上君の言を真なりとせば精なる建部の著『円理弧背術』は粗なる淡山の著『円理発起』よりも早く顕われたるに非ざるか（彼の新七云々の伝説を非なりとして）。此に於て猶(なお)更に建部が『円理弧背術』を著わしたる年月を判然たらしむるの必要あり。若(も)し『円理弧背術』が享保二十年 (1735) 以後の著作なりとせば『円理発起』は『不休綴術』より出でくるには非ざるか。三上君は『円理発起』中の術路は『円理弧背術』の術路に似るも『不休綴術』の術路に似ずと云わるるも既に其結果たる無限級数に於て一致する以上は根柢に於て非常に大なる相違あるものの外『円理発起』の術路が『不休綴術』より出でたるに非ざることを充分に指摘するの必要あり。此比較研究を最も詳細に説述せざるべからず。況(いわ)んや建部が『不休綴術』を著わせる年と中根が『円理発起』に於て其中に記載せる術路の建部によりて得られたる年とが共に享

1) 淡山尚綱と蜂屋定章とは同一人なり。遠藤『増修数学史』260 頁，或は『林鶴一博士和算研究集録』上巻 800 頁参照。なお尚綱ともあり又尚絅ともあり。(編者)

保七年 (1722) にして相一致するに於ておや。建部が非常に苦心して得たる立派なる成績（『円理発起』及『円理弧背術』中のもの）之あるにも係らず之を得たる年に之れより劣れる『不休綴術』を編するも亦一つの疑問ならずや。或は『不休綴術』は『円理弧背術』よりも容易なるを以て稍々広く教えんが為に之を編せるものなりと。果して真なるか。余が此に於て三上君に切に望む所のものは所説を唯年月の違同，術路の似否のみに止めずして充分なる証拠を提供し精細なる術理の比較研究を事実に徴して陳述せらるるに在り。

余は次に円理術の根原が西洋にあるか否かに就て余の説を述べんとす。Prof. P. Harzer は三上君の云わるるが如く其著に於て日本数学殊に円理術の根原は西洋にあらずと云えり。関が π の級数を得たるときと Wallis (1616–1703) の著作（其 Arithmetica Infinitorum は 1656 に，Algebra は 1685 に著われたり）の発行せられたるときは餘りに接近して Wallis のものが東洋に伝わるの期間なければなりと。而して三上君は若し円理術の発見者を以て建部なりとすれば Wallis のものが東洋に伝わるに充分の期間あるが故に此点によりて円理術の根原が西洋に非ずと断定するは悪るしと云わる。然れども関の生存期間は西暦一六四二より一七〇八に至り建部の生存期間は一六六四より一七三九に至る。故に其死亡の年を以て比較すれば建部が関に後るること三十一年なり。三十一年長しと雖当時は交通の不便なる時代のことなれば之を以て遽かに西洋より来れりと云うも不可なり。Harzer 君の説此点に於て薄弱となると雖全く破れたりとは云うべからず。

次に Harzer 君は円周率を決定する日本の方法は円の内接正多角形のみを用い其の外接正多角形を用いず又初めに正方形を容れて順次辺数を二倍する方法を用い初めに正六角形を容るることを成さず。此二つは又日本の円理術が西洋より来らざる証拠なりと云えり。三上君は此説を辯駁するに之れ唯日本人が外接形及正六角形を知れりと雖之を用うる傾向を有せざりしにより決して他に理由なしと云わる。然れども余は日本人が外接形及正六角形を知りながら之を用いざりしは則反って Harzer 君の説の論理正当なるものなりと認む。此点は三上君の説に

