

# 物理学と数学に関する覚書

(未定稿)

天野 清

Dirac が量子力学に関する最初の論文から、相対的電子方程式の提出に至るまで、その数学的形式的な性格に著しい天才の閃きを示したことは前にも見来ったところであるが、既に 1931 年空孔理論に關聯したある論文の冒頭で次の如く説いた。

「物理学の不斷の進歩はその理論的決定式化に絶えず一步進んだ数学を要求する。これは極めて自然で、また予期されたことであるが、前世紀の科学研究者は、数学的進歩の方向は、その数学を益々複雑にはするが、尚それは永久的な公理や定義の基礎に立つものと考えて居た。ところが事實は、現代の物理学の進歩は絶えずその基礎を移し、毎々抽象的になって行くような数学を要求することは彼等の予想しないところであった。非ユークリッド幾何学や non-comutative な代数は嘗て単なる精神の架構であり、論理的思想家のひまつぶしだと思われて居たが、今や物理的世界の一般的事実を記述するのに極めて必要なことが判った。この抽象化の傾向は将来も継続し、物理学の進歩は固定した基礎に立つ或る一つの数学的形態の論理的展開よりも寧ろその数学の土台にある公理の絶えざる修正と一般化を伴うであろう」。量子力学の相対論的定式化、原子核の性質（続いて生命の問題の如き更に困難なもの）の解決には、恐らく吾人の基礎概念に未だ嘗て見ない思いきった修正を要求するであろう。これらの変化はあまりに大きく、実験的データを直接数学的形態に定式化して必要な新しい idea を獲得するのは人智の能力を超えることは殆んど確かであろう。そこで将来の理論的研究者はより間接な道を進まねばなるまい。現在暗示出来る最も有力な進歩の方法は、理論物理学の現存の土台を成す数学的形式を完成し、一般化することに純正数学のあらゆる資源を使用し、この方向で成功した後に、その新しい数学的形態を（宛も Eddington の Principles of Identification の如きプロセスに依て）物理的事物の言葉への解釈を試みるべきである。

この Dirac の見解は、彼が Eddington の陽子と電子の質量比の取扱い方にも同感を示す如き実証的な立場とは対蹠的であるが、この方法論的対立は、彼が“宇宙論的常数”の如き問題を手に染めるに至って益々闡明となった。(Nature. Vol. 139, 1937, p.323)

しかし、最も一般的に之を主題として取上げたのは The Relation between mathematics and Physics (Proc. Roy. Soc. Edinburgh, Vol. LIX, 1939, p. 122) なる論文である。

物理学者は自然を研究するに (1) 実験的方法と (2) 数学的推理の方法があるが、後者によってまた実験の結果を推理出来る。しかし後者が有効であるということの論理的理由はないが、それは自然の中の数学的性質 (mathematical quality in Nature) に依るに相違ない。既に古典力学の運動の法則は簡単性が指導原理であった。Einstein の一般相対性理論は、簡単性よりむしろ数学的美しさにあった。

勿論、数学はそのまま直ちに物理学ではない。数学者は彼の作った規則で game を play するが、物理学者は自然が準備した規則の game をすると云える。併し、時の経過と共に、数学者の興味ありとなすことは次第に自然の選んだものと同じものになることも次第に明かとなり、恐らくは究極に於ては両者の重要点が一致するのであろう。勿論、現在はこの境地には遠いが、例えば四次元は数学的にも他の次元より興味あることが将来証明されるであろう。

その意味で Jordan が non-associative な代数を提案したのは興味あることであるが、相対性理論でも量子論でも、古典論とは異り方程式よりも変換が重要性を獲得した。Jordan が成功しなかったのは、それが数学の特に美しい部門でもなければ興味ある変換理論とも関聯がないためであろう。そこで彼 Dirac 自身は将来の物理学のために複素変数の函数論を堤唱する。これは特に数学的に美しく、複素平面の変換群は Lorenz 群のと同じである点でも有望に思われる。

さて、併し乍ら古典物理学ではこうした数学と物理学との融合を妨げるものとして initial condition があった。これは数学的ではないと言うより、哲学的には甚だ不満足なものであり、自然の統一という idea に反するものと云うことが出来る。

然るに量子力学はこの方向に甚しい難問を提出する。それは自然の non-mathematical な部分が増したことも云える。何故ならばそれは特定な結果に対してはその確率

を与えるのみで、ある特定な場合に特定な結果が生ずることは理論の外にある。  
しかれど而も之を以て量子力学が不完全な為とすることは考えられない。その実験との良好な一致、又その不決定性は観測の手段の避くべからざる粗大性に依るものであるから、哲学的にも満足なものである。しかしそれにも拘らず、尚物理学の基礎はその究極の形からは遠いという反駁は正しいのであろう。