賛成する能(あた)わず。

終に三上君は建部は『赤水遺珍』を見たるものとして円の弧背を表わす無限級数は西洋人より之を得たるならんと云わる。享保十一年 (1726) 建部は『暦算全書』を校して見訳話を著したるは確かなり。『暦算全書』は清国の有名なる数学者梅文鼎及其子孫等の与(あず)かり編する所にして『数理精薀』,『暦象考成』等の諸書亦然(しか)り。既に暦術に関する書なる以上は円の周及弧背に関する計算を包含すべし。建部は此『暦算全書』より円の周及弧背に関する智識を得たるなるべし。然(しか)れども固(もと)より必ず此書のみより得たりとは云うべからず。『暦算全書』既に我国に来れり然(しか)らば梅文鼎の孫梅瑴成の著せる『赤水遺珍』なるものも我国に来りしならん。然(しか)れども果して我国に来たりしか,又果して建部が之を読みたるか確固たる証拠を挙げざるべからず。但梅文鼎が編せる際には『暦算全書』は七十四巻より成りたりと雖(いえども)梅瑴成が重編せる時には六十二巻となし之を『梅氏叢書』と名づけ瑴成の著『赤水遺珍』と『操縵危言』と各一巻を附したりと云う。杜徳美 Petrus (Peter) Jartoux は仏蘭西(フランス)人にして「ジェスイット」派に属し康熙四十年 (1701) 清国に来り清廷に寵用せられ日耳曼(ゼルマン)人費陰 Xaverius Ehrenbertus Fridelli と共に蒙古地方を測量し尋で直隷地方を測量製図し又康熙四十九年 (1710) に仏蘭西(フランス)人雷孝思 Joannes Bapt Regis と共に黒龍江地方を測量製図せり。又『求正弦正矢捷法』と『割円密率捷法』とを著わせり。梅瑴成は此杜徳美と同時代の人なれば互に交通談論したるものなることは明白なり。今参考の為に阮元の著『疇人伝』巻四十六第三十一丁に載する所に従い杜徳美の方法を掲げん。是梅瑴成の『赤水遺珍』に出づる所の抜き書きなりとす。

先以一三五七九等数　各自乗　為屡次乗数　如一自乗仍得一　為第一乗数　三自乗得九　為第二乗数　以至二十三自乗　得五百二十九　為第十二乗数　又以二三四五六七八九等数　挨次両位相乗　又以四乗之　為屡次除数　如二三相乗得六　以四乗之得二十四　為第一除数　四五相乗得二十　以四乗之得八十　為第二除数　以二十四与二十五相乗　得六百　以四乗之得四千二百

為第十二除数　設径二十億求周者　以径三因之　得六十億為第一数為実　以第一乗数乗之　第一除数除之　得二億五千万為第二数又為実　以第二乗数乗之除数除之　得五千八百一十二万五為第三数　累次乗除至所得　数祇一位為止　乃併之得六二八三一八五二九九　即所求径二十億之周率也

今此文意を逐いて公式を作れば次の如し。a を所設の直径とし p を所求の円周とすれば

$$p = 3a + 3a \cdot \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + 3a \cdot \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4^2} + 3a \cdot \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4^3} + \cdots\cdots$$

となる。是れ三上君が建部の見たるならんと云わるる『赤水遺珍』中の一級数なり。菊池博士は嘗(かつ)て本会記事巻七自第四十七頁至五十三頁及同自第百十四頁至百十七頁に於て和算家の得たる種々の π の級数を述べられたり。此等のものと杜徳美のものとを比較するに同記事第五十二頁の最下行にあるものが即此杜徳美のものと一致す。即

$$\pi = 3\left(1 + \frac{1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \frac{1}{4^2} + \cdots\cdots\right) = 3F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$$

にして是れ和田寧の『円理唇口』に載する所のものなりとす。杜徳美は勿論(もちろん)西洋の書を見たるべしと雖(いえども)，彼自身洋字を以て著わしたることあるか否か不明なり。又『赤水遺珍』の中には π^2 の級数をも載せたるやも計り難しと雖(いえども)如何なるものなるか今之を知る能(あた)わず。三上君の所説を確固たらしむるは之を研究して『円理発起』中のものと比較せざるべからず。

元来我和算は我国に於て非常なる発達をなし，関孝和，荒木村英，建部賢弘等の功労の大なることは疑うべからずと雖(いえども)，其発端は支那数学の輸入にあるも亦疑うべからず。支那には既に古き時代より西洋人の渡来せるあり。所謂(いわゆる)中法と西法との混同は実に大なるものあり。就中(なかんずく)明朝，清朝に於て西法即西洋数学を甚だ多く採用せること明白して和算発達の時代が丁度此時に相並行するを以て見れば我和算は支那を越えてせる西洋の数学に発源するものならんとは何人も直ちに疑う所の問題ならんと信ず。之を研究するには先ず関孝和が奈良に於て見たりと

云う書の何たるかを調べたきものなり。狩野博士の言に依れば此事は最初『武林見聞録』に出でたりとのことなるが最も善く知らるるは神沢貞幹が著わせる『翁草』に出でたるものなり。

「其頃南都に何時頃か渡りけん唐本の仏書に交りて一つの書あり誰が読みても其意通ぜす儒仏医の書に非(あら)ず無益の物也とて打込ある由新助伝へ聞き是は定めて数学の書ならんと心床敷御暇を申南都へ趣き懇望して是を見るに果して算学の書也雀躍して南都に暫(しばら)く逗留し夜を日に継で写取り是を懐にして江戸へ帰り三年の間昼夜工夫を凝らし終(つい)に其奥儀を究めしとぞ凡算法に於て我朝にて古今独歩の名人と云ふべし」

此書は能(よ)く知られたることなるが菊池博士も嘗(かつ)て之を述べられたり（『本朝数学通俗講演集』「菊池博士講演」第二十六頁）。狩野博士は「年来此唐本は元の李冶と云う人の『測円海鏡』でもありはしなかつたかと疑つて居るのである」（同上「狩野博士講演」第六頁）と云われたり。若(も)し此未知の唐本にして西洋の数学の影響ありしものならば，問題は明白となるべし。

次に大原利明の弟子小泉理永が文化七年 (1810) に著わせる『算法点竄指南』[1)] に山本北山の序あり。次の如し。

「点竄術者関流数学之秘蘊也推其原藍出於西洋筆算援一枝筆可以計天地間事矣」

之れ西洋と関係あることを示せるものの一なり。

次に関流正統第五伝として有名なる日下誠が其師即正統第四伝安島直円の遺稿を訂して『不朽算法』を編したるとき其序文の発端に次の如く書せり。

「夫(それ)算者西洋より来れるが故に敷算するに左行に陣するなり。其来ること遠しと雖(いえども)尚藍の藍より青きが如(ごと)し」

と関流正統の人既に此言を述ぶ。和算と西洋数学との関係知るべきなり。而(しこう)して余は其関係は支那を越えてせしことと信ず。直接に西洋特に和蘭(オランダ)より我国へ輸

1) 『算法点竄指南』は大原利明の著とせらる。林鶴一「天元術及び点竄術に就て」参照。（編者）

入せしは比較的近世のことなりと信ず。

此等のことの判明するとも和算の価値は少しも損せらるるに非ず。実に藍より出でて藍より青きが如く和算家の苦心して発見したる諸種の術理は夥多なるべく其功労は決して埋没すべきものに非ざるなり。三上君は円理に就き西洋より来たりたるならんと云われたるが一般の和算既に然りとせば円理も亦然かりと云うを得んか。此等を闡明するは興味あることとす。余は三上君と共に材料の缺乏を慨し余等に之を供給せられんことを江湖に望む。

以上説く所は三上君の所論に関係なきことにも渉りたれども説述の便宜上之に及びたるなり，他日稿を改めて遺ちたるを補わんとす

（『東京数学物理学会記事』　第二期　第四巻 1908）

［明治四十一年十二月十九日討論］

・『林鶴一博士　和算研究集録』（上巻、東北帝国大学理学部数学教室林先生遺著刊行会編集、東京開成館刊、1937（昭和 12）年 5 月）所収。

・原文はカタカナ書きであるが，読みやすさのためにひらがな表記とした。

・読みやすさのために、適宜振り仮名をつけた。

脚注中（編者）とあるのは、この著作集の編集代表者・藤原松三郎のこと。

・旧漢字は新漢字に、旧かな遣いは新かな遣いに変更したが、一部の漢字については新漢字によらず旧漢字のままにした。ただし、引用文のかな遣いはそのままにした。

・PDF 化には LaTeX 2_ε でタイプセッティングを行い、dvipdfmx を使用した。

・科学の古典文献の電子図書館「科学図書館」

http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html

・「科学図書館」に新しく収録した文献の案内，その他「科学図書館」に関する意見などは，

「科学図書館掲示板」

http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs

を御覧いただくか，書き込みください。