量子力学とは異り新しい宇宙論は自然の数学的性格に有力な根拠となる。新宇宙論は星の拡散して行く速度から考えて、時間の始り (begining of time) を想定するが、それは宇宙の一切の存在が極めて小さな領域に結合して居たときであり、それより以前の時を問うのは無意味になるような時である。そのような簡単な出発点から現在の如き複雑な宇宙を形成するのは、古典物理学的には難問であらうが、量子力学の量子飛躍に依るものとすれば証明出来る。これが自然現象の計算し得ない部分を形作るのであり、これが古い機械観が説明を放棄した始原条件に代るのである。

要するに量子力学は非数学的部分を増したが、新宇宙論はそれを減らしたといえる。将来は此の不満足な結果を消滅し、宇宙の全記述は数学的対応物 (counter part) を持つようになろう。その結果、数学の完全な知識を備えた人は、すべての天文学的データのみならず、すべての歴史的事象を、あらゆる些細なものまで演繹し得るに至るであらう。これが現実には人間能力の限界を超えることであらうとも、それを行う方法は尚よくはつきり定まったものである。

将来の数学は principle of simplicity を原理とは出来ずとも mathematical beauty を原理とするであらう。

さて、また宇宙の始めからの時間は  $2 \times 10^{91}$  年と推定されている。これは甚だ巨大な数であるから宇宙の全歴史は自然数の連続から出来たと考え得るのであった。哲学者の ancient dream もそこに実現されるかも知れぬ。実際、近代数学に於ける whole number (整数) の研究が複素変数の函数の理論に基くことを思えば、これは原子論と宇宙論とを結びつけるものとなるかも知れないのである。

Albert Einstein もこの問題に就いては Dirac に近い立場に立って居る。彼は 1921 年のベルリン・アカデミイでの講演「幾何学と経験」に於ては、数学が経験とは隔絶した人間思惟の所産であるのに、しかれど而もそれが實在の対象に巧く適合するのは

如何にして可能であろうかと問い、数学の定理は直観的な概念の対象や実在の対象に関するものでないとして“純粋の公理幾何学”と“普通幾何学”との区別を強調し、Poincaréに倣って幾何学Gではなく、唯之と物理学的法則の總概念Pとが一緒になってG + Pなる和のみが、実在する対象間の関係に就て発言し経験の支配に應ずると論じた。しかるに彼が進んだのはこれからカントの批判の方向ではなく、ライプニッツの prästabilierte Harmonie への方向で形而上学であった。‘物理学の領域の中では吾々の知識の不可分な二つの要素、経験的なものと理論的なものとの永久的な対立がある’こと、‘純粋に論理的な思考は何等の経験世界の知識も与えない。実在に関して全く空虚である’こと、相対性理論、特に一元的な場の理論に關聯して、物理学の理論は次第に、‘帰納的方法から演繹的方法に移ってゆき、以前より一層純粋に数学的、形式的な思考に導かれ、大胆な理論構成に依て少数の仮説乃至は公理からの論理的な演繹によって経験的事実、或いは検証可能な結果を導く’。この特色が実証的に傾く物理学者には弱点と見られようとも、斯ような労苦を遂行する理論家を‘空想的’として咎むべきではない。

自然は最も簡単な数学的な観念の実現であり、デカルトやヘーゲルが夢想した如く純粋思惟は実在を把握し得るものと主張する。勿論経験は数学的構成の物理的有用性の唯一の試金石ではあるが、創造的原理は数学の中に宿る。

インフェルトとの共著なる‘認識の冒険としての物理学’もその最後の信念は、科学は人間精神の一つの創造物であり、我々の理論的の構成によって実在を把握することが可能であり、世界は内的調和を有するという点に帰着している。

事実、彼の業績はこの信念に一貫して居るといえるが、統一場の理論以来の努力も、殊に Rosen との共同労作等、Dirac の予言と照合して興味があるが、現在の量子論の如き実在の‘間接な’記述に<sup>あきた</sup>嫌らず、自然の中の definite な關聯を把握しようとして、その為<sup>な</sup>に学界の主流から漸く忘れられんとする傾向にあるのもこの方法論的立場によるものであろう。

Eddington は、前述の如き立場に立ち<sup>な</sup>乍ら、量子力学の実証主義的立場と協調し得なくなつて以後の Einstein に従前の如き価値ある業績が生れないのを彼の方法論の誤りであると嘆じている。(未定稿)

---

## PDF 化にあたって

本 PDF は、

『科学史論』（「天野清選集 2，日本科学社，1948 年 11 月）  
を元に作成したものである。

PDF 化にあたって、旧漢字は新漢字に、仮名遣いは新仮名遣いに変更した。漢字の一部には振り仮名をつけた。

科学の古典文献を電子図書館「科学図書館」

<http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html>

に収録してあります。

「科学図書館」に新しく収録した文献の案内，その他「科学図書館」に関する意見などは、

「科学図書館掲示板」

<http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs>

を御覧いただくか，書き込みください。